第12章　RC回路のベクトル軌跡

12.1　目的

(1). コンデンサ（C）と抵抗（R）を直列接続した交流回路の電源電圧および抵抗両端の電圧を測定し、位相角（位相差）などを求め, 電圧などがとベクトルであることを理解する。

(2). 回路中の1つの値 (例えばR) が変化するとベクトルの大きさと方向が変化する。ベクトルの先が変る様子を連続的に描き、交流回路の特性を学ぶ (この図形ベクトル軌跡と言う)。

要項分類	グレード
知識（確認）	☆☆☆☆
操作（習熟度）	☆☆☆
観察（注意力）	☆☆☆
工夫（アイデア）	☆
結果整理	☆☆☆☆
法則の確認	☆☆
考察（理解力）	☆☆☆

12.2　原理

図 12.1 の交流回路において、電源電圧の大きさ（実効値、以下同じ）を V、抵抗 R およびコンデンサ C の端子間電圧の大きさを V_R; V_C、回路電流の大きさを I とするとき、以下の関係式が成立する。ここで、ベクトル量には量記号の上に（$\rightarrow$）を付ける。ω は角周波数、f は周波数である。GND は、電位の基準（零電位）で、電圧を測る基準である。

$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_C \tag{12.1}$$

$$\vec{V}_R = R\vec{I}, \quad V_R = RI \tag{12.2}$$

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\, I, \qquad \omega = 2\pi f \tag{12.3}$$

$$V^2 = {V_R}^2 + {V_C}^2 \tag{12.4}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{V_C}{V_R} = \cos^{-1}\frac{V_R}{V} \tag{12.5}$$

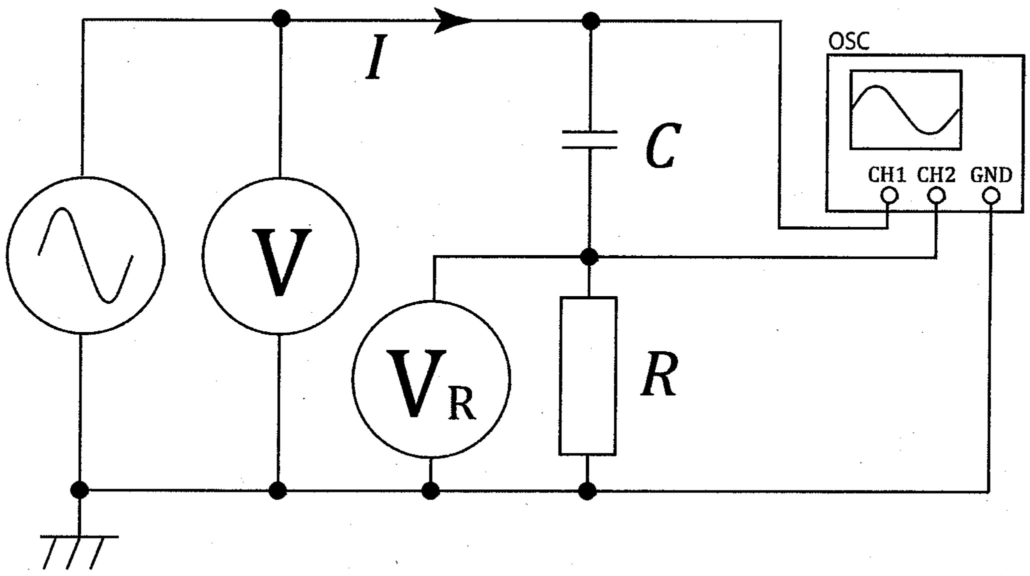

図 12.1: RC 直列交流回路 (実験回路接続図)

電流 I を基準に描いたベクトル図を図 12.2（a）に、電圧 V を基準に描いたベクトルの三角形を図 12.2（b）に示す。電流 I は電圧 V に対し位相が θ だけ進んでいる（図 12.2（a））。電流 I と電圧 V_R は同相 (同方向) である。

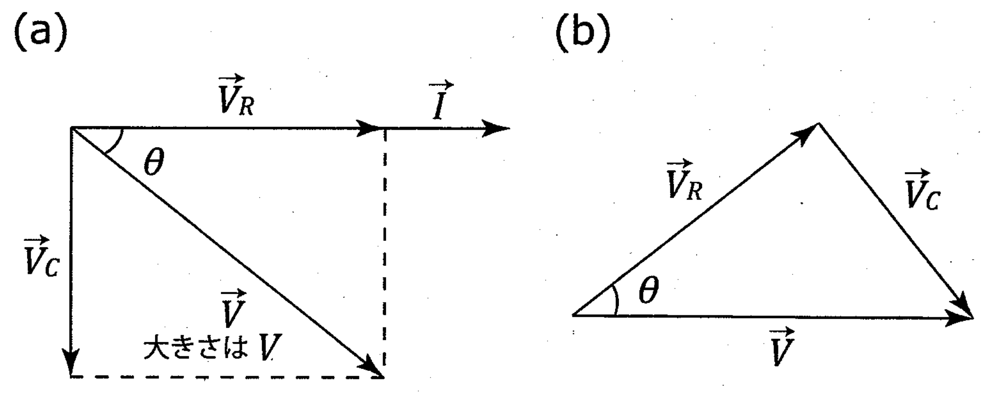

図 12.2: （a）電流基準ベクトル図、（b）電圧基準ベクトルの三角形

電源電圧の大きさ V およびコンデンサの静電容量 C を一定に して、抵抗 R の値を変化させると、抵抗 $R_1, R_2, R_3, \cdots$ に対し、ベクトル $\vec{V}_R$ は図 12.3（a）のように変化する。図 12.3（a）に示す各点 $P_1, P_2, P_3, \cdots$ は抵抗値の変化に対応して移動する。各点 $P_1, P_2, P_3, \cdots$ の軌跡は半円になる。半円の直径は V である。このとき、電流ベクトル $\vec{I}$ のベクトル軌跡も、図 12.3（b）のような半円になる。

半円の直径はωCVである。点P_0は$R=0$のときである。このとき、位相角$\theta=90°$となる。

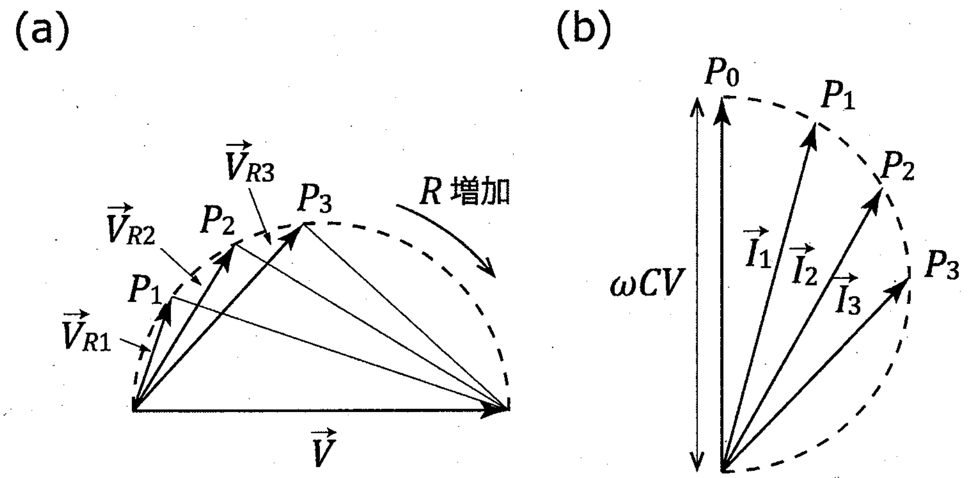

図 12.3: (a) V_Rのベクトル軌跡 (Rを変化)、(b) Iのベクトル軌跡 (Rを変化)

12.3 実験

12.3.1 使用器具

(1) ダイヤル式可変抵抗器
(2) ダイヤル式可変コンデンサ
(3) デジタルマルチメータ（電圧計） 2台
(4) 交流電源（低周波発振器）
(5) オシロスコープ

12.3.2 実験方法

実験-I

(1) 図 12.1 のように配置、配線する（アース側の配線はすべて黒色とする)。
(2) オシロスコープの使い方を復習しながら、電圧計およびオシロスコープを使い交流電源の電圧（実効値）を 2.0V、周波数を 1kHz に調整する。
(3) 電源の電圧、周波数を前記の値に、可変コンデンサCを0.11μF に固定し、抵抗Rを表 12.1 のように変化させて、電圧V_Rを測定、記録する。ただし、Rを変化させたら、電圧Vを 2.0V に再調整する（確認する)。

R kΩ	0.0	0.2	0.4	0.6	1.0	1.4	1.8	2.4	3.2	4.0	5.0	8.0
P	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}

表 12.1: 設定する抵抗値と対応する電力ラベル

(4) 式 (12.1)〜式 (12.5) を用いて、抵抗 R に対するインピーダンスの大きさ Z、電流 I、位相角 θ を指定された単位で求める。

(5) 全員が図 12.3 (a)、図 12.3 (b) のようなベクトル軌道（図）を描く。

※ベクトル軌跡の描き方

図 12.3 (a)（$\vec{V}_R$ のベクトル軌跡）では横軸を電圧とし、10cm を 2V に選ぶ。半円をコンパスで描く。位相角 θ の方向を分度器を使って定める。$\vec{V}_R$ の大きさから点 P を求める。図 12.3 (b)（$\vec{I}$ のベクトル軌跡）では縦軸を電流とし、10cm を 1mA に選び、同様に仕上げる。

実験-II

(1) 電圧 V、周波数 f、コンデンサ容量 C を前記の値とし、1.8kΩ 以下で零を除く 1 つの抵抗について、交流電源の電圧 V、抵抗の端子間電圧 V_R の波形をオシロスコープの CH1 および CH2 で同時に観測する（両波形の基準 (GND) 線を画面中央線に合わせておく）。

(2) 波形をスケッチする。電圧 V、電圧 V_R の最大値、波形の周期 T、位相の時間差 t をカーソル測定機能を用いて求める。ここで、電圧 V_R と電流 I は同相であるから、位相角 θ が求まる。

12.4 実験結果

以下に示す表 12.2、表 12.3 及び、図 12.4 の様に結果をまとめる。

表 12.2: 実験-I の結果（電圧 V= 2.0V、周波数 f=1.0kHz、C=0.11μF）

R /kΩ	V_R /V	Z /kΩ	I /mA			θ /°	P
			式 (12.2) の値	式 (12.3) の値	平均値		

表 12.3: 実験-II の結果（電圧 V= 2.0V、周波数 f=1.0kHz、C=0.11μF）

R /kΩ	V の最大値 $V_{\max}$ /V	V_R の最大値 $V_{R\max}$ /V	周期 T /ms	時間差 t /ms	電流 I /mA	位相差 /°

ただし、電流 $I = \left(V_{R\max}/\sqrt{2}\right)/R$ 、位相角 $\theta = 360 \cdot t/T$　単位に注意して算出する。

保存した波形に、V, V_R, T, t を記入して提出する。

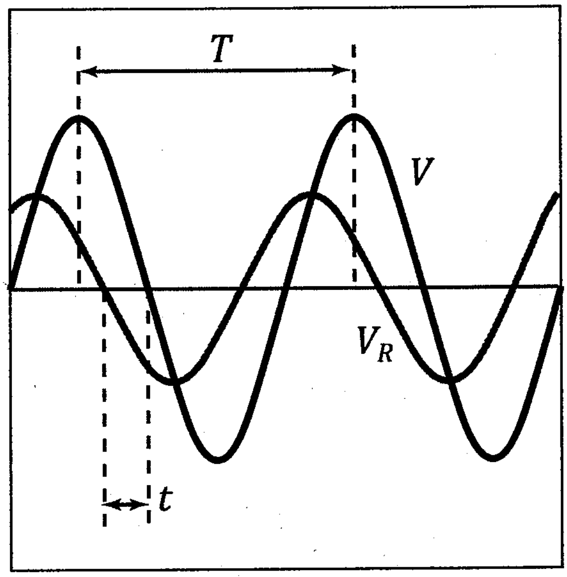

図 12.4: 電圧 V，電圧 V_R の波形

12.5 検討・考察

(1) 電圧、電流のベクトル軌跡は、図 12.3（a）, 図 12.3（b）のように半円になるが、実際はどうなったか? 描くのに苦労した点はどこか? などを具体的に書く。

(2) 抵抗 R の値を 0 から 4 kΩ まで変えたとき, インピーダンス Z のベクトル軌跡はどうなるか?（補足説明を参考にして作図する。）

(3) 表 12.2 と表 12.3 の電流 I、位相角 θ を比較、検討する。

(4) 感想などを記述する。

12.6 補足説明・ベクトルの複素数表示

ベクトル量を、虚数単位 j を用いて複素数表示することがある。例えば、電圧 V、V_C、インピーダンス Z は次のように表す。X_C は容量性リアクタンスと呼ばれる。一記号は、電圧の位相が電流の位相より遅れることで表れる。

$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_C = R\vec{I} - jX_C\vec{I} \tag{12.6}$$

$$\vec{V}_C = -j\vec{X}_C\vec{I} = -j\frac{1}{\omega C}\vec{I} \tag{12.7}$$

$$\vec{Z} = R - jX_C = R - j\frac{1}{\omega C} \tag{12.8}$$

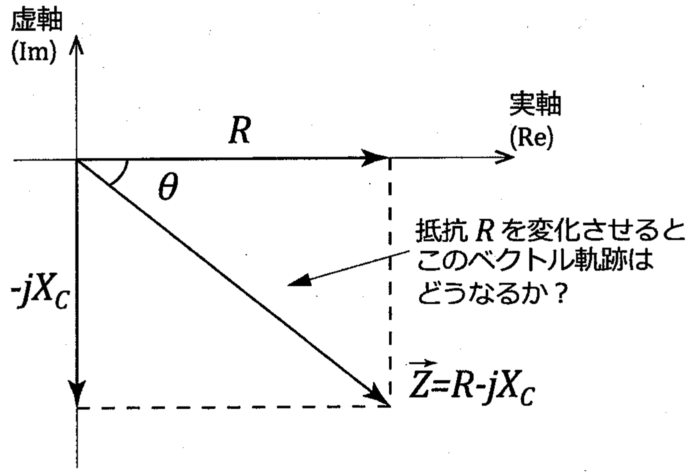

図 12.5: インピーダンス Z の複素数表示例