

## 1 目的

RLC 回路をディジタルオシロスコープより測定し、そこから有効電力と力率を理解することを目的とする。

## 2 原理

負荷電圧、電流の瞬時値を  $\vec{e}, \vec{i}$  とすれば、負荷に消費される瞬時電力  $\vec{p}$  は次式のようになる。

$$\vec{p} = \vec{e} \times \vec{i} \quad (2.1)$$

直流電力は、直流回路の負荷を  $R$ 、負荷電圧  $\vec{e} = E$ 、電流  $\vec{i} = I$  瞬時電力  $\vec{p}$  と直流電力  $P_{dc}$  W は同じで、次式のようになる。

$$P_{dc} = E \times I \quad (2.2)$$

交流電力は、交流回路での負荷がインピーダンス  $\vec{Z} = R \pm jX$  で表される。ただし  $R$  は抵抗分、 $X$  はリアクタンス分を表し、位相角  $\theta$  とすれば、 $\tan \theta = X/R$  である。負荷電圧  $\vec{e} = \sqrt{2}E \sin \omega t$  ならば  $\vec{i} = \sqrt{2}I \sin(\omega t \pm \theta)$  となるので瞬時電力  $\vec{p}$  は次のようになる。

$$\vec{p} = \vec{e} \times \vec{i} = 2EI \sin \omega t \sin(\omega t \pm \theta) \quad (2.3)$$

式 (2.3) を、加法定理より求めることができる式 (2.4) の積和の公式を用いて式変形を行う。

$$2EI \sin \alpha \sin \beta = -EI\{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)\} \quad (2.4)$$

式 (2.3) を式 (2.4) に適応するために、

$$\begin{aligned} \alpha &= \omega t \\ \beta &= \omega t \pm \theta \end{aligned} \quad (2.5)$$

とする。式 (2.5) を式 (2.4) 適応すると、

$$\begin{aligned} &-EI\{\cos(\omega t + \omega t \pm \theta) - \cos(\omega t - (\omega t \pm \theta))\} \\ &= EI \cos \theta - EI(\cos 2\omega t \pm \theta) \end{aligned} \quad (2.6)$$

となる。式 2.3において、右辺第1項は時間  $t$  に関係なく一定であり、第2項は2倍の周波数の正弦波的に変化する。図 2.1 にこれらを示す。式 2.3 で  $\cos \theta$  を力率と呼び、次の式で表される。

$$\cos \theta = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad (2.7)$$

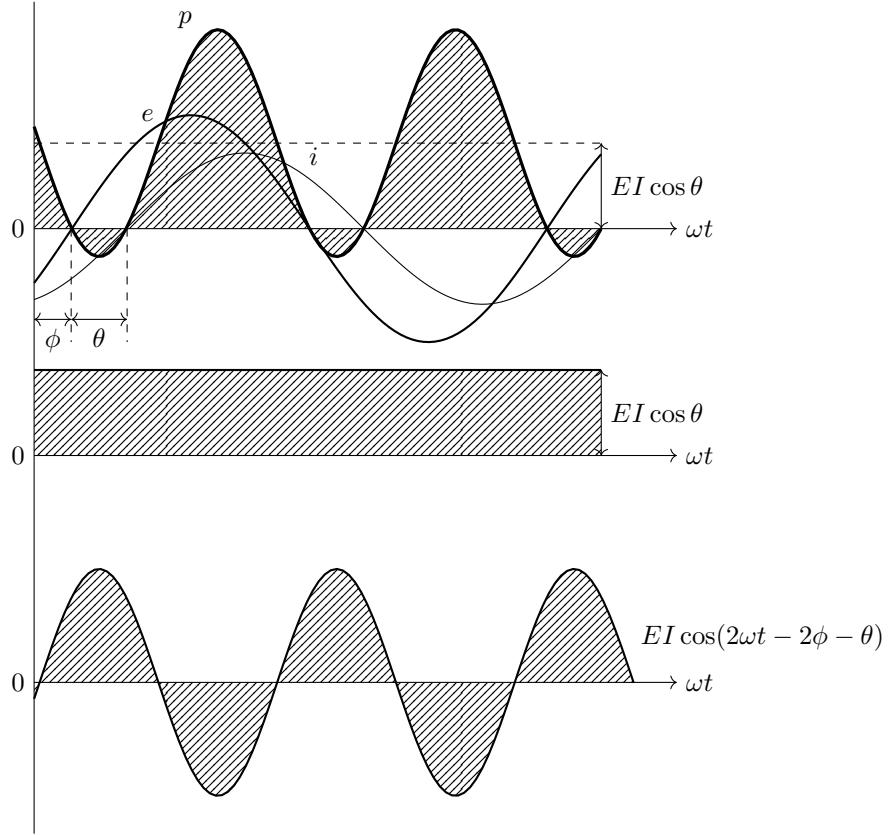


図 2.1: 交流電力の波形

式 2.3 の平均値  $P_{av}$  は 1 周期を  $T$  とすれば次のようになる。

$$\begin{aligned}
 P_{av} &= \frac{1}{T} \int_0^T \vec{p} dt = EI \cos \theta \\
 &= I \sqrt{R^2 + X^2} \times I \times \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \\
 &= I^2 R
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

交流回路の平均電力は負荷電圧、負荷電流の実効値および両者間の位相差の余弦 ( $\cos$ ) の積で示され、抵抗文中で消費される単位時間 (1s) あたりの熱的エネルギーに等しく、これを一般に有効電力と呼ぶ。有効電力を  $P$  W とすれば、

$$P = P_{av} = EI \cos \theta = I^2 R \tag{2.9}$$

であり、もしも負荷が  $R$  のみの場合には

$$P = EI \cos \theta = 1 \tag{2.10}$$

で直流の場合まったく同一である。さて、式の  $\cos \theta$  を除いた部分  $EI$  を見かけの電力：皮相電力といい  $S$  VA で表す。これに無効率  $\sin \theta$  を乗じたものを無効電力  $Q$  Var で表す。

$$Q = EI \sin \theta = I^2 X \tag{2.11}$$

$$\sin \theta = \frac{X}{\sqrt{R^2 + X^2}} \tag{2.12}$$

### 3 実験

今回の実験では、図 3.1 のような RLC 回路を結線し、ディジタルオシロスコープを用いて測定した。このとき、ディジタルオシロスコープ CH1 のプローブは回路全体測るようにし、CH2 のプローブは抵抗のみを測るようにした。

#### 3.1 実験方法

- (1) ディジタルオシロスコープに電源ケーブルをつなげてから電源を入れた。
- (2) ディジタルオシロスコープにプローブを 2 つ接続した後に、CH1 と CH2、MATH の波形が見れるようにした。
- (3) ディジタルオシロスコープの Measure 機能を用いて、「CH1 の周波数」、「CH1 と CH2 の周期 RMS」、「CH1 を基準とした CH2 の位相（波形同士の時間的なずれのこと）」、「MATH の平均値」を表示させた。
- (4) ディジタルオシロスコープの電源を一旦消した。
- (5) ブレッドボードを用いて、図 3.1 のような RLC 回路を結線した。
- (6) 信号発生器に電源ケーブルをつなげた。
- (7) 信号発生器の「AMPLITUDE」を MIN (つまみを一番左まで回す) にし、ATT-20 dB ボタンを押し、FUNCTION を一番右の正弦波ボタンを押した。
- (8) (7) の設定が終わった後に、信号発生器とディジタルオシロスコープの電源を入れた。
- (9) CH1 の周期 RMS(実効値) が常に 2 V になるようにしながら周波数  $f$  を、
  - 1 Hz
  - 10 Hz
  - 15 Hz
  - 30 Hz
  - 100 Hz
  - 1 kHz
  - 5 kHz
  - 10 kHz
  - 100 kHz
  - 200 kHz
  - 300 kHz
  - 500 kHz
  - 900 kHz

に変えて、オシロスコープの波形と (3) で設定した Measure 機能の数値データを USB メモリにそれぞれ保存した。

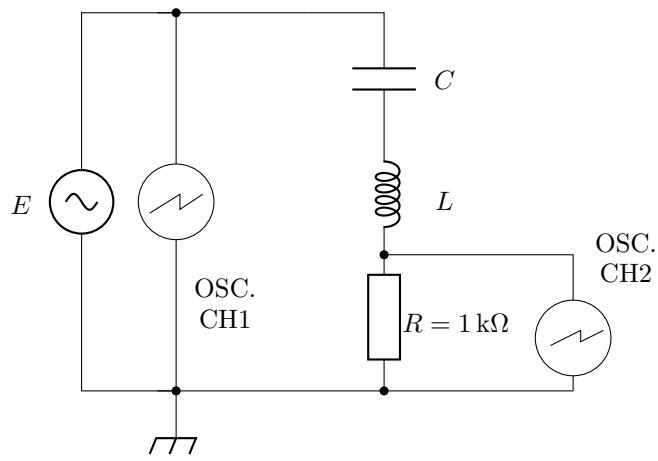


図 3.1: 電力測定回路

### 3.2 実験機器

実験で使用した機器を以下の表 3.1 に示す。

表 3.1: 使用機器

使用機器	規格	管理番号	製造会社
ディジタルオシロスコープ	TBS 1022	8/25	Tektronix
信号発生器	FG-272	L96-000212	KENWOOD
ブレッドボード	SRH-21B		Sunhayato
コンデンサ C/F	$1 \mu\text{F} \pm 10\%$		
インダクタ L/H	$1 \text{ mH} \pm 20\%$		
抵抗 R/Ω	$1 \text{ k}\Omega$		

## 4 実験結果

§3.1にもあるように、今回の実験では周波数  $f$  を変えるために信号発生器のつまみを調整して、それぞれの波形と数値データを USB メモリに記録した。この記録したデータを図 4.1 に示す。表 4.1 には、ディジタルオシロスコープの Measure 機能の数値データを示す。また、表中の？はディジタルオシロスコープの Horizontal の Scale 設定を間違えてるため、波形が大きく表示されて正しく測定できていないことを示す。

表 4.1: ディジタルオシロスコープの測定データ

周波数 $f/\text{kHz}$	CH1 周期 RMS $V_1/\text{V}$	CH2 周期 RMS $V_2/\text{V}$	CH2 位相 $\theta/\circ$	MATH 平均値 $\bar{x}/\text{VV}$
0.001	?	7.95m ?	-80.0 ?	-829 $\mu$
0.010	1.98	130m	85.3	19.7m
0.015	1.99	195m	85.2	46.2m
0.030	1.99	389m	81.0	174m
0.100	2.00	1.06	57.9	1.17
1.000	1.97	1.94	9.83	3.72
5.000	1.98	1.99	-0.370	3.40
10.30	1.98	1.99	-1.85	3.94
100.0	2.02	1.75	-31.8	3.01
200.0	2.00	1.26	-50.8	1.49
300.0	1.98	957m	-59.0	873m
500.0	2.00	570m	-73.8	299m
900.0	2.01	212m	-88.2	20.2m

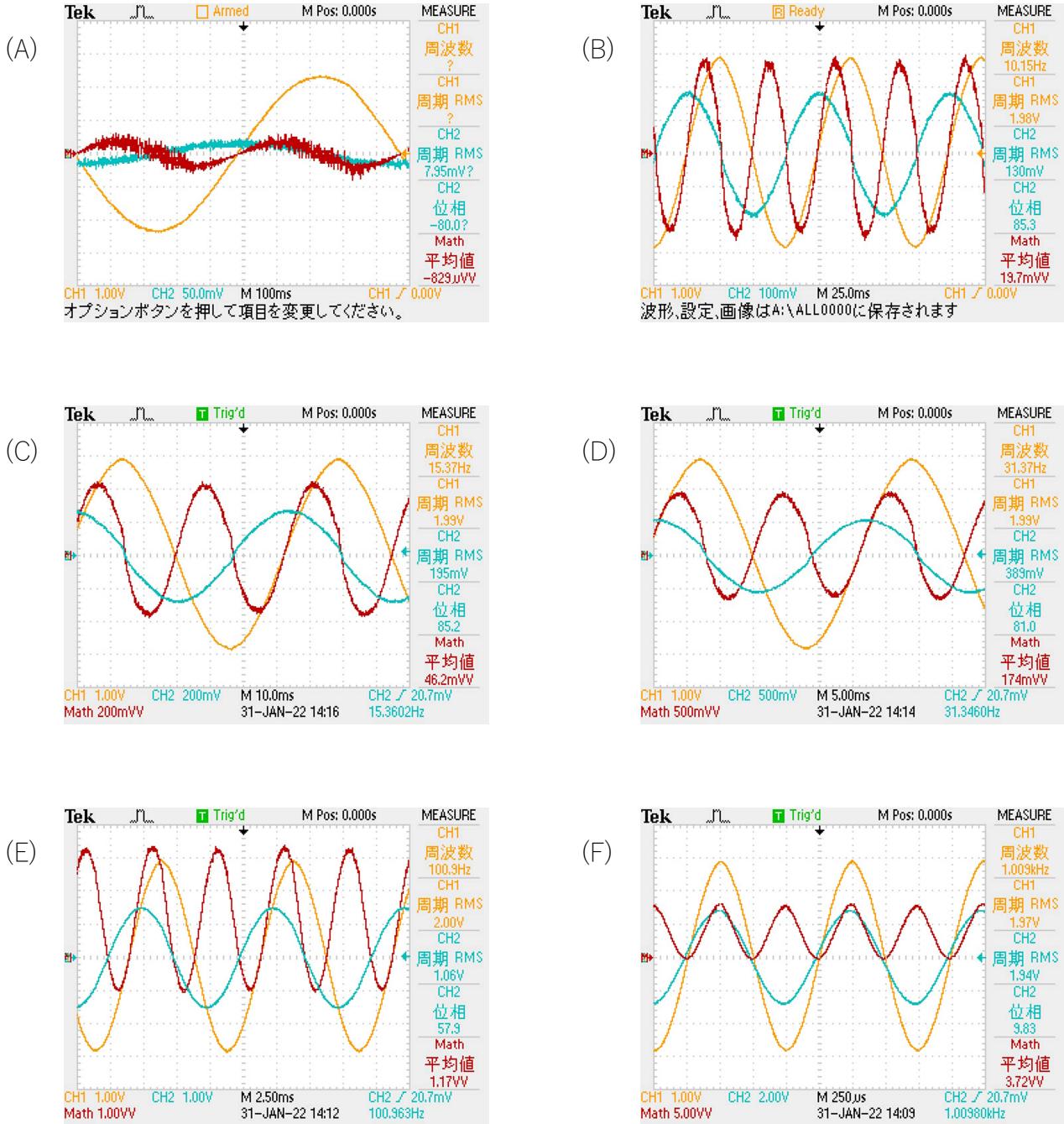


図 4.1: 周波数  $f$  が 1 Hz~1.009 kHz のディジタルオシロスコープ画面

次のページに続く

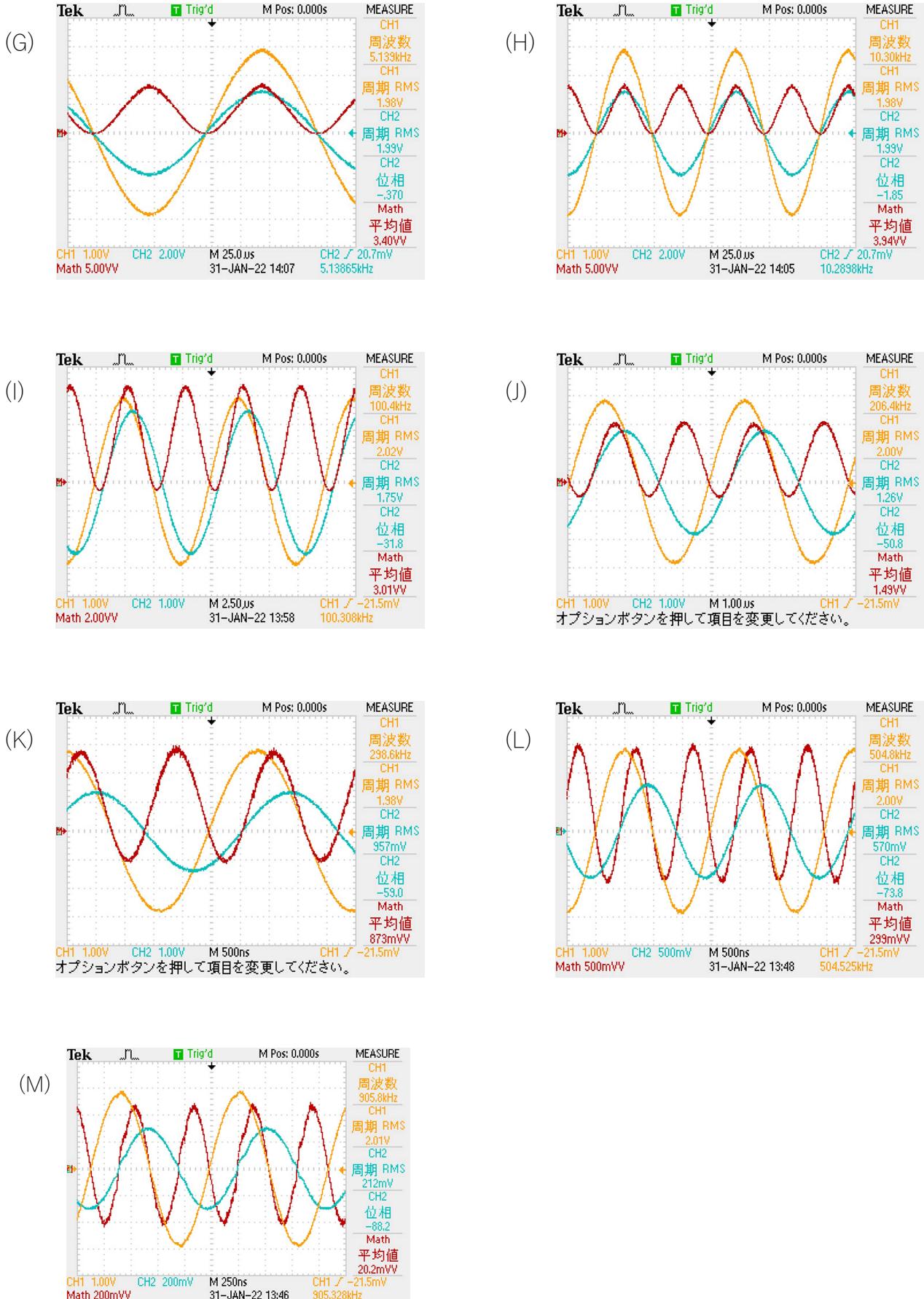


図 4.1: 周波数  $f$  が 5.139 kHz～905.8 kHz のディジタルオシロスコープ画面

最初に図 4.1 のそれぞれの位相を比較すると、信号発生器の周波数  $f$  を 5 kHz に設定したときに、位相は -0.370 でもっとも位相が小さくなっている。これは、この回路においての共振周波数  $f_0$  を計算すると、

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1 \times 10^{-3} \times 1 \times 10^{-6}}} = 5032 \text{ Hz} \quad (4.1)$$

である。そのため、図 4.1(G) の CH1 周波数  $f$  が 5.139 kHz(信号発生器の周波数  $f$  設定が 5 kHz) の時が、今回の実験で測定した周波数  $f$  の中で一番共振周波数  $f_0$  に近いことが分かる。また、この周波数  $f$  が共振周波数  $f_0$  の近似値であるため位相が最も小さくかつ 0 に限りなく近い事が分かる。

周波数  $f$  が 1 Hz～100 Hz と、900 kHz の時は、他のディジタルオシロスコープの画面上の波形と異なり、主に CH2 の波形に大きく波形が乱れている事が読み取れる。

## 5 考察

3つの考察を以下 (1)～(3) に示す。

- (1) 次に、CH1 と CH2 の実効値と位相差 (CH2-CH1) の値を用いて有効電力と力率を求めた計算結果と、ディジタルオシロスコープの MATH 平均値の値を比較する。まず最初に、式 2.9 を使って有効電力を計算するために、電流  $I$  をオームの法則より求める。

$$I = \frac{V_2}{R} \quad (5.1)$$

このとき、 $V_2$  はディジタルオシロスコープの CH2 実効値、 $R$  は直列回路で使用した  $1 \text{ k}\Omega$  の抵抗値を使用する。ここで求めた電流  $I$  は直列回路のため回路全体の電流値である。次に式 2.9 の  $I$  に式 5.1 で求めた値を代入し、表 4.1 より  $\cos \theta$  に位相差  $\theta$ 、 $V_1$  はディジタルオシロスコープの CH1 実効値を代入する。

$$P = V_1 I \cos \theta \quad (5.2)$$

式 5.1 と式 5.2 より求めた値を表 5.1 に示す。表 5.1 内にある「※」は、計算する値に? が含まれているため計算が出来ないことを示している。

次に、表 4.1 の値 MATH 平均値  $\bar{x}$  は「VV」という単位であって、電力の単位 W でないことからこのままでは比較することができない。そのため、MATH 平均値  $\bar{x}$  は以下のようにして単位を変換することにする。

$$VV = V_1 \times V_2 = \frac{V_1 V_2}{R} = V_1 \times I = W \quad (5.3)$$

式 5.3 にあるように MATH 平均値は、CH1・CH2 の実効値の掛け算したものである。CH2 の実効値では図 3.1 より回路全体ではなく抵抗  $R$  分のみの実効値を表している。オームの法則より、電圧値  $V_2$  を抵抗値  $R$  で割ると電流値  $I$  を求めることができる。このようにすると、 $V_1 I$  という式が求められる。また、電力  $W$  を求めるには電圧値  $V_1$  に電流値  $I$  をかけることで求めることができる。つまり、MATH 平均値  $\bar{x}$  は抵抗  $R$  で割ると有効電力と比較することができるようになる。この単位変換した MATH 平均値の値を表 5.1 に示す。

表 5.1: 各周波数  $f$  ごとの有効電力  $P$  と力率  $\theta$  の計算結果

力率 $\theta$	MATH 平均値 $\bar{x}$ / pW	電流値 $I$ / mA	有効電力 $P$ / pW
0.1736	-0.829	※	※
0.0819	19.7	0.13	21.09
0.0836	46.2	0.195	32.47
0.15643	174	0.389	121.10
0.53139	1170	1.06	1126.56
0.98531	3720	1.94	3765.69
0.99997	3400	1.99	3940.12
0.99947	3940	1.99	3938.15
0.84989	3010	1.75	3004.37
0.63202	1490	1.26	1592.71
0.51503	873	0.956	974.91
0.27899	299	0.57	318.05
0.03141	20.2	0.212	13.38

表 5.1 より、MATH 平均値と有効電力を比較する。式 2.1 で求めた瞬時値を式 2.8 で 1 周期の範囲で積分して求めるのが平均値である。また、この平均値を有効電力ということもある。このようなことを踏まえて比較すると、MATH 平均値も有効電力も基本的に MATH 平均値のほうが高い。しかし、どちらの値も  $\mu$  オーダーのため、非常に小さな誤差でしかないと思われる。

- (2) 測定周波数の違いにより、MATH の波形はどのように変化するかを考える。今回は、(3) に記したように MATH の基準が違うところがいくつかあるため、MATH の 1 メモリ当たりが 5 VV にしたときである周波数  $f$  が 1.009 kHz、5.139 kHz、10.30 kHz のみで比較する。周波数  $f$  を大きくしていくと、正弦波の幅が大きくなる。しかし式 4.1 より共振周波数の近似値である 5.139 kHz を境に、1 周期あたりの正弦波の幅が小さくなる。ということが読み取れる。
- (3) 今回の実験ではデジタルオシロスコープの波形と Measure 機能の数値データを USB メモリに記録した。デジタルオシロスコープのデータ整理を後ですることを考えて、波形がなるべく重ならないように scale 倍率を変更した。しかし、MATH の波形がどのように変化するかを考察 (2) ですることを考えていなかったため、MATH の 1 メモリあたりの V 数を統一していなかった。統一しない場合、波形の変化を調べたいのにもかかわらず、基準が違うため比較が難しくなってしまう事が考えられる。

## 6 まとめ

レポートをまとめる上で、有効電力や力率を計算したりすることで理解を深めることができたので、目的は達成したと言える。