1　実験の目的

ディジタルマルチメータで測定した抵抗器の測定結果に、1 次式 ($y = ax + b$) の最小 2 乗法と実験標準偏差の誤差処理を適応し、その結果をレポートにまとめる。

2　原理

今回は原理として 2.1 で 1 次式 ($y = ax + b$) の最小 2 乗法の式を導出し、2.2 で実験標準偏差の式を導出したものを示す。

2.1　1 次式 ($y = ax + b$) の最小 2 乗法

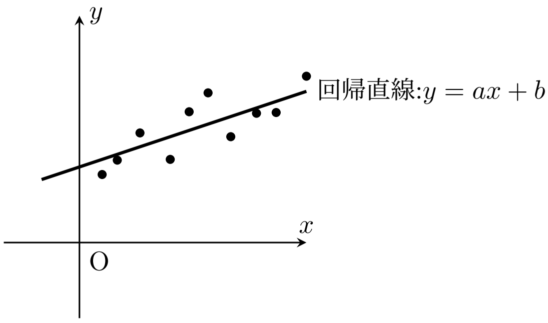

図 2.1: 散布図（相関している）の例グラフ

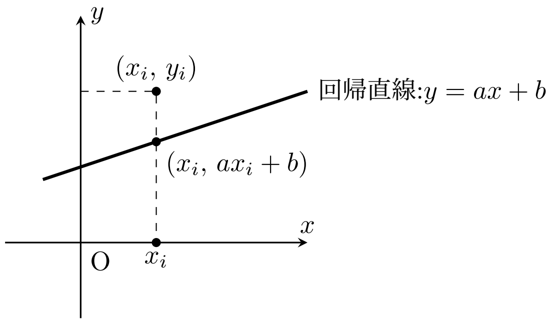

図 2.2: 回帰直線とあるデータの誤差を示すグラフ

もし図 2.1 のように実験結果として散布図が与えられて、その散布図にある程度相関があるとき、このデータを表す実験式として、

$$y = ax + b \tag{2.1}$$

がある。これを回帰直線と言い、式 2.1 の係数 a と b はそれぞれ最小 2 乗法から求めることができる。図 2.2 において、ある実験データ (x_i, y_i) の点と、回帰直線上の点 (x_i, $ax_i + b$) の y 座標の差は

$$y_i - (ax_i + b) \tag{2.2}$$

となり、式 2.2 の 2 乗の総和を L とおくと、

$$L = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2 \tag{2.3}$$

となる。このとき、式 2.3 の a と b を変数とみて L を最小になるように a と b を定める方法を最小 2 乗法という。L が最小となるとき、

$$\frac{\partial L}{\partial a} = 0 \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = 0 \tag{2.5}$$

という式が成り立つ。最初に、係数 a を求めるために式 2.4 に式 2.3 を代入し式変形すると、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial a} &= \frac{\partial}{\partial a} \times \left\{ \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)^2 \right\} \\
&= \sum_{i=1}^{n} 2(y_i - ax_i - b) \times (-x_i) \\
&= 2\sum_{i=1}^{n} (ax_i^2 + bx_i - x_iy_i) = 0 \quad \text{より} \\
a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 &+ b\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} x_iy_i = 0 \\
\therefore a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 &+ b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_iy_i \cdots ①
\end{aligned} \tag{2.6}$$

となる。次に、係数 b を求めるために式 2.5 に式 2.3 を代入し式変形すると、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial b} &= \frac{\partial}{\partial b} \times \left\{ \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)^2 \right\} \\
&= \sum_{n=1}^{n} 2(y_i - ax_i - b) \times (-1) = 0 \quad \text{より} \\
a\sum_{n=1}^{n} x_i &+ b\sum_{n=1}^{n} 1 - \sum_{n=1}^{n} y_i = 0 \\
\therefore a\sum_{n=1}^{n} x_i &+ nb = \sum_{n=1}^{n} y_i \cdots ②
\end{aligned} \tag{2.7}$$

となる。①②は a と b を未知数とする非同次の２元連立１次方程式より、これを行列とベクトルの積の形にまとめると、

$$\begin{bmatrix} \sum_{n=1}^{n} x_i^2 & \sum_{n=1}^{n} x_i \\ \sum_{n=1}^{n} x_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^{n} x_iy_i \\ \sum_{n=1}^{n} y_i \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

2.2 実験標準偏差

3 実験

3.1 実験方法

3.2 実験機器

4 実験結果

5 考察

6 まとめ

7 参考文献