「計算機実験 I」実習 2 (2023-05-10/17)

本日 13:00 までに ITC-LMS の「実習 2 (2023/05/10) 出席・アンケート」あるいは「実習 2 (2023/05/17) 出席・アンケート」に回答してください

- 自習課題: C 言語におけるポインターと配列 (演習時間中に補足説明あり)
  1. ハンドブック 2.3 節 (配列)、2.5 節 (ポインタ)、2.7.3 節 (関数)、2.12.1〜2.12.2 節 (動的な配列の確保) の例題
  2. 補足説明スライド「ポインタと配列」(`pointer.pdf`)
  3. サンプルプログラム (`array.c`, `array2func.c`) を理解する
- 自習課題: グラフの作成
  1. 計算結果をグラフにする際には、以下の点に特に注意する必要がある
     – グラフの横軸や縦軸が整数値を取る変数の場合、小数 (0.5, 1.5 など) の目盛や数字は付けない
     – グラフの縦軸や横軸の値が非常に小さい (大きい) 時には、10 の冪表示とする。(例: 0.00000001 ではなく 10^{-8})
     – グラフの縦軸と横軸には変数名を (必要であれば単位も) 付ける
     – プロットしているデータが一種類の時は、レジェンド (凡例) は不要
     – レジェンドは意味のあるものに。[例: ファイル名 “prog-1.dat” ではなく “Runge-Kutta (h=0.01)”]
     – 収束の様子 (冪) を見る (見せる) には、収束先の値を引いた上で両 log プロットする。指数関数的な収束の場合には片 log プロットを使う

     gnuplot (あるいは他を使っている場合はそのソフト) で、これらをどのように設定するか調べよ
- レポート課題[*1][*2]
  1. 空気による摩擦のあるバネの問題を考える。壁にバネが繋がれ、バネの先には質量 m の物体が繋がっている。床との摩擦は考えないものとする。バネの伸びる方向に x 座標を取り、自然長の位置を原点とすると、物体の運動方程式は以下のように与えられる。

     $$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -kx - \kappa\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

     ここで、k はバネ定数、κ は摩擦の比例定数とする。Euler 法を使い $x(t)$ を $t = 30$ まで計算せよ。その際、刻み幅 h の大きさを変化させ、解の変わる様子を確認せよ。ただし、$k = 2$、$\kappa = 0.2$、$m = 1$、初期条件は $x(0) = 10$、$x'(0) = 0$ とする。さらに、3 次の Runge-Kutta 法、4 次の Runge-Kutta 法を用いて同様の計算を行い、精度の向上の様子を調べよ
  2. 古典調和振動子 $H = \frac{1}{2}(p^2 + q^2)$ をオイラー法、4 次の Runge-Kutta 法により解き、横軸を p、縦軸を q とした 2 次元位相空間上の軌道をプロットせよ。また、全エネルギー時間変化の様子を観察せよ。次に、逆オイラー法、リープ・フロッグ法を用いて計算を行い、同様のプロットを行った上で、全エネルギーのゆらぎの刻み幅 h 依存性を調べよ
  3. Numerov 法とシューティング法を用いて、一次元井戸型ポテンシャル中の粒子のシュレディンガー方程式の固有エネルギーと固有関数の組をいくつか求めよ

[*1] 5/31 締切のレポート No.1 では、前回実習 1 のレポート課題から 2 問と今回のレポート課題から 1 問を選んで回答

[*2] 言語の指定がない課題については、Python や Julia などでプログラムを作成してもよい。ただし、その場合でも収束の様子などの解析はきちんと行うこと

4. ローレンツ方程式は、カオス的な振る舞いを示す非線形方程式の代表例である

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= -\sigma x + \sigma y \\
\dot{y} &= -xz + rx - y \\
\dot{z} &= xy - bz
\end{aligned}
$$

パラメータを $\sigma = 10, b = 8/3, r = 28$、初期条件を $(x, y, z) = (0, 1, 0)$ として、Runge-Kutta 法を用いてローレンツ方程式を数値的に解き、軌道を 3 次元プロットせよ。また、わずかにずらした初期値 (例: $y = 1 \to 1 + \epsilon$) を考え、もとの軌道からのずれがどのように拡大していくかプロットせよ

5. 方程式によっては、刻み幅を小さくしても、なかなか精度が上がらないものがある。一つの例として、"硬い方程式" が知られている。"硬い方程式" とは何か、これを精度良く解くためにはどうすれば良いか調べよ[*3]。また、具体的な問題について計算を行ってみよ

[*3] 例えば、三井斌友「常微分方程式の数値解法」（岩波オンデマンド）などが参考になる