疑似乱数とは

- 計算機でプログラムに従って生成する乱数 (のようなもの)
- 乱数は何に役立つか？
  - 等式のチェック、例外の発見
  - 初期値にランダムネスを入れることで最悪の場合を避ける
  - サンプリングを使ったシミュレーション (→計算機実験 II)
- 乱数を使う場合の注意
  - 計算式に従って生成するため周期は有限であり、必ず何らかの相関がある
  - 初期化 (種の設定) を正しく行う
  - 実際にそれらしい乱数が生成されているか目で見て確認する
- 代表的な乱数発生器のひとつ: メルセンヌ・ツイスター
  - 周期 $2^{19937}-1$、高速、日本製!
  - ヘッダファイル: mersenne_twister.h
  - サンプルプログラム: random.c

様々な分布

- 乱数発生器は通常、一様な整数乱数あるいは実数乱数を生成
- 一様分布以外の分布にしたがう乱数の発生方法の代表例
- 逆関数法
  - 確率分布関数 $F(x)$ の逆関数 $F^{-1}(y)$ と (0,1) の一様乱数 u から $v = F^{-1}(u)$
  - 例: 指数分布 $p(x) = \frac{1}{\mu} e^{-x/\mu}$
    $F(x) = 1 - e^{-x/\mu} \qquad F^{-1}(y) = -\mu \log(1-y)$
  - 一般の確率分布関数について逆関数を求めるのは困難
- 棄却法
  - 確率密度関数を完全に囲むような箱を用意し、その箱の中で一様乱数を生成
  - 確率密度関数の下側の点が生成されたら、その x 座標を乱数として採用。上側の点の場合には再度生成
  - もとの確率密度関数よりも箱が大きくなりすぎると非効率

Box-Muller 法

- 一様分布乱数から正規分布乱数を生成する方法
  - 2 次元の (標準) ガウス分布を考える

$$f(x,y)\,dx\,dy = \frac{1}{2\pi} e^{-(x^2+y^2)/2}\,dx\,dy$$

  - 極座標 (r,θ) に変換 $(x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta)$

$$\frac{1}{2\pi} e^{-(x^2+y^2)/2}\,dx\,dy = \frac{1}{2\pi} r\,e^{-r^2/2}\,dr\,d\theta$$

  - θ は $(0,2\pi)$ の一様分布
  - r は $f(r) = r\,e^{-r^2/2}$ に従う → 逆関数法で生成

$$F(r) = \int_0^r f(r)\,dr = 1 - e^{-r^2/2}, \qquad r = F^{-1}(q) = \sqrt{-2\log(1-q)}$$

  - 二つの一様乱数から二つの独立な正規分布乱数が生成される