Estadística para la Investigación

Javier Horacio Pérez Ricárdez

3 de septiembre de 2024

1 Introducción

En este ejercicio, se busca probar la hipótesis nula $H_0: \rho = 0$ contra la alternativa $H_1: \rho \neq 0$ utilizando los datos de tiempos de ensamblaje en la mañana (x) y en la tarde (y) para 10 mecánicos. Los datos son los siguientes:

x	y
11.1	10.9
10.3	14.2
12.0	13.8
15.1	21.5
13.7	13.2
18.5	21.1
17.3	16.4
14.2	19.3
14.8	17.4
15.3	19.0

Table 1: Tiempos de ensamblaje en la mañana (x) y en la tarde (y)

2 Cálculo del Coeficiente de Correlación de Pearson

El primer paso es calcular el coeficiente de correlación de Pearson (r) para los datos proporcionados. Utilizando la fórmula estándar de correlación de Pearson:

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

El valor calculado de r es:

$$r = 0.7317$$

3 Cálculo del Estadístico Z

Usando la fórmula para ${\cal Z}$ proporcionada en la imagen:

$$Z = \frac{\sqrt{n-3}}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right)$$

Sustituyendo los valores:

$$Z = \frac{\sqrt{10 - 3}}{2} \ln \left(\frac{1 + 0.7317}{1 - 0.7317} \right)$$

$$Z = 2.4668$$

4 Cálculo del Estadístico z

El estadístico z se calcula utilizando:

$$z = \sqrt{n-3} \cdot Z$$

Sustituyendo los valores:

$$z = \sqrt{10 - 3} \cdot 2.4668 = 6.5266$$

5 Prueba de Hipótesis

Comparando el valor calculado de z con el valor crítico de 1.96 para un nivel de significancia de $\alpha=0.05$ en una prueba bilateral:

$$|z| = 6.5266 > 1.96$$

Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula $H_0: \rho = 0$. Esto indica que hay evidencia suficiente para concluir que la correlación entre los tiempos de ensamblaje en la mañana y en la tarde es significativamente diferente de cero.

6 Conclusión

El análisis realizado muestra que existe una correlación significativa entre los tiempos de ensamblaje en la mañana y en la tarde para los 10 mecánicos. El valor calculado del estadístico z es muy alto, lo que sugiere que la correlación es diferente de cero con un alto nivel de confianza.