

# Chapitre 1

## Retrait de sommets d'un DST (suite des travaux)

### 1.1 Présentation de différents cas de figure

#### 1.1.1 Retraits avec fusion

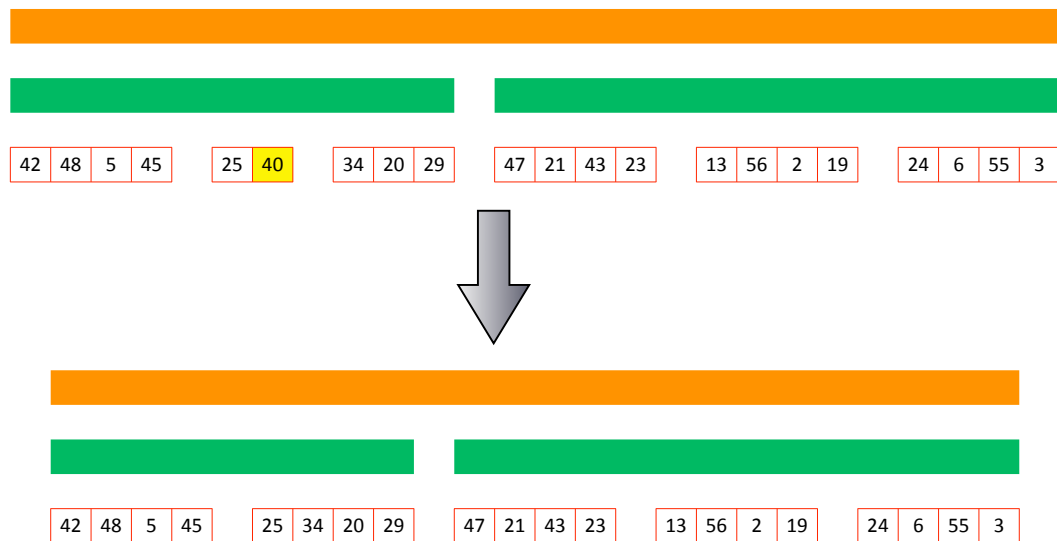


FIGURE 1.1 – Exemple de retrait : le sommet 40 quitte un DST [2,4]

Ici, le départ de 40 laisse un nœud orphelin, le 25, que le groupe à sa droite peut accueillir.

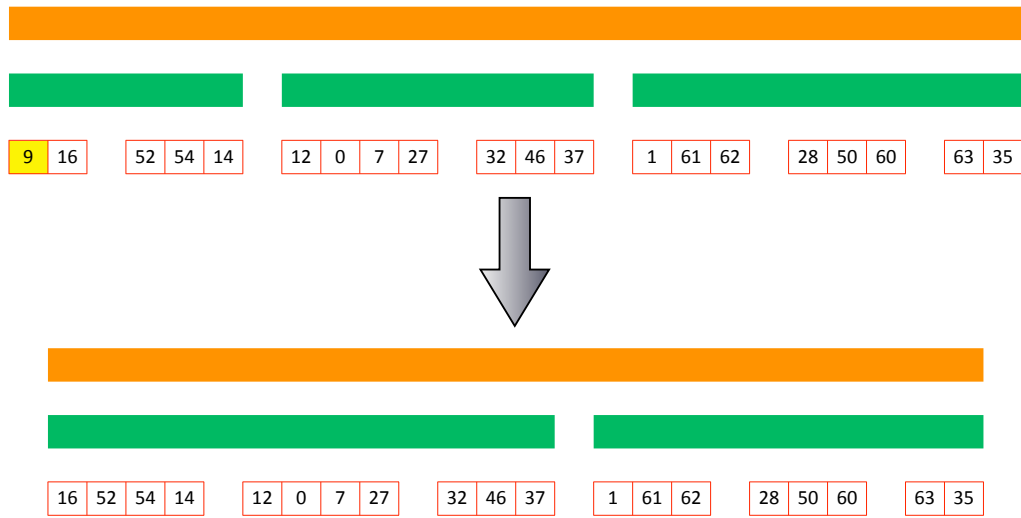


FIGURE 1.2 – Exemple de retrait : le sommet 9 quitte un DST [2,4]

Cette fois, la fusion de 16 avec le groupe [52 ... 14] provoque la fusion de l'étage supérieur (vert) qui a de la place.

## 1.2 Retraits avec transfert

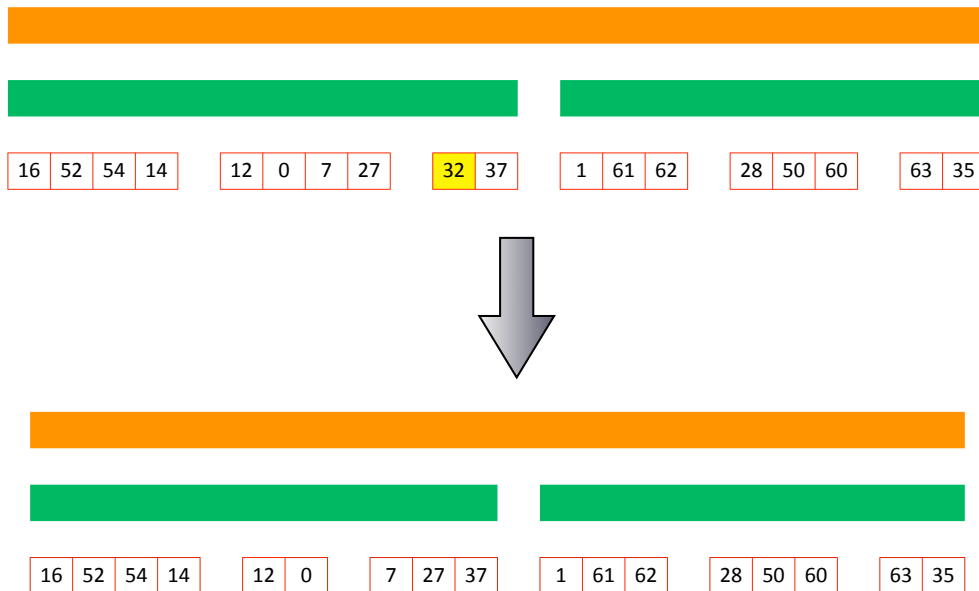


FIGURE 1.3 – Exemple de retrait : le sommet 32 quitte un DST [2,4]

Les groupes [16 ... 14] et [12 ... 27] n'ont pas de place pour accueillir 37. Il va donc y avoir un transfert de [7, 27] vers 37. À noter qu'un transfert ne provoque pas de propagation aux étages supérieurs puisqu'il ne réalise qu'une nouvelle répartition des membres d'un étage donné, sans modifier leur nombre, contrairement à la fusion.

## 1.3 Détail des opérations de retrait

### 1.3.1 La fonction LEAVE()

Lorsqu'un nœud quitte le DST, il doit exécuter la fonction LEAVE()

---

**Algorithme 1** : Le départ

---

```
1: procedure LEAVE( )  
                                     ▷ travaille sur des copies des tables de routage  
2:   cpy_brothers  $\leftarrow$  me.brothers  
3:   cpy_preds  $\leftarrow$  me.preds
```

---

Cette fonction modifiant les tables de routage et de prédécesseurs, on travaille sur des copies de ces tables.

---

**Algorithme 1** : LEAVE (suite)

---

```
4:   for stage  $\leftarrow$  0 to (height(me.brothers) - 1) do  
                                     ▷ INFORME MES PRÉDÉCESSEURS DE MON DÉPART  
5:     for pred  $\leftarrow$  0 to (size(cpy_preds[stage]) - 1) do  
6:       if (cpy_preds[stage][pred].id  $\neq$  me.id) then  
7:         if (stage = 0) then  
8:           SEND_MSG_ASYNC(cpy_preds[stage][pred].id, del_bro(stage, me.id))  
9:         else  
10:          new_rep_id  $\leftarrow$  un de mes frères de l'étage 0 choisi aléatoirement  
11:          SEND_MSG_ASYNC(cpy_preds[stage][pred].id,  
12:                        repl_bro(stage, new_rep_id))  
13:        end if  
14:      end if  
                                     ▷ prédécesseur suivant  
14:    end for
```

---

À chaque étage, le nœud courant doit prévenir chacun de ses prédécesseurs de son départ :

- à l'étage 0, le prédécesseur doit simplement ôter ce nœud de sa table de routage. (fonction DEL\_BRO())
- aux autres étages, le prédécesseur doit utiliser un autre représentant que le nœud courant. (fonction REPL\_BRO()) Ce sera un de ses frères de niveau 0 choisi aléatoirement.

---

**Algorithme 1** : LEAVE (suite)

---

```
15:      for brother  $\leftarrow$  0 to (size(cpy_brothers[stage]) - 1) do
16:          if (cpy_brothers[stage][brother].id  $\neq$  me.id) then
17:              SEND_MSG_ASYNC(cpy_brothers[stage][brother].id,
18:                  del_pred(stage, me.id))
19:          end if
20:      end for
```

▷ INFORME MES FRÈRES DE MON DÉPART  
▷ frère suivant  
▷ étage suivant

---

Ensuite, chacun des frères doit également être prévenu : ils ne peuvent plus avoir le nœud courant comme prédécesseur. (fonction DEL\_PRED())

---

**Algorithme 1** : LEAVE (suite)

---

```
21:      if (size(me.brothers[0])  $\leq$  a) then
22:          idx  $\leftarrow$  index d'un de mes frères de l'étage 0
23:          SEND_MSG_SYNC(me.brothers[0][idx].id, merge_req())
24:      end if
25: end procedure
```

---

Ceci fait, si le groupe courant est devenu trop petit, alors l'un de ses membres est chargé de traiter ce cas en exécutant la fonction MERGE\_REQ().

### 1.3.2 La fonction MERGE\_REQ()

Cette fonction parcourt le DST de bas en haut, tant que l'étage courant est trop petit. À chaque étage, elle regarde si on doit réaliser une fusion ou un transfert et transmet les ordres en conséquence.

---

**Algorithme 2** : Traite les fusions ou transferts consécutifs à un départ

---

```
1: procedure MERGE_REQUEST( )
2:     stage  $\leftarrow$  0
3:     size_last_stage  $\leftarrow$  0
4:     while (size(me.brothers[stage]) < a) and (stage < height(me.brothers) - 1) do
5:         pos_contact  $\leftarrow$  merge_or_transfer(me, stage)
```

---

C'est la fonction `MERGE_OR_TRANSFER()` qui est chargée d'examiner si une fusion est possible. Si c'est le cas, elle retourne la position d'un contact de l'étage supérieur qu'on pourra joindre pour réaliser cette fusion. Sinon, elle retourne -1, auquel cas on réalisera alors un transfert.

---

**Algorithme 2 :** `MERGE_REQUEST` (suite)

---

```

6:      if (pos_contact > -1) then                                     ▷ UNE FUSION EST POSSIBLE

7:          transfer ← 0
8:          pos_me ← index(stage + 1, me.id)

                                     ▷ demande au contact de réaliser une première fusion ...
9:          if (pos_me > pos_contact) then
10:             right ← 11
11:          else
12:             right ← 10
13:          end if

14:          SEND_MSG_SYNC(me.brothers[stage + 1][pos_contact].id,
              merge(stage, pos_me, pos_contact, right, me.brothers[stage]))
                                     ▷ ... puis lui demande de diffuser une tâche de fusion
15:          if (pos_me > pos_contact) then
16:             right ← 1
17:          else
18:             right ← 0
19:          end if

20:          SEND_MSG_SYNC(me.brothers[stage + 1][pos_contact].id,
              broadcast_merge(stage, pos_me, pos_contact, right, me.brothers[stage]))

```

---

Une fusion est possible. On commence par demander au contact de réaliser une première fusion, puis, sa table de routage étant alors correcte, on lui demande de lancer une diffusion de cette tâche de fusion pour mettre à jour tout son voisinage.

La fonction `MERGE()` chargée de la fusion proprement dite a besoin de savoir dans quel sens elle doit être réalisée. C'est le rôle de la variable *right*.<sup>1</sup>

---

**Algorithme 2 :** `MERGE_REQUEST` (suite)

---

```

21:                                     ▷ après la fusion, l'étage supérieur contient deux représentants du même groupe

22:          CLEAN_UPPER_STAGE(stage, pos_me, pos_contact)                                     ▷ exécution locale
                                                         ▷ diffusion
23:          BROADCAST(me, stage+1, clean_upper_stage(stage, pos_me, pos_contact))

```

---

1. voir les détails de la fonction `MERGE()` pour les différences entre 1, 11 et 0, 10.

Après la fusion, l'étage supérieur contient deux représentants du même groupe et il faut donc le "nettoyer". La fonction `CLEAN_UPPER_STAGE()` s'en charge. Elle est premièrement exécutée en local pour que sa diffusion se déroule ensuite correctement.

---

**Algorithme 2** : `MERGE_REQUEST` (suite)

---

```

24:      else
25:                                     ▷ FUSION IMPOSSIBLE - IL FAUT FAIRE UN TRANSFERT
26:       $pos\_me\_up \leftarrow \text{index}(stage + 1, me.id)$ 
27:      on peut sortir cette variable puisqu'elle est utilisée dans les deux cas du If

29:      if ( $pos\_me\_up = 0$ ) then
30:           $pos\_contact \leftarrow 1$ 
31:           $right \leftarrow 0$ 
32:           $cut\_pos \leftarrow b - a - 1$ 
33:      else
34:           $pos\_contact \leftarrow pos\_me\_up - 1$ 
35:           $right \leftarrow 1$ 
36:           $cut\_pos \leftarrow a$ 
37:      end if

38:       $contact\_id \leftarrow me.brothers[stage + 1][pos\_contact].id$ 

39:       $answer \leftarrow \text{SEND\_MSG\_SYNC}(contact\_id,$ 
                                      $\text{transfer}(stage, right, cut\_pos, me.id))$ 

```

---

La fusion n'étant cette fois pas possible, on demande au groupe voisin (contacté via *contact\_id*) d'exécuter la fonction `TRANSFER()`. Celle-ci le coupe (à la position *cut\_pos*) et retourne les membres extraits dans *answer*.<sup>2</sup>

---

**Algorithme 2** : `MERGE_REQUEST` (suite)

---

```

40:                                     ▷ AJOUTE LES NŒUDS REÇUS

41:       $current\_bro \leftarrow me.brothers[stage]$                                      ▷ sauvegarde l'étage courant

42:                                     ▷ chaque membre de la branche courante ajoute les nœuds reçus
43:       $\text{BR\_ADD\_BRO\_ARRAY}(stage, answer.rep\_array, \text{mod}((right + 1), 2))$ 

44:                                     ▷ chaque membre du groupe reçu ajoute les nœuds courants
45:       $\text{SEND\_MSG\_SYNC}(answer.rep\_array[0].id,$ 
                                      $\text{br\_add\_bro\_array}(stage, current\_bro, right))$ 

```

---

Il s'agit maintenant de fusionner le groupe extrait du voisin avec le groupe courant.

Étudier s'il aurait été possible de réutiliser la fonction `MERGE()` de la partie fusion. voir

---

2. Voir le descriptif de cette fonction pour plus de détails

aussi la réutilisation de NOUVEAU\_FRÈRE\_REÇU()

La fonction BR\_ADD\_BRO\_ARRAY() diffuse une tâche d'ajout d'un ensemble de membres donné dans le groupe courant.

Il faut donc réaliser deux diffusions : une sur le groupe courant pour qu'il ajoute les membres extraits et une autre sur le groupe extrait pour qu'il ajoute les membres du groupe courant.

---

**Algorithme 2** : MERGE\_REQUEST (suite)

---

```
46:                                     ▷ nettoyage de l'étage supérieur
47:                                     ▷ exécution locale
48:     UPDATE_UPPER_STAGE(stage, pos_contact, answer.stay_id)

49:                                     ▷ diffusion
50:     BROADCAST(me, stage + 1,
51:               update_upper_stage(stage, pos_contact, answer.stay_id))
51:     end if

52:     stage ← stage + 1                                     ▷ étage suivant
53: end while
```

---

Tout comme dans la partie fusion, l'étage supérieur contient maintenant deux représentants du même groupe et il faut corriger cela. La fonction UPDATE\_UPPER\_STAGE() s'en charge.

■ pourquoi ne pas avoir utilisé CLEAN\_UPPER\_STAGE() ? expliquer

Elle est premièrement exécutée en local pour que sa diffusion se déroule ensuite correctement.

■ on voit qu'au final, on réalise une fusion dans les deux cas (fusion et transfert). Pas d'harmonisation possible ?

---

**Algorithme 2** : MERGE\_REQUEST (suite)

---

```
54:                                     ▷ TRAITEMENT DE LA RACINE

55:     i ← 0
56:     while (me.brothers[0][i].id = me.id) do
57:         i ← i + 1
58:     end while

59:     size_last_stage ← SEND_MSG_SYNC(me.brothers[0][i].id,
60:                                     get_size(height(me.brothers) - 1))
61:     if (size_last_stage = 1) then                                     ▷ détruit la racine
62:         BROADCAST(me, height(me.brothers) - 1, del_root(height(me.brothers)))
62:     end if
63: end procedure
```

---

Une fois l'ensemble des étages parcouru, on examine la racine. Si elle ne comporte qu'un enfant, c'est qu'il faut la supprimer. On diffuse pour cela la fonction DEL\_ROOT() sur l'ensemble du

DST.

---

**Algorithme 3** : Transfert de nœuds du groupe courant vers un groupe appelant

---

```
1: procedure TRANSFER(st, right, cut_pos)
2:   if (right = 1) then
3:     start  $\leftarrow$  cut_pos
4:     end  $\leftarrow$  size(me.brothers[stage]) - 1
5:     answer.stay_id  $\leftarrow$  me.brothers[stage][cut_pos - 1].id
6:   else
7:     start  $\leftarrow$  0
8:     end  $\leftarrow$  cut_pos
9:     answer.stay_id  $\leftarrow$  me.brothers[st][cut_pos + 1].id
10:  end if

11:  for i  $\leftarrow$  start to (end) do
12:    answer.rep_array[i - start] = me.brothers[st][i]
13:  end for

14:  BROADCAST(me, st, cut_node(st, right, cut_pos))

15:  return answer
16: end procedure
```

---



---

**Algorithme 4** : Scinde un nœud lors d'un transfert

---

```
1: procedure CUT_NODE(stage, right, cut_pos)
2:   pos_me  $\leftarrow$  index(me.brothers[stage], me.id)

3:   if (right = 0) then
4:     start  $\leftarrow$  0
5:     end  $\leftarrow$  cut_pos
6:     new_node  $\leftarrow$  me.brothers[stage][cut_pos + 1]
7:   else
8:     start  $\leftarrow$  cut_pos
9:     end  $\leftarrow$  size(me.brothers[stage]) - 1
10:    new_node  $\leftarrow$  me.brothers[stage][0]
11:   end if

12:   if (pos_me  $\geq$  start and pos_me  $\leq$  end) then
13:     SHIFT_BRO(stage + 1, new_node, right)
14:   end if

15:   if (right = 0) then
16:     if (pos_me  $\leq$  cut_pos) then
17:       start  $\leftarrow$  cut_pos + 1
18:       end  $\leftarrow$  size(me.brothers[stage] - 1)
19:     else
20:       start  $\leftarrow$  0
21:       end  $\leftarrow$  cut_pos
22:     end if
23:   else
24:     if (pos_me < cut_pos) then
25:       start  $\leftarrow$  cut_pos
26:       end  $\leftarrow$  size(me.brothers[stage] - 1)
27:     else
28:       start  $\leftarrow$  0
29:       end  $\leftarrow$  cut_pos - 1
30:     end if
31:   end if

32:   DEL_MEMBER(stage, start, end)
33: end procedure
```

---

---

**Algorithme 5** : Supprime une partie du groupe courant à un étage donné

---

```
1: procedure DEL_MEMBER(stage, start, end)
2:   nb_del  $\leftarrow$  end - start + 1
3:   if (nb_del = 0) then
4:     return
5:   end if                                     ▷ mémorise les nœuds à effacer avant de commencer

6:   for i  $\leftarrow$  0 to (nb_del - 1) do
7:     id_del[i]  $\leftarrow$  me.brothers[stage][start + i].id
8:   end for                                     ▷ boucle d'effacement

9:   for i  $\leftarrow$  0 to (nb_del - 1) do
10:    if (id_del[i]  $\neq$  me.id) then             ▷ ne pas effacer 'moi'
11:      pos2del  $\leftarrow$  index(me.brothers[stage], id_del[i])

12:      if (pos2del < size(me.brothers[stage] - 1)) then
13:        for j  $\leftarrow$  pos2del to (size(me.brothers[stage] - 1)) do
14:          me.brothers[stage][j]  $\leftarrow$  me.brothers[stage][j + 1]
15:        end for
16:      else
17:        j  $\leftarrow$  pos2del
18:      end if

19:      me.brothers[stage][j].id  $\leftarrow$  -1
20:      SEND_MSG_ASYNC(id_del[i], del_pred(stage, me.id))
21:    end if                                     ▷ 'moi' n'est plus prédécesseur de id_del[i]
22:  end for
23: end procedure
```

---

---

**Algorithme 6** : Décale les membres du groupe pour en accueillir un nouveau à la position de 'moi'. Le membre en trop est détruit.

---

```

1: procedure SHIFT_BRO(stage, new_node, right)
    ▷ s'assure de n'exécuter cette fonction qu'une fois (elle est diffusée par cut_node)
2:   pos_new_node  $\leftarrow$  index(me.brothers[stage], new_node.id)
3:   if (pos_new_node > -1) then
4:     return
5:   end if

6:   pos_me  $\leftarrow$  index(me.brothers[stage], me.id)

7:   if (right = 1) then
8:     if (pos_me < b) then
9:       lost_id  $\leftarrow$  me.brothers[stage][pos_me + 1].id
10:      me.brothers[stage][pos_me + 1]  $\leftarrow$  me.brothers[stage][pos_me]
11:    else
12:      Affiche un message d'erreur et stoppe la procédure
13:    end if
14:  else
15:    if (pos_me > 0) then
16:      lost_id  $\leftarrow$  me.brothers[stage][pos_me - 1].id
17:      me.brothers[stage][pos_me - 1]  $\leftarrow$  me.brothers[stage][pos_me]
18:    else
19:      Affiche un message d'erreur et stoppe la procédure
20:    end if
21:  end if

22:  me.brothers[stage][pos_me]  $\leftarrow$  new_node
    ▷ 'moi' doit être un prédécesseur de new_node

23:  SEND_MSG_ASYNC(new_node.id, add_pred(stage, me.id))
    ▷ 'moi' ne doit plus être un prédécesseur de lost_id

24:  SEND_MSG_ASYNC(lost_id, del_pred(stage, me.id))
25: end procedure

```

---

---

**Algorithme 7** : regarde s'il faut faire une fusion ou un transfert. Retourne la position d'un contact pour la fusion ou -1 si tranfert

---

```
1: procedure MERGE_OR_TRANSFERT(stage)

2:   idx_bro  $\leftarrow$  0
3:   merge  $\leftarrow$  0

4:   while (merge = 0 and idx_bro < size(me.brothers[stage + 1])) do

5:     if (me.brothers[stage + 1][idx_bro].id  $\neq$  me.id) then

6:       size  $\leftarrow$  SEND_MSG_SYNC(me.brothers[stage + 1].[idx_bro].[id],
                                get_size(stage))

7:       if (size  $\leq$  b - size(me.brothers[stage])) then
8:         merge  $\leftarrow$  1
9:       end if
10:    end if

11:    idx_bro  $\leftarrow$  idx_bro + 1
12:  end while

13:  if (merge = 1) then
14:    return idx_bro - 1
15:  else
16:    return -1
17:  end if
18: end procedure
```

---

---

**Algorithme 8** : fusionne des nœuds “orphelins” (*source*) au groupe courant (*cible*)

---

```
1: procedure MERGE(nodes_array, nodes_array_size, stage, pos_me, pos_contact, right)

2:   if (size(nodes_array) = size(me.brothers[stage])) then                                ▷ déjà fait
3:     return
4:   end if

5:   if (size(me.brothers[stage]) < a) then      ▷ change le sens d'arrivée si 'moi' est dans la source
6:     right  $\leftarrow \text{mod}((\text{right} + 1), 2)$ 
7:   end if

8:   loc_right  $\leftarrow 0$ 

9:   switch (right)
10:    case (0) :                                ▷ les nouveaux nœuds viennent de la gauche - diffusion
11:      if (index(stage + 1, me.id) = 0) then
12:        loc_right  $\leftarrow 1$ 
13:      else
14:        loc_right  $\leftarrow 0$ 
15:      end if
16:    break

17:    case (1) :                                ▷ les nouveaux nœuds viennent de la droite - diffusion
18:      if (index(stage + 1, me.id) = size(me.brothers[stage + 1] - 1)) then
19:        loc_right  $\leftarrow 0$ 
20:      else
21:        loc_right  $\leftarrow 1$ 
22:      end if
23:    break

24:    case (10) :                               ▷ les nouveaux nœuds viennent de la gauche - 1ère fusion
25:      loc_right  $\leftarrow 0$ 
26:    break

27:    case (11) :                               ▷ les nouveaux nœuds viennent de la droite - 1ère fusion
28:      loc_right  $\leftarrow 1$ 
29:    break
30:  end switch

31:                                          ▷ nombre de nœuds à incorporer
32:  if (nodes_array_size  $\geq$  size(me.brothers[stage])) then
33:    loc_nodes_array_size  $\leftarrow$  nodes_array_size - size(me.brothers[stage])
34:  else
35:    loc_nodes_array_size  $\leftarrow$  nodes_array_size
36:  end if
```

---

---

**Algorithme 8 : MERGE (partie 2)**

---

```
37:  if (loc_right = 0) then                                ▷ prend la partie gauche de la liste des nœuds fournie
38:      if (loc_nodes_array_size > 0) then
39:          for i ← 0 to (loc_nodes_array_size - 1) do
40:              loc_nodes_array[i] ← nodes_array[i]
41:          end for
42:      end if
43:  else                                                    ▷ prend la partie droite de la liste des nœuds fournie
44:      if (loc_nodes_array_size > 0) then
45:          for i ← (nodes_array_size - loc_nodes_array_size) to ((nodes_array_size - 1)) do
46:              loc_nodes_array[i - (nodes_array_size - loc_nodes_array_size)] ← nodes_array[i]
47:          end for
48:      end if
49:  end if

50:  if (loc_nodes_array_size > 0) then
51:      if (loc_right = 0) then                            ▷ insère les nouveaux frères au début (gauche)

52:          for i ← loc_nodes_array_size - 1 to (0) do
53:              INSERT_BRO(stage, loc_nodes_array[i])
54:              SEND_MSG_ASYNC(loc_nodes_array[i], add_pred(stage, me.id))
55:          end for
56:      else                                                ▷ ajoute les nouveaux frères à la fin (droite)

57:          for i ← 0 to (loc_nodes_array_size - 1) do
58:              ADD_BROTHER(stage, loc_nodes_array[i])
59:              SEND_MSG_ASYNC(loc_nodes_array[i], add_pred(stage, me.id))
60:          end for
61:      end if
62:  end if
63: end procedure
```

---

