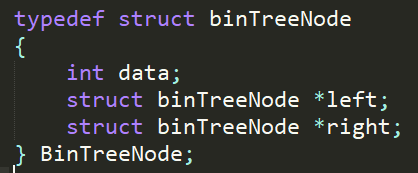
**数据结构2016试题**

**By 赵楠**

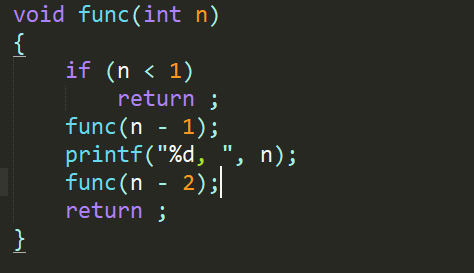
**说明：**

**本试卷中使用的数据结构如下：**



**每题10分，请合理安排时间，如果有编程困难，可以使用伪代码或者文字表达以得到部分分数。**

1. **一个函数具有如下形式，请写出func(5) 的执行结果，画出其递归调用树，并分析函数的计算时间复杂度范围，以 O 的方式给出，并给出分析过程。**



调用树：



时间复杂度分析：

此函数时间复杂度满足此式 F(n) = F(n-1) + F(n-2)，故由往期经验可知，这种类似与斐波那契数列的增长呈指数增长，此处姑且假定 F(n) = O(2^n)，证明如下：

使用方法：数学归纳法

（1）当n = 1时 F(n) = 1 满足条件

（2）假定对于 n = 1, 2, …, n成立，只需证明F(n+1) = O(x^(n+1))即可

F(n+1) = F(n) + F(n-1) = O(2^n) + O(2^(n-1)) = O(2^(n+1))

由（1）（2）可知假定成立，证毕

1. **在长度为11的Hash表中使用平方探测的开放地址法依次插入 12、28、 15、 82、 215、 88、 913，采用的Hash函数 形式为 hash(key) = key % 11。是否能将所有元素放入表中？画出插入过程。如果不信，说明原因。**

能将所有元素放入表中，插入过程如下：

（1）首先插入以下数字不会冲突：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|  | 12 |  |  | 15 | 82 | 28 |  |  |  |  |

（2）当插入215时，215 mod 11 = 6，而6那个位置已经被占了，于是I = 1，(215 + i^2) mod 11 = 7，所以插入7那个位置。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|  | 12 |  |  | 15 | 82 | 28 | 215 |  |  |  |

（3）插入88，直接插入0那个位置，没有冲突；

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 88 | 12 |  |  | 15 | 82 | 28 | 215 |  |  |  |

（4）插入913之时，由于 913 mod 11 = 0，而0已经被占，于是I = 1，（913 + i^2）mod 11 = 1，然而1已经被占，于是 i++，（913 + i^2）mod 11 = 4，然而4已经被占，于是i++，（913 + i^2）mod 11 = 9，无冲突，故插入9那个为位置，结束。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 88 | 12 |  |  | 15 | 82 | 28 | 215 |  | 913 |  |

1. **编写C语言函数void move(int a[], int n) 将整数数组 a （长度为n）中所有负数移到所有正数之前（0不需要移动），要求时间复杂度为O(n)，并且只是用常数长度的辅助存储。**

参考课本快速排序P177

题解：

具体如下：

1. 首先寻找枢纽元pivotValue，这里由于是区分正数和负数，只需寻找最靠近0的非负整数即可
2. 寻找完枢纽元之后只需对当前数组进行遍历，每次遍历的时候寻找左侧第一个小于pivotValue的数以及右侧第一个大于等于pivotValue的数（右侧从最右边开始按照降序寻找）
3. 之后交换寻找的两个数即可，这样当left < right（索引） 不满足的时候就完成了整个算法。

主函数如下：

void move(int a[], int n)

{

int pivotIndex = find\_pivot\_index(a, n);

int pivotValue = a[pivotIndex];

int left = 0, right = n - 1;

while (left < right) {

while (a[left] < pivotValue && left < right)

left++;

while (a[right] >= pivotValue && left < right)

right--;

swap(&a[left], &a[right]);

}

}

具体代码见：<https://github.com/tofar/data-structure/tree/master/数据结构复习卷/2016_3.c>

1. **将数组 2、8、12、3、15、26、7、9、23、16、18、22 分别调整为最大堆和最小堆，用图表示建堆过程。**
2. **只使用元素间的比较对一个由任意8个数组成的数组排序至少需要几次比较？为什么？如果使用归并排序算法，最多和最少需要几次比较？为什么？**
3. **编写C语言函数 int find\_kth\_element(int a[], int m, int b[], int n, int k)，在长度分别为m和n的两个已经按顺序排列的整型数组中找到总体上第k小的元素。要求时间复杂度为 O(log m + log n)。**

题解：

二分查找每次会把搜索空间折半，为了达到O(log m + log n)的复杂度，我们必须在每轮迭代时将A和B的搜索空间折半。

思路：

首先有如下结论：

*前提：i + j = k – 1*

*若 B[j-1] < A[i] < B[j], 那么 A[i] 就是第k小的元素,*

*若 A[i-1] < B[j] < A[i], 那么 B[j] 就是第k小的元素*

于是有了下面的方法：

1. 二分搜索数组A，i的初值: i = (int)((double)m / (m+n) \* (k-1)); 令j = k-1-i;

注：这里 i = (int)((double)m / (m+n) \* (k-1))，是为了按照数组a和数组b的大小的比例来分配i和j的初值。

2. 如果 B[j-1] < A[i] < B[j] 则返回A[i]， 如果 A[i-1] < B[j] < A[i] 则返回B[j];

3. 如果不满足步骤2中条件,则比较A[i]和B[j]

如果A[i]<B[j],则我们可以排除比A[i]小的元素和比B[j]大的元素,即在A[i+1, m]和B[0, j]中查找第k-i小的元素。

否则可以排除比B[j]小的元素和比A[i]大的元素,即在A[0, i]和B[j+1, n]中查找第k-j小的元素。

注：这里为了达到缩小数组查找范围的目的，每次可以将调用函数中数组指针的头指针位置移动，以及修改数组长度的参数，和k（和指针移动有关），具体看代码

函数如下：

int find\_kth\_element(int a[], int m, int b[], int n, int k)

{

// 根据 数组a 和数组 b 的大小来按比例分配 i 和 j 的值

int i = (int)((double)m / (m + n) \* (k - 1));

int j = (k - 1) - i;

// 防止超界

int Ai\_1 = ((i == 0) ? INT\_MIN : a[i - 1]);

int Bj\_1 = ((j == 0) ? INT\_MIN : b[j - 1]);

int Ai = ((i == m) ? INT\_MAX : a[i]);

int Bj = ((j == n) ? INT\_MAX : b[j]);

if (Bj\_1 < Ai && Ai < Bj)

return Ai;

else if (Ai\_1 < Bj && Bj < Ai)

return Bj;

if (Ai < Bj)

return find\_kth\_element(a + i + 1, m - i - 1, b, j, k - i);

else

return find\_kth\_element(a, i, b + j + 1, n - j - 1, k - j);

}

具体代码见：<https://github.com/tofar/data-structure/tree/master/数据结构复习卷>/2016\_6.c

1. **一组符号 Si，I = 0 .. 11出现的频率分别是2、8、12、3、15、26、7、9、23、16、18、22，请设计其Huffman编码，计算平均编码长度。要求画出Huffman树，并列出编码结果。**
2. **使用基数排序对数组 {23，123，37，107，87，217，83，53，273，63，75，35} 排序，画出排序过程（每一趟桶式排序分配和回收的结果）。**
3. **编程一个C语言函数 int is\_symmetric(BinTreeNode \*root) 判断一棵以root为根的二叉树是否对称（左右子树完全相等），如果是则返回1，否则返回0。**

题解：

本题先判断root的左右子树是否相等，再通过一个递归调用判断root的左右子树是否对称。

具体如下：

1. 首先判断root是否为空，为空则返回1
2. 再判断左右子树是否同时为空，满足则返回1
3. 判断是否只有一颗树为空，是返回0
4. 判断左右子树的data是否相等，是则递归判断左右子树是否对称，否则返回0

具体代码见：<https://github.com/tofar/data-structure/tree/master/数据结构复习卷>

1. **用下列邻接矩阵表示一个无向图，请画出这个图。请画出使用Prim’ s算法得出该图的最小生成树的过程，标明每一步的依据。**