Algorymy metaheurystyczne

Mateusz Chęciński, Mateusz Tofil

18 maja 2022

1 Wprowadzenie

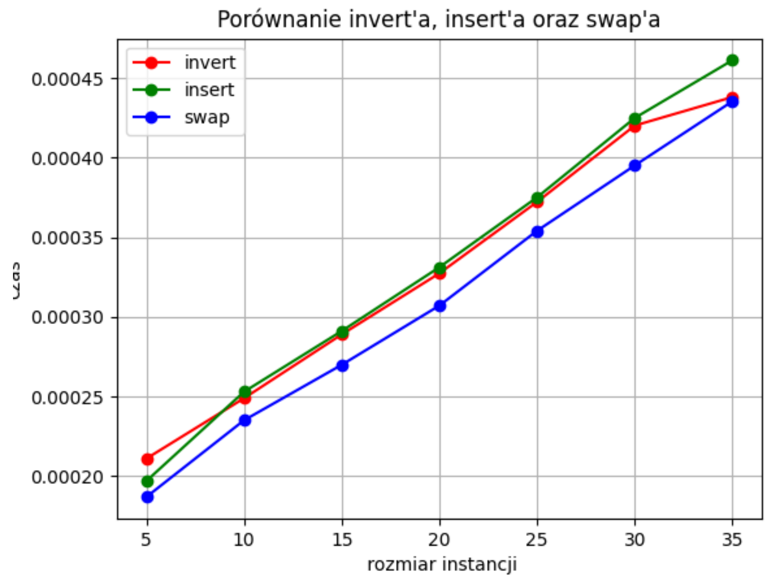
Celem tej listy było zapoznanie się z algorytmem przeszukiwania z zabronieniami (z ang. Tabu search).

2 Opis algortmu

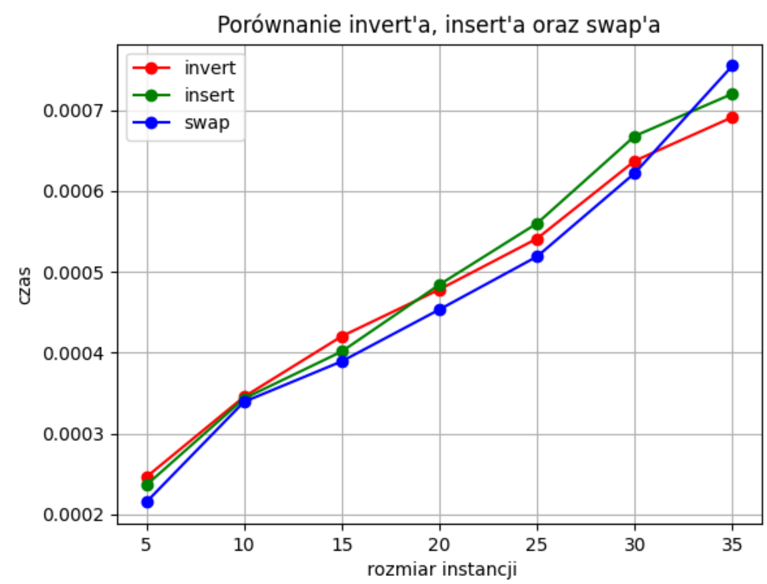
Zaimplementowany algorytm jest mocno generyczny, mamy wiele opcji do wyboru. Na początku decydujemy, czy podajemy rozwiązanie początkowe (lub np. funkcję heurystyczną, które takie wygeneruje), czy jest ono losowe. Są także 3 możliwe warunki zakończenie: liczba iteracji, liczba iteracji bez zmiany, czas. Algorytm w pętli generuje sąsiedztwo aktualnego rozwiązania (także są 3: swap, insert, invert). Następnie usuwa te rozwiązania, które są na liście tabu (jej długość także jest parametrem) i wybiera najlepsze z pozostałych. Oczywiście może zdarzyć się sytuacja, w której wszystkie rozwiązania są zabrobione. Wtedy mamy 5 opcji: 1) zakończenie algorytmu z aktualnym rozwiązaniem 2) usuwanie rozwiązań z listy tabu dopóki jakieś będzie dozwolone 3) powtórzenie algorytmu z innym roziwązaniem początkowym 4) skorzystanie z kryterium aspiracji (pamięci długoterminowej), tzn. z zapamiętanego wcześniej rozwiązania, które było najlepsze, ale było zabronione, algorytm wykonuje nawrót 5) generowanie nowych sąsiadów dopóki któryś będzie dozwolony
Język programowania: Python 3.10

3 Porównanie otoczeń: insert, invert, swap

W celu zbadania jakie otoczenie jest najlepsze z powyższych 3, przeprowadziliśmy eksperymenty wywołując metode ze zmienionym parametrem początkowym. Wszystkie eksperymetry były przeprowadzone dla tej samej instacji wraz z tym samym rozwiązaniem początkowym. Wykres poniżej został wykonany dla intacji o macierzy pełnej.



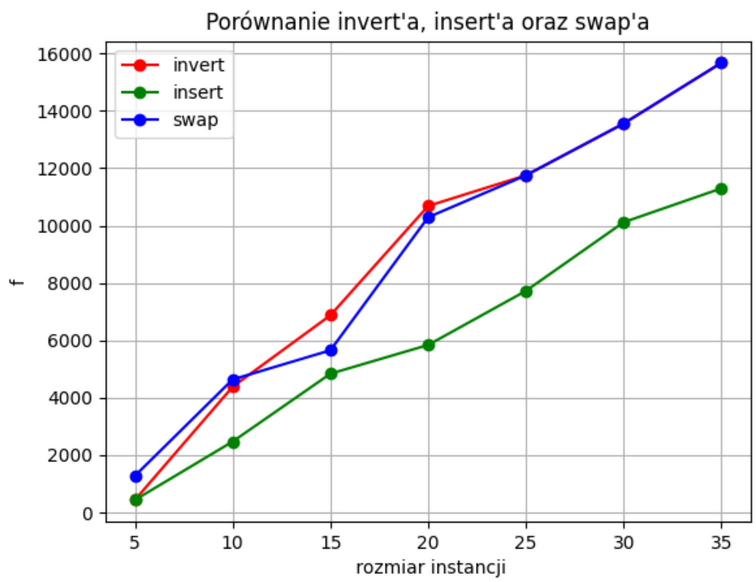
Następnie przeprowadziliśmy ten sam eksperyment, z tą różnicą że teraz dla przestrzeni euklidesowej.



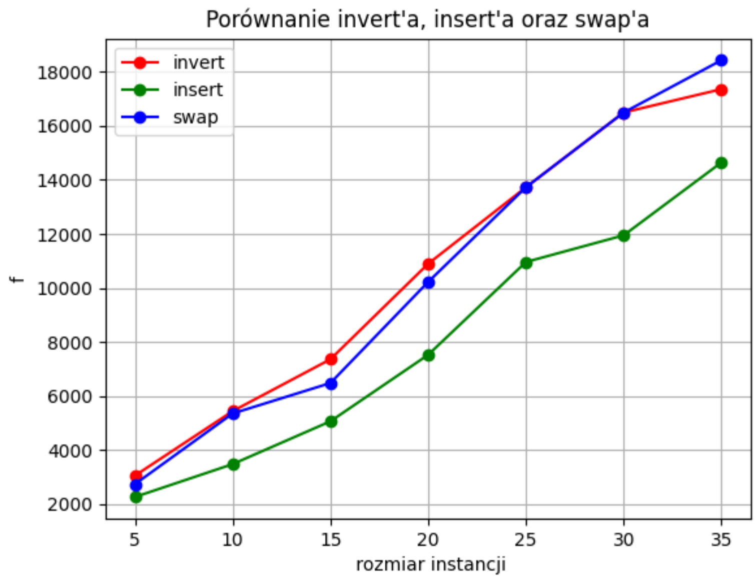
Jak możemy zauważyć, dla wszystkich przeprowadzonych przez nas intacji, otocznie *swap* okazało się być najelpszym. Pozostałe otoczenia, też nie są źle. Wszystkie otoczenia działają w czasie $\mathcal{O}(n)$ i różnią się tylko stałą, najmniejszą stałą posiada *swap*

Poprzednio porównaliśmy jak czas działa dla poszczegołnych otoczeń. Teraz porównamy jak wybór otoczenia wpływa na koszt cyklu dla tych samych intacji. Ponwnie wykresy, przzygotowaliśmy dla instacji pełnej ograniczeniami dla przestrzeni euklidesowej. Wykresy w odpowieniej kolejności zostały wstawione poniżej.

Dla instacji o macierzy pełnej, wygenerowanej losowo.



Dla instacji z macierzą, wypełnioną odległościami z przestrzeni euklidesowej.

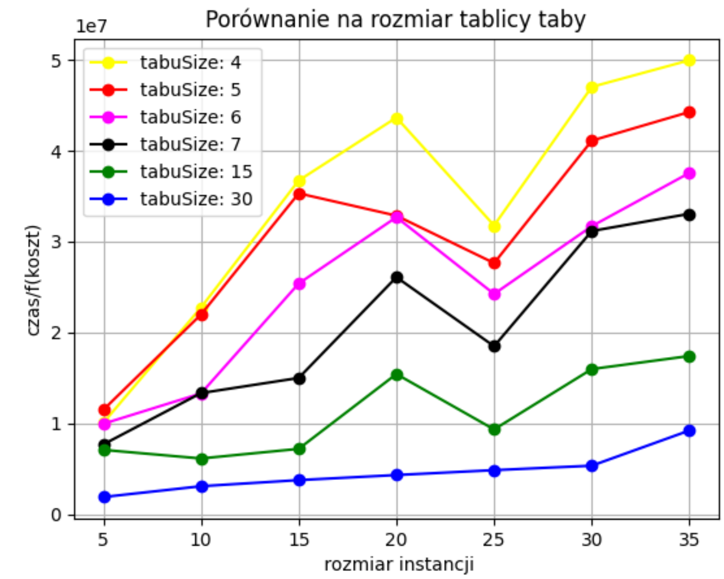


Tym razem *swap* nie był najlepszym wyborem z możliwych przez nas zaimplementowanych otoczeń. Teraz najlepszy okazał się *swap*. Wybierając właśnie to otoczenie dla przebadanych instacji, mogliśmy się spodziewać funkcji kosztu o najniższej wartośći.

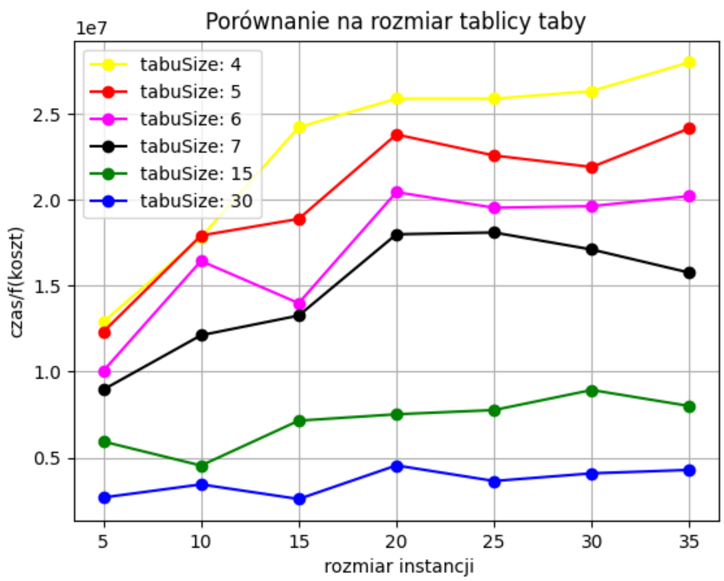
4 Czy długość listy Tabu ma znaczenie?

Chclieśmy upewnić się, czy zwiększając długość listy Tab'u otrzymamy lepszy wynik. tj cykl o najmniejszym koszcie w chwili kończenia algortmy. Doskonale wiemy, że jakbyśmy zwiększyli sam rozmiar listy tabu to algorytm wykonywał by się znacznie dłużej. Dlatego zdecydowaliśmy się, że podzielimy wartość (koszt) cyklu na zakończeniu algorytmy przez czas w jakim otrzymaliśmy wynik.

Wykres dla instacji z macierzą wygenerowaną losowa, pełną.



WYkres dla przestrzeni euklidesowej.



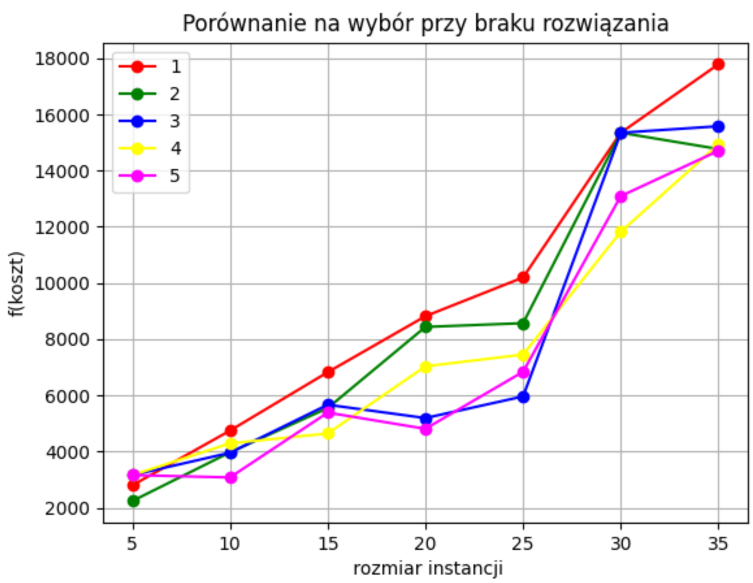
Wyszło, tak jak zakładaliśmy, czyli mimo, że algorytm dłużej pracował, (im wieksza liczba tabu, tym dłużej działą), daje lepsze wyniki. Zatem warto jest poczekać odpowiednio dłużej aby otrzymać lepszy wynik. Pytanie tylko jak długo opłaca się czekać? Dla listy tabu długośći 7, obiecujący wynik dostajemy adekwadnie szybko wraz z "dobrymżesulatatem. Nie musismy czekać dwa razy dłużej, niż w przypadku listy np. dł. 30, a wynik nie różni się znacząco między nimi dwoma.

5 Jak decyzja o braku obiecującego rozwiązania z N(π) wpływa na koszt?

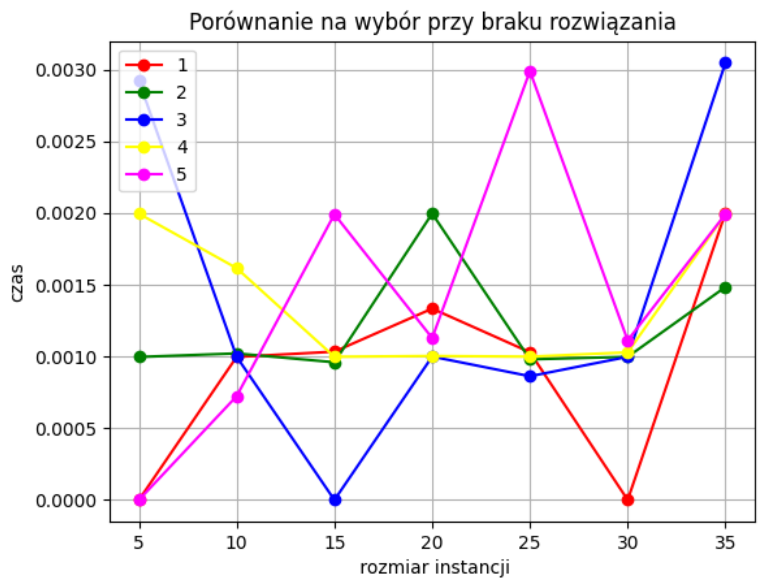
Zaimplemnetowaliśmy wszystkie możliwe kroki, które należy podjąć jak wybór obiecującego rozwiązania w otoczeniu są zabronione. Podobnie jak na liście zadań wprowadziliśmy następujące oznaczenia. Przez:

1. -> Zakończenie działania algorytmu
2. -> Stopniowe odrzucanie najstarszych reprezentacji z listy tabu tak długo aż co najmniej jedno rozwiązanie nie jest zabronione
3. -> Dokonanie restartu TS z innego rozwiązania początkowego
4. -> Przejście do rozwiązań z listy nawrotów, czyli listy obiecujących rozwiązań tworzonych w trakcie działania algorytmy.
5. -> Tymczasowe skorzystanie z innego, szerszego otoczenia.

Z zaimplementowanych przypadków, które należy podjąc przy braku obiecującego rozwiązania z N(π), porównaliśmy jak wybór wpływa na funckje kosztu.

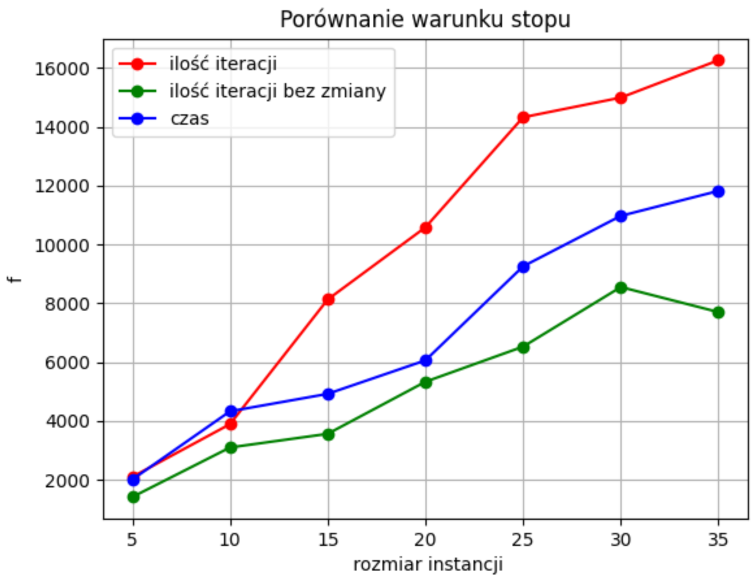


Jak można się było spodziewać, gdy brakuje obiecującego rozwiązania i kończymy z aktulanym najlepiej odkrytymy rozwiązaniem, funckja kosztu od niego nie będzie jakaś bardzo obiecująca i praktycznie zawsze będzie dawała gorsze rezulaty niż np. użycie listy nawrtotów czy odrzuczanie starszych reprezentacji z listy tabu. Dokonanie restatru algorytmy jest opartę losowością, cieżko jest stwierdzić czy przynosi zawsze lepszy wynik. Możemy cały czas trawiać "dobreżozwiązania początkowe, które bedą prowadziły jednosznaczenie do optymalnego kosztu, a może się zdarzyć że będziemy wybierać przypadki skrajne i wyniki będą dosyć oddalnone od optymalnego rozwiązania.



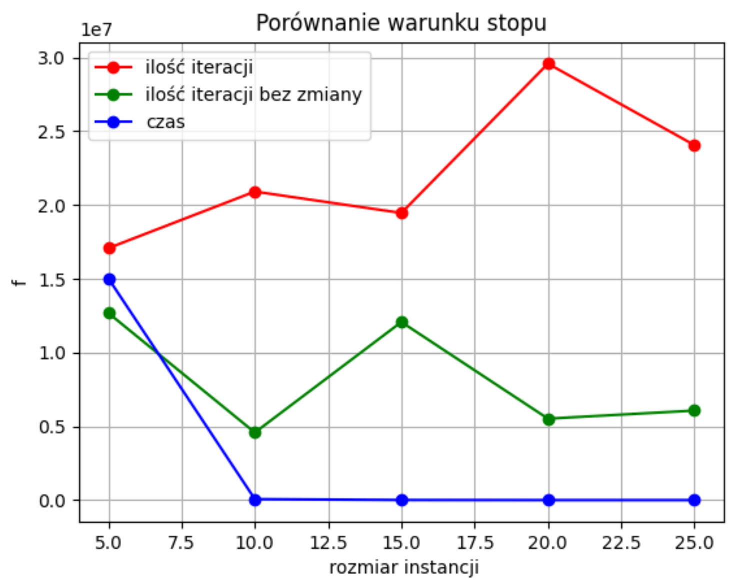
6 Warunek stopu

Zaimplemnetowaliśmy trzy różne warianty zatrzymanai się algorytmu. Pierwszy z nich zaznaczono na czerwono na poniższym wykrysie jest ilość ogólnej iteracji algoyrtmu. Drugi z koleji, na zielono, ilość iteracji algorytmu, gdzie nie znaleźliśmy lepszego rozwiązania, przez k-iteracji. Ostatnim z koleji jest, czas, zaznaczony kolorem niebieskim.



Funckja kosztu dla ogarniczenia samymi iteracjami jest znacząco większa niż liczenie iteracji bez zmian. Jest to naturalne zachowanie, wynikające z faktu, że prawie zawsze

$$I + K = iteracje(iloscBezZmian) > iteracje(zwykle) = I$$

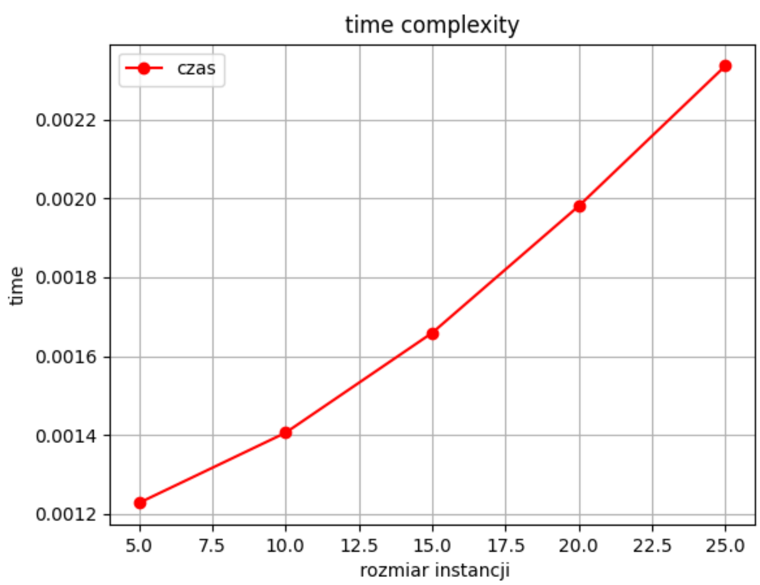


Jak można było się spodziewać, ilość iteracji bez zmiany zdecydowanie korzystniej wpływa na funckje kosztu niż sama ilość iteracacji. Teraz porównamy, jak warunek stopu wpływa na efektywność optymalnego rozwiązania. Jeżeli wybierzemy odpowiednio duży czas, to algorytm będzie tak długo pracował, aż zdajdzie optymalne rozwiązanie. Inaczej jest trochę z ograniczeniami na ilośc iteracji. Można było się spodziewać, że w wariancie, gdzie liczby iteracje bez zmian, współczynniki efektywności będzie znacznie lepszy od samego liczenia iteracji. Jest to oczywiste, bo iteracje wykonujemy za każdym razem, a iteracji bez zmian wykonamy dodatkowo więcej, na koniec działania algorytmu, niż samo liczenie iteracji.

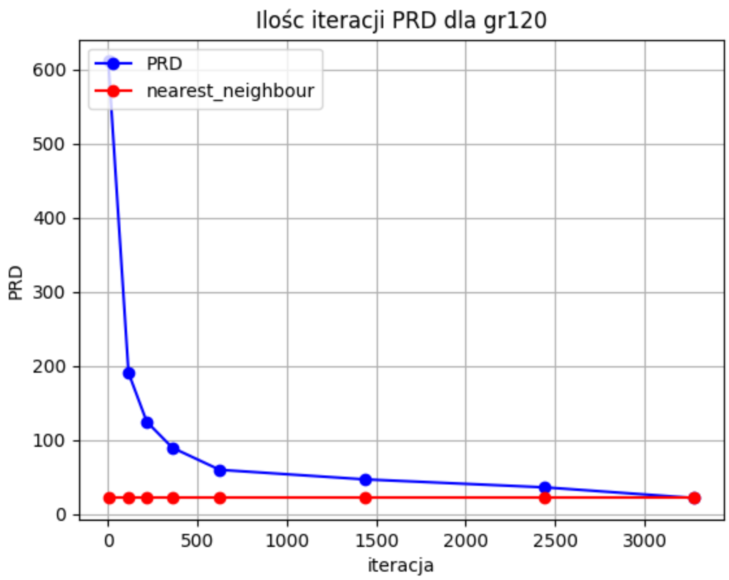
7 Złożoność obliczeniowa Tab'u Search

Złożonośc obliczeniowa zależy od wielu czynników takich jak: rozmiar sąsiedzctwa, wybór otoczenia, długość listy taby.

Eksperymentalnie wyznaczyliśmy, że algorytm jest $\mathcal{O}(n^2)$



8 Tabu search dla gr120



Nasz algorytm dopiero dla iteracji numer 3280 podał lepszą funcje kosztu, która równa się 21.54 niż funckja kosztu zwrócona przez najbliższego sąsiada, która jest w granicach 23.