

Obliczenia Naukowe

lista 1

Mateusz Tofil

5 listopada 2021

1 Zadanie 1

1.1 Opis zadania

Jest to powtórka zadania z listy poprzedniej - listy 1 zadania 5. Jedyna różnica jaka występuje, to usunięcie z x_4 ostatniej cyfry tj. 9. i z x_5 usunąć ostatnią 7.

1.2 Metoda rozwiązania

Metoda niczym się nie różni od wcześniejszego zdania z wcześniejszej liczby. Dane wejściowe są tylko inne - a dokładniej tylko x_4 i x_5 . Rozwiązanie znajduję się w pliku `zad1.jl` i jest dokładną duplikacją kodu z zadania 5 z poprzedniej listy ze zmienionymi danymi wejściowymi.

1.3 Otrzymane wyniki

Tabele poniżej przedstawiając sumy obliczone tak jak w zadaniu 5 z listy 1, natomiast lekko zmienionymi wartościami na wejściu. Wyniki przedstawione dla arytmetyki `Float64` i `Float32`.

podpunkt	sumy z listy 2	sumy z listy 1
<i>a</i>	-0.004296342739891585	1.0251881368296672e-10
<i>b</i>	-0.004296342998713953	-1.5643308870494366e-10
<i>c</i>	-0.004296342842280865	0.0
<i>d</i>	-0.004296342842280865	0.0

Tablica 1: Porównanie sum z poprzedniej listy i obecnej dla `Float64`

podpunkt	suma z listy 2	suma z listy 1
<i>a</i>	-0.3472038161889941	-0.3472038161853561
<i>b</i>	-0.3472038162872195	-0.3472038162872195
<i>c</i>	-0.5	-0.5
<i>d</i>	-0.5	-0.5

Tablica 2: Wyniki dla `Float32`

1.4 Wnioski

Zmiana wartości liczby, rzędu nawet 2^{-10} wpływa znacząco na wyniki ostateczne. Niewielkie zmiany spowodowały duże względne odkształcenia wyników, zatem możemy stwierdzić, że zadanie jest źle uwarunkowane.

2 Zadanie 2

2.1 Opis zadania

Należało narysować funkcję $f(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$ w conajmniej dwóch różnych programach do rysowania wykresu, zbadać faktyczną granicę funkcji i porównać z otrzymanymi wykresami.

2.2 Metoda rozwiązania

Funkcję $f(x)$ wpisać do programu umożliwiającego rysowanie wykresów. Programy, które wybrałem do narysowania funkcji $f(x)$ to: WolframAlpha, Grapher oraz postanowiłem napisać programy przedstawiający wykresy w języku programowania Python z wykorzystaniem biblioteki matplotlib i numpy.

2.3 Otrzymane wyniki

W programie Grapher należało wpisać funkcję w wyznaczone miejsce. Następnie przeskalować oś x, wykonując następujące czynności: View > Frame Limit ... i zmienić skalowanie. Na stronie WolframAlpha należało wpisać `plot <funkcja> from -5 to 40`. Program napisany w pythonie znajduje się w pliku o ścieżce `./zad2/plotpython.py`.

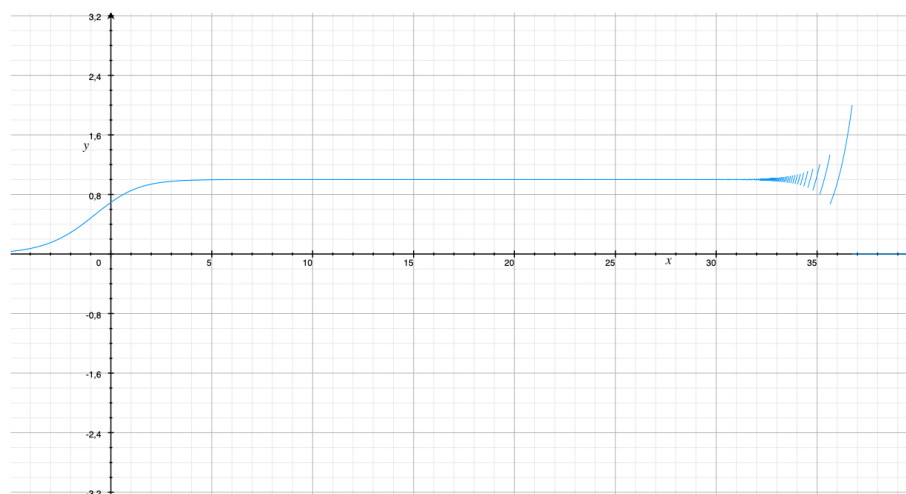
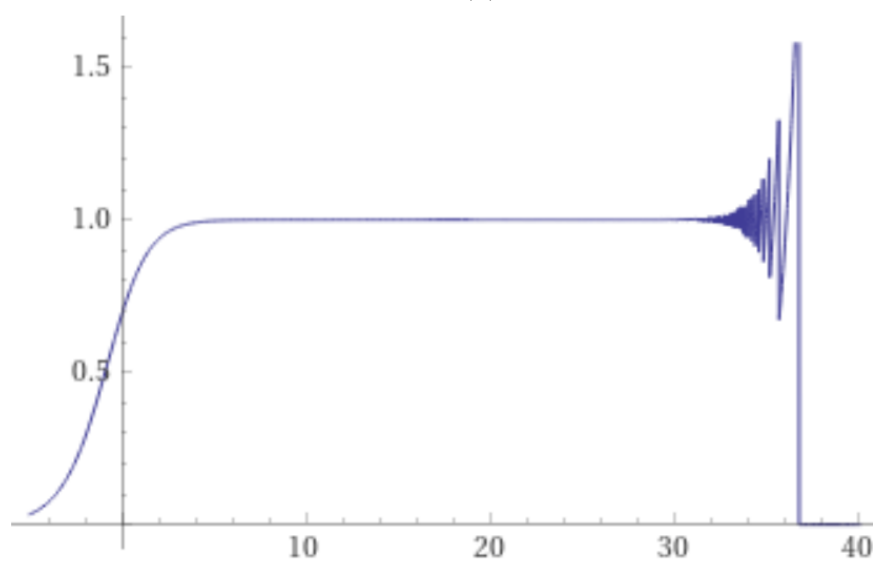
Obliczmy teraz granicę funkcji:

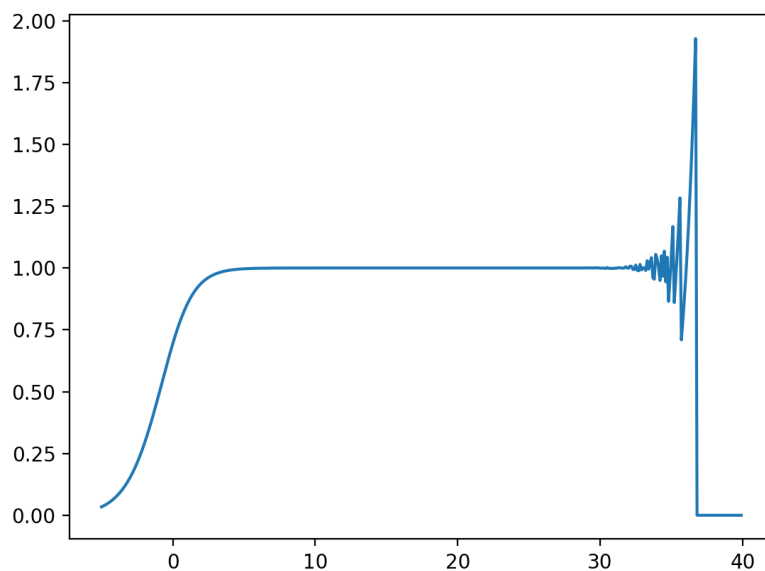
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} e^x \ln(e^{-x} + 1) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x \ln(e^{-x} + 1) e^{-x}}{e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^{-x} + 1)}{e^{-x}} \stackrel{H}{=} \\ &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{d}{dx} \ln(e^{-x} + 1)}{\frac{d}{dx} e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\frac{e^{-x}}{e^{-x} + 1}}{-e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 \quad (1) \end{aligned}$$

Jak łatwo zauważyć, granica funkcji, którą obliczyliśmy powyżej nie pokrywa się z granicą funkcji odczytując ją z wykresu. Na wykresie granica funkcji dąży do 0 natomiast z matematycznego punktu widzenia dąży do 1. Powyżej argumentów powyżej 30 obserwujemy, że wykresy zaczynają pokazywać nieprawidłowe wyniki.

2.4 Wnioski

Wartości e^{-x} dla każdego następnego argumentu zbliżając się do epsilon maszynowego, po przekroczeniu epsilon, funkcja spada do zera. Przed przekroczeniem epsilon maszynowego, funkcja dąży do jedynki, tak jak powinna.

Rysunek 1: Wykres funkcji $f(x)$ w programie GrapherRysunek 2: Wykres funkcji $f(x)$ w programie WolframAlpha



Rysunek 3: Wykres funkcji $f(x)$ w języku Python z wykorzystaniem biblioteki matplotlib

wykładnik	$\exp(\text{wykładnik})$	$\exp(\text{wykładnik}) - \text{epsilon}$
30	9.357622968840175e-14	9.335418508347672e-14
31	3.442477108469977e-14	3.4202726479774736e-14
32	1.2664165549094176e-14	1.2442120944169144e-14
33	4.658886145103398e-15	4.4368415401783664e-15
34	1.713908431542013e-15	1.4918638266169817e-15
35	6.305116760146989e-16	4.084670710896676e-16
36	2.319522830243569e-16	9.907678099325606e-18
37	8.533047625744066e-17	-1.3671412866759066e-16
38	3.1391327920480296e-17	-1.90653277004551e-16
39	1.1548224173015786e-17	-2.104963807520155e-16
40	4.248354255291589e-18	-2.1779625066973972e-16

Tablica 3: Wartości $\exp()$ dla kolejnych argumentów porównanie z epsilonem maszynowym