

In the name of God



استاد : دکتر تیموری

دانشجو : توحید حقیقی سیس

شماره دانشجویی : 830598021

موضوع : تمرین چهارم

1. If $x_0 = 5$ and

$$x_n = 3x_{n-1} \bmod 150$$

find x_1, \dots, x_{10} .

```
#----- Homework 1 -----
print("----- homework 1 -----")
m=150
a=3
x0=5
for i in range(10):
    x0=a*x0%m
    print(" {} ----- rand_x : {}".format(x0,x0/m))
```

```
45 ----- rand_x : 0.3
135 ----- rand_x : 0.9
105 ----- rand_x : 0.7
15 ----- rand_x : 0.1
45 ----- rand_x : 0.3
135 ----- rand_x : 0.9
105 ----- rand_x : 0.7
15 ----- rand_x : 0.1
45 ----- rand_x : 0.3
```

2. If $x_0 = 3$ and

$$x_n = (5x_{n-1} + 7) \bmod 200$$

find x_1, \dots, x_{10} .

In Exercises 3–9 use simulation to approximate the following integrals. Compare your estimate with the exact answer if known.

```
#----- Homework 2 -----
print("----- homework 2 -----")

m=200
a=5
x0=3
for i in range(10):
    x0=(a*x0+7)%m
    print(" {} ----- rand_x : {}".format(x0,x0/m))
```

```
-----
22 ----- rand_x : 0.11
117 ----- rand_x : 0.585
192 ----- rand_x : 0.96
167 ----- rand_x : 0.835
42 ----- rand_x : 0.21
17 ----- rand_x : 0.085
92 ----- rand_x : 0.46
67 ----- rand_x : 0.335
142 ----- rand_x : 0.71
117 ----- rand_x : 0.585
-----
```

12. For uniform (0, 1) random variables U_1, U_2, \dots define

$$N = \text{Minimum} \left\{ n: \sum_{i=1}^n U_i > 1 \right\}$$

That is, N is equal to the number of random numbers that must be summed to exceed 1.

- (a) Estimate $E[N]$ by generating 100 values of N .
- (b) Estimate $E[N]$ by generating 1000 values of N .
- (c) Estimate $E[N]$ by generating 10,000 values of N .
- (d) What do you think is the value of $E[N]$?

برای حل این مسئله از حلقه پایتون استفاده میکنیم انقدر عدد رندوم تولید میکنیم تا از 1 بیشتر شود بعد این کار را به تعداد درخواستی هر قسمت پیدا میکنیم در آخر از جمع همه میانگین میگیریم . میبینیم که به 3 نزدیک میشود .

```
print("----- homework 3 -----")

import math
import random

def find_n():
    counter=0
    sumation=0
    while(sumation<=1):
        r=random.random()
        sumation+=r
        counter+=1

    return counter

def find_EN(n):
    sumation=0
    for i in range(n):
        sumation+=find_n()
    return sumation/n

print("find 100 counter ----- E(N) ---> {}".format(find_EN(100)))

print("find 1000 counter ----- E(N) ---> {}".format(find_EN(1000)))

print("find 10000 counter ----- E(N) ---> {}".format(find_EN(10000)))
```

خروجی به صورت زیر است :

```
----- homework 3 -----
find 100 counter ----- E(N) ----> 2.62
find 100 counter ----- E(N) ----> 2.733
find 100 counter ----- E(N) ----> 2.7207
PS D:\مراهج\نیرم\تایروم\۱۰۱\میان نایاب>
```

تمرین 13 :

13. Let $U_i, i \geq 1$, be random numbers. Define N by

$$N = \text{Maximum} \left\{ n: \prod_{i=1}^n U_i \geq e^{-3} \right\}$$

where $\prod_{i=1}^0 U_i \equiv 1$.

- Find $E[N]$ by simulation.
- Find $P\{N = i\}$, for $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$, by simulation.

در این تمرین به مثابه تمرین قبل با تفاوت های محاسباتی انجام میشود در حلقه شروع به انتخاب اعداد رندوم میشود و این اعداد ضرب میشود تا از \exp ان بیشتر شود و شمارنده ان را بر میگردانیم .

این کار را 1000 بار اجرا میکنیم و از آن میانگین میگیریم .

در قسمت دوم هم از اعداد پیدا شده میبینیم اعداد 1 تا 7 چند بار تکرار شده احتمال ان ها را نیز محاسبه میکنیم .

```
print("----- homework 4 -----")

import math
import random

def find_exp_n():
    counter=0
    sumation=1
    while(sumation>=math.exp(-3)):
        r=random.random()
        sumation*=r
        counter+=1

    return counter

def find_exp_EN(n):
    sumation=0
    for i in range(n):
        sumation+=find_exp_n()
    return sumation/n

def find_p_n_is(n,t):
    counter=0
    for i in range(t):
        if(find_exp_n()==n):
            counter+=1
    return counter/t

print("find 1000 counter ----- E(N) ---> {}".format(find_exp_EN(1000)))

for i in range(1,8):
    print(" i is {} -- find p of is in n ---- {}".format(i,find_p_n_is(i,1000)))
```

```
----- homework 4 -----
find 1000 counter ----- E(N) ---> 3.947
i is 1 -- find p of is in n ---- 0.048
i is 2 -- find p of is in n ---- 0.142
i is 3 -- find p of is in n ---- 0.206
i is 4 -- find p of is in n ---- 0.221
i is 5 -- find p of is in n ---- 0.172
i is 6 -- find p of is in n ---- 0.101
i is 7 -- find p of is in n ---- 0.057
```