

In the name of God



استاد : دکتر تیموری

دانشجو : توحید حقیقی سیس

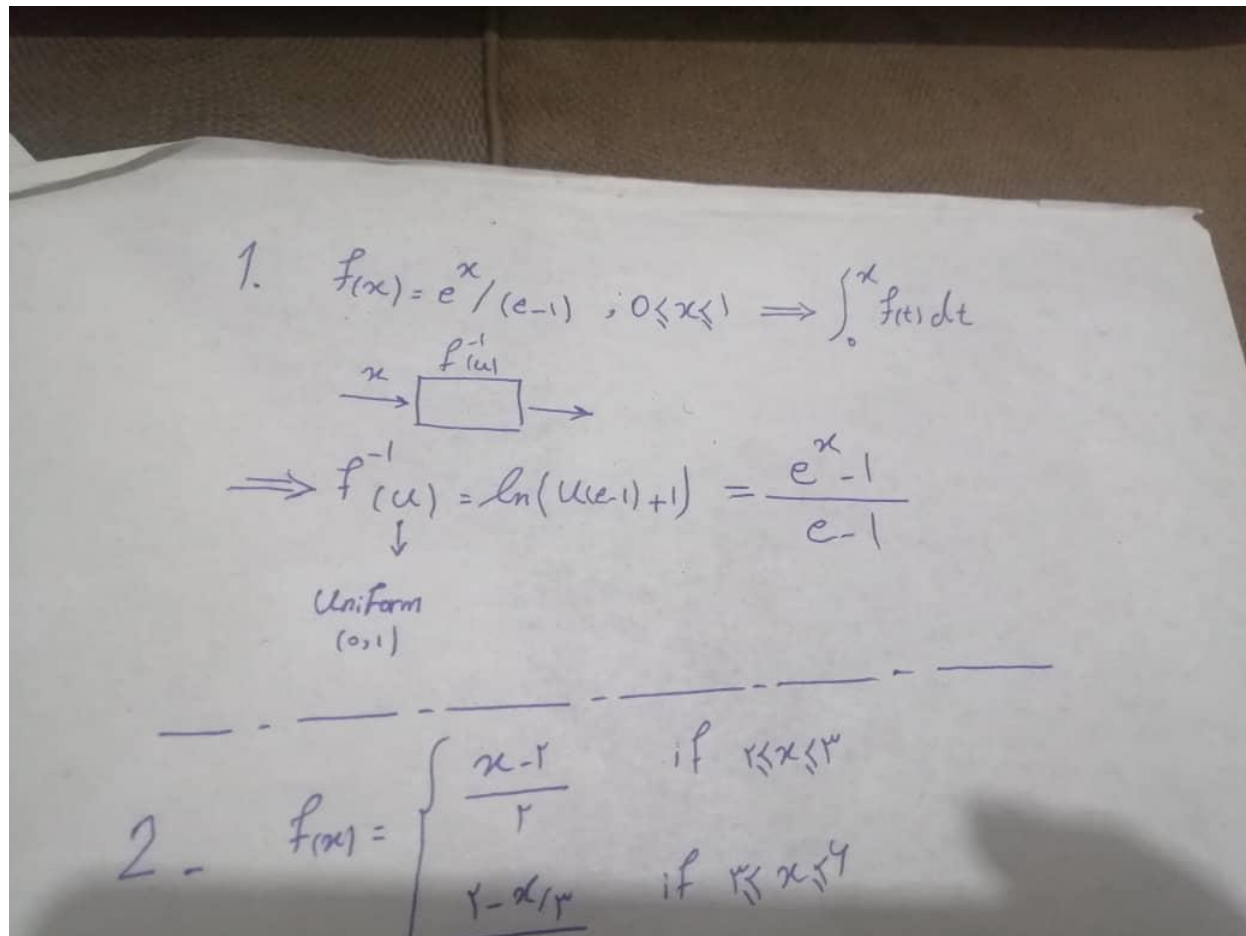
شماره دانشجویی : 830598021

موضوع : تمرین ششم

تمرین اول :

1. Give a method for generating a random variable having density function

$$f(x) = e^x / (e - 1), \quad 0 \leq x \leq 1$$



تمرین دوم :

2. Give a method to generate a random variable having density function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{2} & \text{if } 2 \leq x \leq 3 \\ \frac{2-x/3}{2} & \text{if } 3 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

Uniform (a,b)

2. $f(x) = \begin{cases} \frac{x-r}{r} & \text{if } r \leq x \leq r^2 \\ \frac{r-x/r}{r} & \text{if } r^2 \leq x \leq r \end{cases}$

$r \leq x \leq r^2 : f(x) = \int_r^x f(t) dt = \int_r^x \frac{x-t}{r} dx$
 $= \left(\frac{x}{r} - 1 \right)^r$

$r^2 \leq x \leq r : f(x) = \int_r^x f(t) dt$
 $= \left(\frac{x}{r} - 1 \right)^r + \int_r^x \frac{r-t/r}{r} dt$
 $= \frac{x^r}{1r} - \frac{1}{r} \Rightarrow \begin{cases} r(\sqrt{u}+1) & \text{if } u \leq \frac{1}{r} \\ \sqrt{1ru} + r & \text{if } \frac{1}{r} < u \leq 1 \end{cases}$

تمرین ششم :

6. Let X be an exponential random variable with mean 1. Give an efficient algorithm for simulating a random variable whose distribution is the conditional distribution of X given that $X < 0.05$. That is, its density function is

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{1 - e^{-0.05}}, \quad 0 < x < 0.05$$

Generate 1000 such variables and use them to estimate $E[X|X < 0.05]$. Then determine the exact value of $E[X|X < 0.05]$.

Handwritten work showing the derivation of the expected value for the conditional distribution of an exponential random variable.

5-4- $f(x) = \frac{e^{-x}}{1 - e^{-0.05}}, \quad 0 < x < 0.05$

$\rightarrow f^{-1}(u) = -\ln(1 - (1 - e^{-0.05})u)$

$E(\text{مقدار دقیق}) : E(X|X < 0.05) = \int_0^{0.05} \frac{e^{-x}}{1 - e^{-0.05}} dx$

$= 0.0248$

که با مقداری که با برنامه ریزی می آید نزدیک است.

5-20) $f(x) = \frac{1}{\Gamma} (1+x)e^{-x}, \quad 0 < x < \infty$

$g(x) = \frac{1}{\Gamma} e^{-\frac{2x}{\Gamma}}$

پیاده سازی و شبیه سازی این سوال در پایتون به صورت زیر است :

که تعداد تکرار را ۱۰۰۰ میگیریم و ۱۰۰۰ تا عدد رندوم به دست آورده و آن را در فرمول داده شده قرار میدهم تا توزیع آن را تبدیل به آن تابع کنیم .

در حالت عادی توزیع اعداد رندوم نرمال است ولی وقتی در فرمول داده شده قرار میدهم توزیع شکل خاصی به خود خواهد گرفت .

خروجی این عدد خواهد شد :

۰.۰۲۴۸۲۳۰۷۸۷۶۶۱۴۳۰۵۷

```
import random
import math
from scipy.stats import uniform

N = 1000

def Calculate(N):
    s=0.0
    x = []
    for i in range(N):
        r = random.uniform(0,1)
        x.append(-math.log(1-r*(1-math.exp(-0.05))),math.exp(1)))
    for j in x:
        s = s + j

    return s/N

print(Calculate(N))
```

تمرین بیستم :

answer.

20. Use the rejection method to find an efficient way to generate a random variable having density function

$$f(x) = \frac{1}{2}(1+x)e^{-x}, \quad 0 < x < \infty$$

$$= 0.248$$

که با مقدار λ که با برنامه بیست می آید نزدیک است.

د-۲۰) $f(x) = \frac{1}{r}(1+x)e^{-x/r}$, $0 < x < \infty$
 $g(x) = \frac{r}{x} e^{-r/x}$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{r}{x} x (1+x) e^{-x/r} \rightarrow = \frac{r}{x} \left(1 - \frac{1}{r} - \frac{x}{r}\right) = 0$$

$$C = \frac{r}{x} x (r) e^{-r/x} \rightarrow x=r$$

$$= \frac{1}{r} e^{-r/r} \rightarrow \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{1}{r}(1+x)e^{-x/r}}{\frac{r}{x} e^{-r/x}}$$

پیاده سازی و شبیه سازی این سوال در پایتون به صورت زیر است :

که تعداد تکرار را بینهایت میگیریم و بی نهایت تا عدد رندوم به دست آورده و آن را در فرمول داده شده قرار میدهیم تا توزیع آن را تبدیل به آن تابع کنیم .

در حالت عادی توزیع اعداد رندوم نرمال است ولی وقتی در فرمول داده شده قرار میدهیم توزیع شکل خاصی به خود خواهد گرفت .

خروجی این عدد خواهد شد :

۰.۶۸۴۹۴۳۸۳۰۷۷۵۳۷۷۸

```

import random
import math

def f_cg(x):
    return (1/3)*(1+x)*math.exp(-x/3)

def specfic_rand_generator():
    while(1):
        U1 = random.uniform(0,1);
        U2 = random.uniform(0,1);

        if U2 < f_cg(U1):
            return U1;
            break;

print(specfic_rand_generator())

```

تمرین بیست و هفتم :

27. Write a program that generates the first T time units of a Poisson process having rate λ .

```

import random
import math

lmbda = float(input("Enter lambda"))

T = float(input("Enter T(total simulation time):"))

def poisson_gereator(lmbda,T):
    res = []
    t = 0
    i = 0

    while(t<T):
        r = random.uniform(0,1)
        x = (-1/lmbda)*math.log(r,math.exp(1))
        i = i+1
        t = t + x
        res.append(t)
    return res

print(poisson_gereator(lmbda,T))

```