

§ 1. 绪论

注意：在每题下面用蓝色写出求解及推导过程，不能只写答案，否则不得分

<1752528 计2 朱世轩>

1、分析以下程序段的时间复杂度（给出推导公式）

```
int s=0, i, j, k;
for(i=0; i<=n; i++)
    for(j=0; j<=i; j++)
        for(k=0; k<j; k++)
            s++;
```

解：s++为原语句，对内部两个循环，执行次数 $\sum_{m=0}^i m = \frac{i \cdot (i+1)}{2}$

对外部循环，执行次数 $1 = \frac{0 \times 1}{2} + \frac{1 \times 2}{2} + \dots + \frac{n \times (n-1)}{2} + \frac{n \times (n+1)}{2} = \frac{(n^2+3n) \cdot (n+1)}{6}$

时间复杂度 $\Theta(n^3)$

2、分析以下程序段的时间复杂度（给出推导公式）

```
void func(int n)
{
    int i=0, s=0;
    while(s<n) {
        i++;
        s=s+i;
    }
}
```

解：i++和 s=s+i 为原语句，设循环次数为 k， $\frac{k \cdot (k-1)}{2} = n$ ， $k = \sqrt{2n - \frac{1}{4}} + \frac{1}{2}$ ，执行次数为 $2k = \sqrt{8n - 1} + 1$

时间复杂度 $\Theta(\sqrt{n})$

3、以下是 4 个算法所有语句频度之和的表达式，其中时间复杂度相同的是__A__和__B__（说明理由）

- A $T1(n) = 2n^3 + 3n^2 + 1000$
- B $T2(n) = n^3 - n^2 \log_2 n - 1000$
- C $T3(n) = n^2 \log_2 n + n^2$
- D $T4(n) = n^2 + 1000$

理由： n^3 比 n^2 以及 $n^2 \log_2 n$ 的量级大，所以 A 与 B 的时间复杂度均为 $O(n^3)$

4、下列函数中渐进时间复杂度最小的是__A__（单选，说明理由）

- A $T1(n) = n \log_2 n + 5000n$
- B $T2(n) = n^2 - 8000n$
- C $T3(n) = n^{\log_2 n} - 6000n$
- D $T4(n) = 2n \log_2 n - 7000 \log_2 n$

理由：当 n 足够大时， $n^{\log_2 n} \gg n^2$ ， $T3(n)$ 的时间复杂度大于 $T2(n)$ ；而 $T2(n)$ 的时间复杂度为 $\Theta(n^2)$ ， $T1(n)$ 和 $T4(n)$ 的时间复杂度为 $\Theta(n \log_2 n) = \Theta(n) * \Theta(\log_2 n) < \Theta(n) * \Theta(n)$ ；再比较 $T1(n)$ 和 $T4(n)$ 的常数项， $T1(n)$ $n \log_2 n$ 的常数项为 1， $T4(n)$ 为 2，所以函数 $T1(n)$ 的时间复杂度最小

【作业要求：】

- 1、4月24日前网上提交本次作业（直接在本文件中作答，转换为 PDF 后提交即可）
- 2、每题所占平时成绩的具体分值见网页
- 3、超过截止时间提交作业会自动扣除相应的分数，具体见网页上的说明