

柱函数

贝塞尔方程

方程形式

解的形式

虚宗量贝塞尔方程

方程形式

解的形式

傅里叶-贝塞尔级数

柱函数的递推公式

柱函数

贝塞尔方程

方程形式

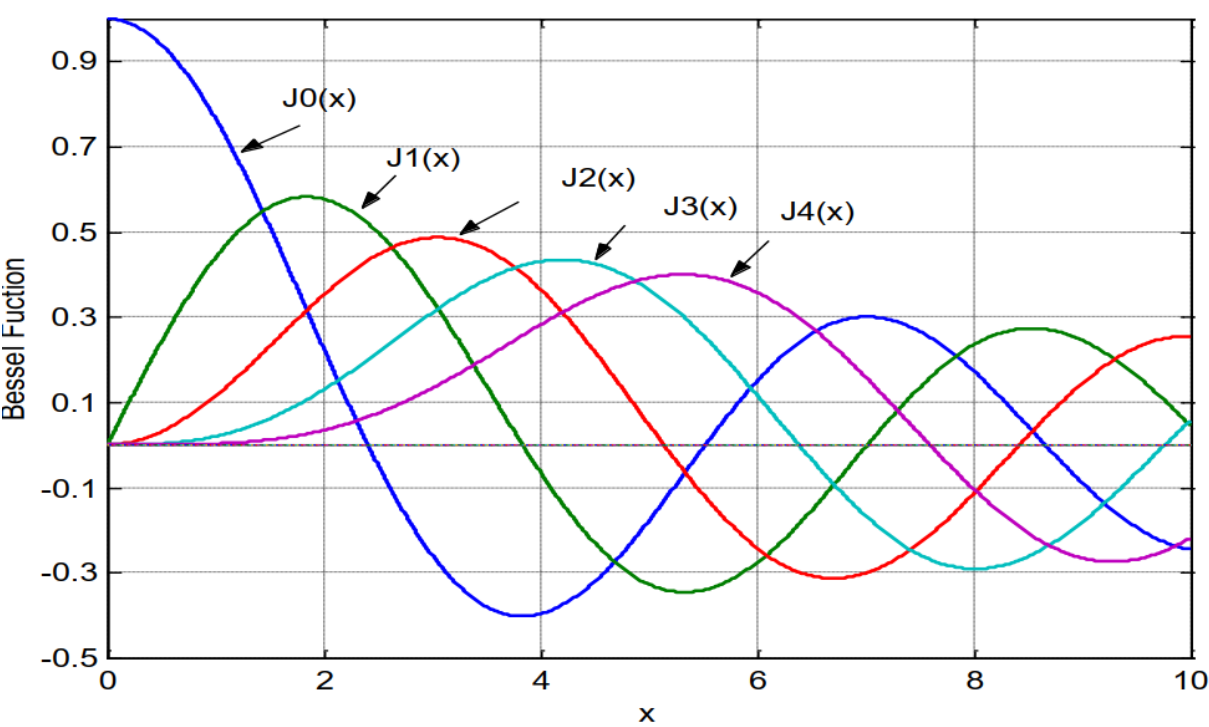
$$x^2y'' + xy' + (x^2 - m^2)y = 0$$

解的形式

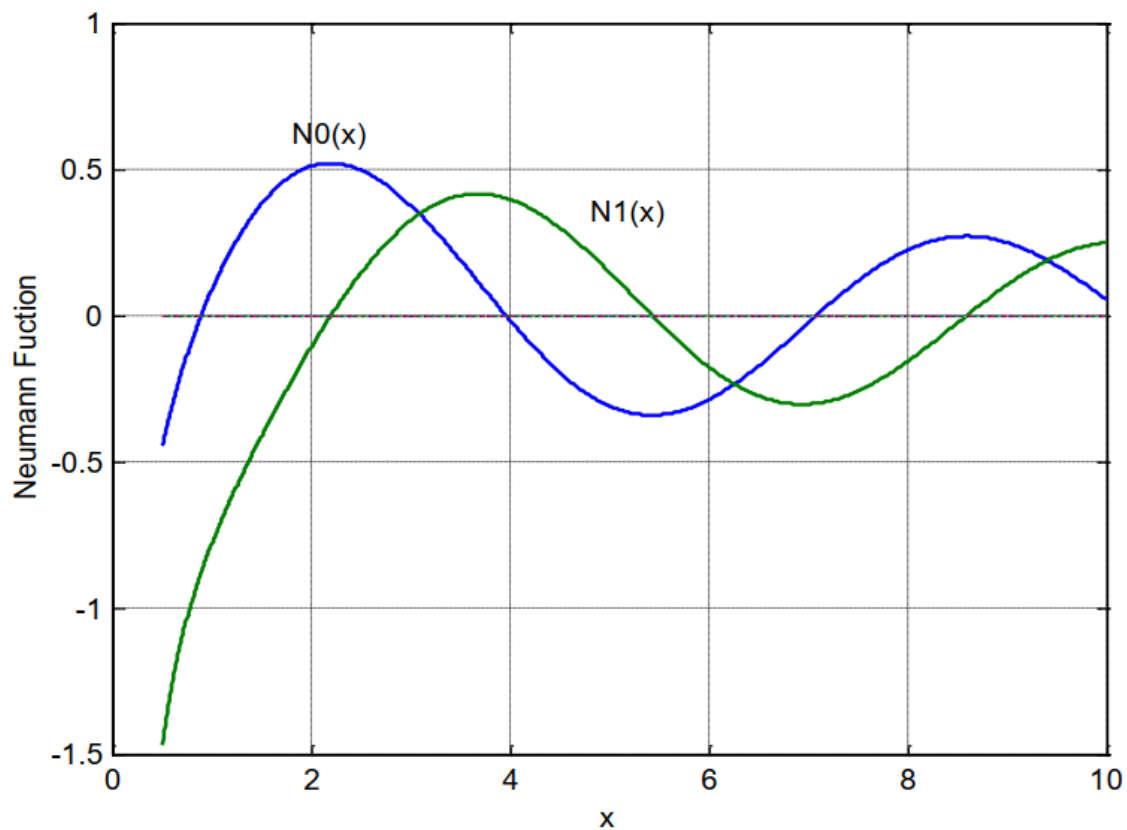
m解贝塞尔函数与m解诺依曼函数的组合

$$y = c_1J_m(x) + c_2N_m(x)$$

$J_m(x)$ 的图像



$N_m(x)$ 的图像



可见如果在0处函数值有限，则要舍去诺依曼函数

虚宗量贝塞尔方程

方程形式

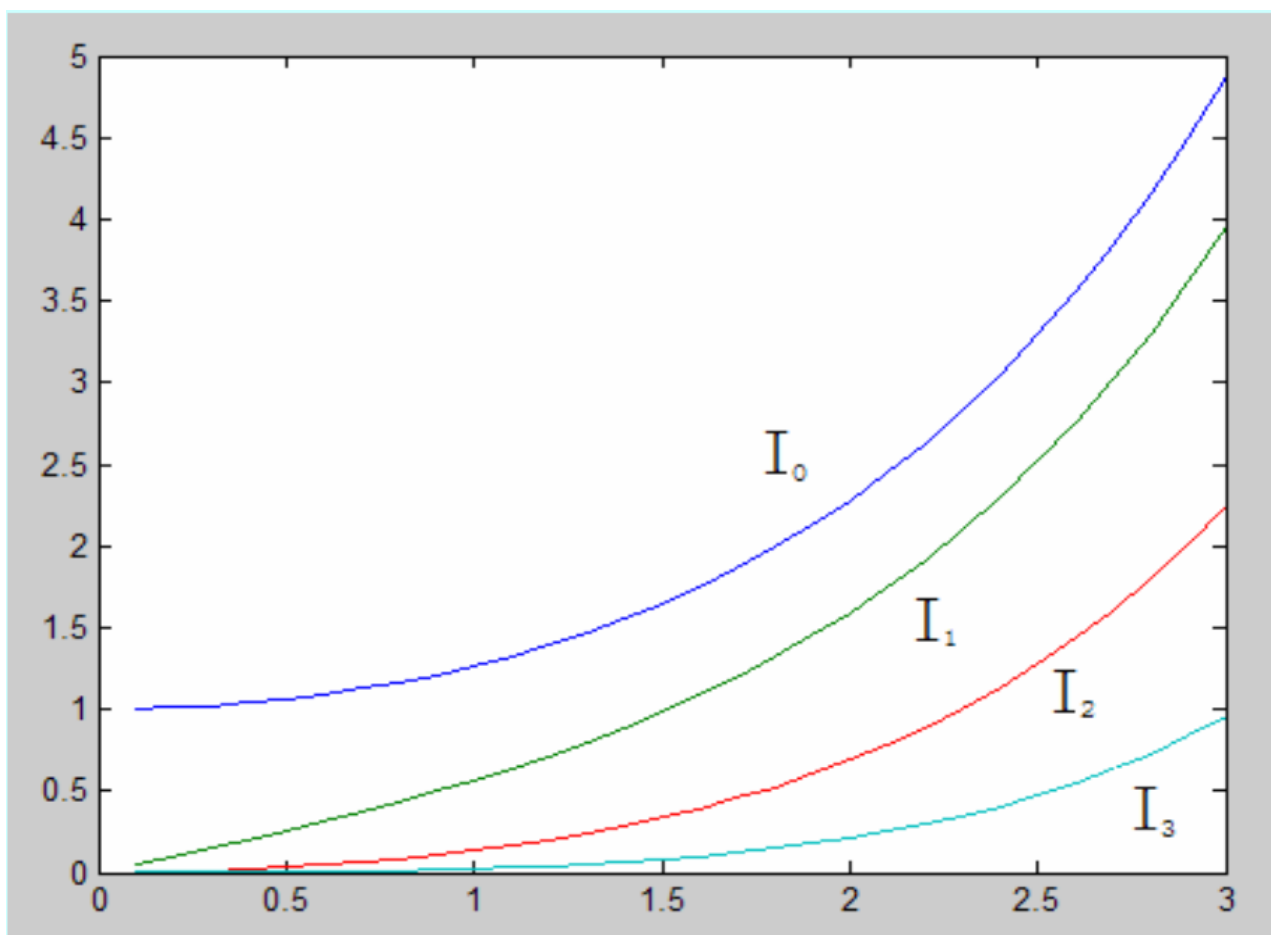
$$x^2 y'' + xy' - (x^2 + m^2)y = 0$$

解的形式

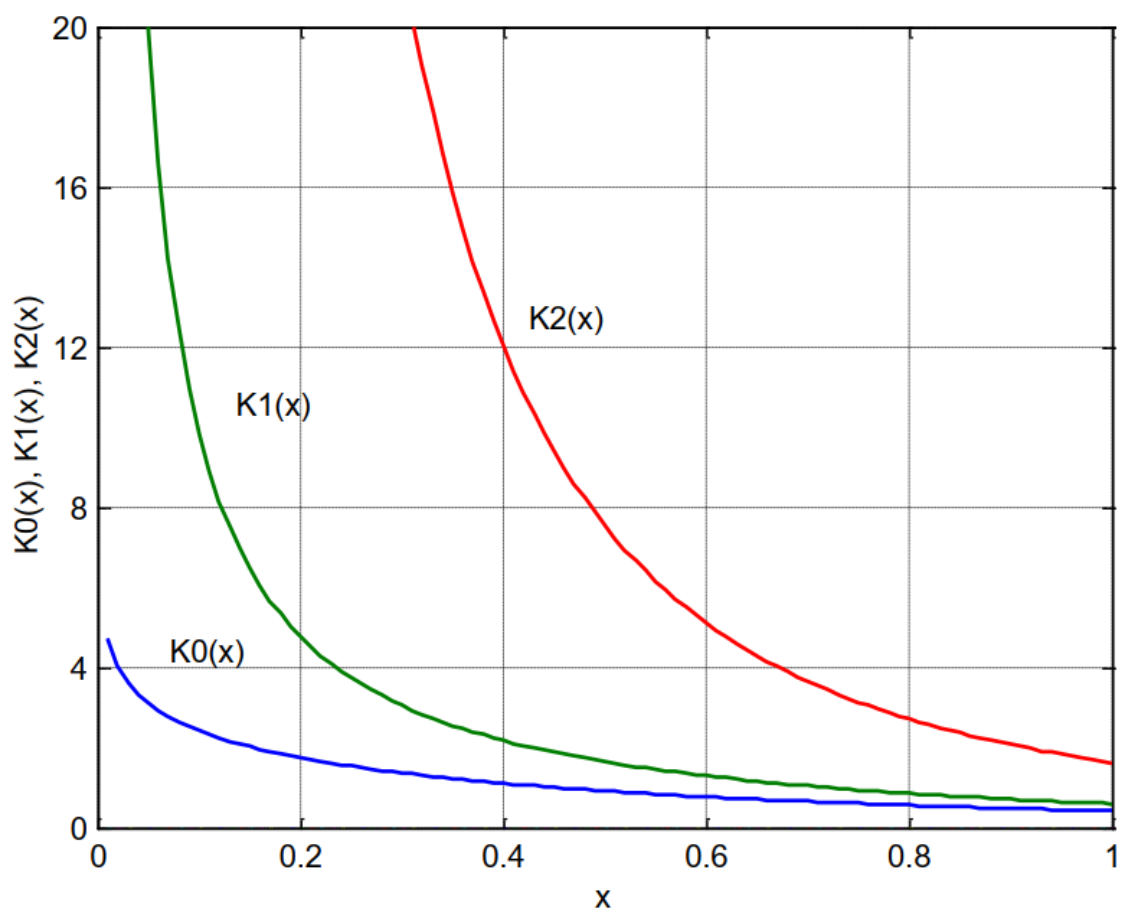
m 阶虚宗量贝塞尔方程与 m 解虚宗量汉克尔方程的组合

$$y = c_1 I_m(x) + c_2 K_m(x)$$

$I_m(x)$ 的图像



$K_m(x)$ 的图像



可见，如果在0处有限，则应当舍去虚宗量汉克尔函数

傅里叶-贝塞尔级数

$$\begin{cases} f(\rho) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n J_m(\sqrt{\mu_n^{(m)}} \rho) \\ f_n = \frac{1}{[N_n^{(m)}]^2} \int_0^{\rho_0} f(\rho) J_m(\sqrt{\mu_n^{(m)}} \rho) \rho d\rho \end{cases}$$

其中，对于球轴对称的柱函数

$$\text{第一类边界条件: } [N_n^{(0)}]^2 = \frac{1}{2} \rho_0^2 J_1(\sqrt{\mu_n^{(0)}} \rho)$$

$$\text{第二类边界条件: } [N_n^{(0)}]^2 = \frac{1}{2} \rho_0^2 J_0(\sqrt{\mu_n^{(0)}} \rho)$$

$$\text{第三类边界条件: } [N_n^{(0)}]^2 = \frac{1}{2} (\rho_0^2 + \frac{\rho_0^2}{\mu_n^{(0)} H}) J_0(\sqrt{\mu_n^{(m)}} \rho)$$

柱函数的递推公式

$$\frac{d}{dx} [x^v Z_v(x)] = x^v Z_{v-1}(x)$$

$$\frac{d}{dx} [x^{-v} Z_v(x)] = -x^{-v} Z_{v+1}(x)$$

$$Z_{v+1}(x) - Z_{v-1}(x) = \frac{2vZ_v(x)}{x}$$

$$Z_{v+1}(x) + Z_{v-1}(x) = -2Z'_v(x)$$