Práctica 05 - Aplicaciones de Modelado para E.D. de Primer Orden

Nombre: ______________________________ **Fecha:** ________________

A. Analize y resuelve los siguientes problemas

1. **U**na tarta caliente que se cocinó a una temperatura constante de 325°F se saca directamente de un horno y se coloca al aire libre a la sombra en un día en el que la temperatura del aire en la sombra es de 85°F. Después de 5 minutos a la sombra, la temperatura de la tarta se había reducido a 250°F. Determina (a) la temperatura de la tarta después de 20 minutos y (b) el tiempo requerido para que alcance los 275°F.

   Respuestas: (a) 138.6°F (b) 3.12 min

2. **U**na pelota es propulsada hacia arriba con una velocidad inicial de 250 ft/seg en un vacío sin resistencia al aire. ¿Qué tan alto llegará?

   Respuesta: 976.6 ft

3. **U**n cuerpo de masa 10 slugs se deja caer desde una altura de 1000 ft sin velocidad inicial. El cuerpo encuentra una resistencia al aire proporcional a su velocidad. Si la velocidad límite es conocida como 320 ft/seg, encuentra (a) una expresión para la velocidad del cuerpo en cualquier momento t, (b) una expresión para la posición del cuerpo en cualquier momento t, y (c) el tiempo requerido para que el cuerpo alcance los 160 ft/seg.

   Respuestas: (a) $v = -320e^{-0.1t} + 320$

4. **U**n cuerpo de masa 1 slug se deja caer con una velocidad inicial de 1 ft/sec y encuentra una fuerza debido a la resistencia al aire proporcional a su velocidad, de modo que la aceleración del cuerpo es exactamente $-8v^2$. Encuentra la velocidad en cualquier momento t.

   Respuesta: $\frac{2+v}{2-v} = 3e^{32t}$ or $v = \frac{2(3e^{32t}-1)}{(3e^{32t}+1)}$

5. **(Contaminación de un lago — modelo proporcional a lo no contaminado)** En un lago, la fracción de agua contaminada $P(t)$ aumenta de manera directamente proporcional a la fracción de agua aún limpia $(1 - P)$. Inicialmente el 2% del agua está contaminada. Después de 4 días, el 8% del agua ya se encuentra contaminada.

   - Plantea la ecuación diferencial que describe el proceso.
   - Determina la fórmula que da $P(t)$ para cualquier tiempo t.

6. **(Campaña de inmunización — modelo proporcional a los no inmunizados)** En una población, se inicia una campaña de inmunización cuya eficacia hace que la fracción inmunizada crezca proporcionalmente al número de personas aún no inmunizadas. Sea $P(t)$ la fracción inmunizada al tiempo t (en días). Inicialmente el 10% de la población está inmunizada; tras 7 días el 30% lo está.

- Plantea la ecuación diferencial.
- Encuentra la fórmula explícita de $P(t)$.

7. **(Crecimiento logístico — población con capacidad de carga)**
   Una población de conejos en una reserva comienza con $P(0) = 500$. El crecimiento sigue el modelo logístico con capacidad de carga $K = 5000$ y tasa intrínseca $r = 0.2$ (por mes).

   (a) Escribe la ecuación diferencial y su solución general.

   (b) Determina la fórmula para $P(t)$.

   (c) Calcula la población después de 12 meses.

8. **U**n material radiactivo es conocido por decaer a una tasa proporcional a la cantidad presente. Si después de una hora se observa que el 10 por ciento del material se ha desintegrado, encuentra el período de semivida del material.

   Respuesta: $N = \frac{500}{1+99e^{-500t}}$

9. **U**n cuerpo a una temperatura de 0°F se coloca en una habitación cuya temperatura se mantiene a 100°F. Si después de 10 minutos la temperatura del cuerpo es de 25°F, encuentra (a) el tiempo requerido para que el cuerpo alcance una temperatura de 50°F, y (b) la temperatura del cuerpo después de 20 minutos.

   Respuestas: $T = -100e^{-0.029t} + 100$ (a) 23.9 minutos (b) 44ºF