付録 5.D　フーリエ変換の性質

本文中で述べなかったフーリエ変換の性質をいくつかまとめる．

性質 8. （和分）

$$\mathcal{F}\left\{\sum_{m=-\infty}^{n} x[m]\right\} = \frac{1}{1-e^{-j\omega}}X(\omega) + \pi X(0)\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-2\pi k).$$

性質 9. （周波数微分）

$$\mathcal{F}\left\{nx[n]\right\} = j\frac{dX(\omega)}{d\omega}.$$

性質 10. （時間軸・周波数軸のスケーリング）　k を正の整数とするとき，

$$x_{(k)}[n] = \begin{cases} x\left[\dfrac{n}{k}\right], & n \text{ が } k \text{ の倍数のとき,} \\ 0, & n \text{ が } k \text{ の倍数でないとき} \end{cases}$$

と定義することにより，つぎの関係式が成り立つ．

$$\mathcal{F}\left\{x_{(k)}[n]\right\} = X(k\omega).$$

性質 11. （周期的たたみこみ）　2 つの信号 $\tilde{x}_1[n]$ と $\tilde{x}_2[n]$ がともに周期的の場合，その周期的たたみこみをつぎのように定義する．ただし，信号の周期はともに N とする．

$$\tilde{y}[n] = \tilde{x}_1[n]\otimes\tilde{x}_2[n] = \sum_{m=\langle N\rangle}\tilde{x}_1[m]\tilde{x}_2[n-m], \qquad \langle N\rangle = \{0,\ 1,\ \cdots,\ N-1\}.$$

注意.

通常のたたみこみが収束しないため，性質 6（たたみこみ）をそのまま適用することはできない．