Long-lived модель с безрисковым активом

① Уравнение модели

$$W_t^n = \alpha \left(\sum_{k=1}^{K} x_{t-1,k}^n \left(D_{t,k} + p_{t,k} \right) + x_{t-1,0}^n \right)$$

$$x_{t-1,k} = \frac{\lambda_{t-1,k}^n W_{t-1}^n}{p_{t-1,k}} \qquad x_{t-1,0} = \lambda_{t-1,0}^n W_{t-1}^n$$

$$p_{t,k} = \sum_{n=1}^{N} \lambda_{t,k}^n W_t^n$$

② Идея для оптимальной стратегии

$$\alpha E_{t-1} \left(\lambda_{t,k}^* + \frac{D_{t,k}}{W_t^*} \right) = \lambda_{t-1,k}^* \qquad (*)$$

где $W_t^* = \dfrac{\alpha |D_t| + W_{t-1} \lambda_{t-1,0}^*}{1 - \alpha(1 - \lambda_{t,0}^*)}$ (богатство, если все агенты используют λ_t^*)

③ Простой случай

Предположим $D_{t,k} = W_{t-1} Z_{t,k}$, где $Z_{t,k}$ – внешне заданные сл. вел.

для короткоживущих активов см. Belkov, Evstigneev, Hens (2020)

Тогда

$$|D_t| = W_{t-1} |Z_t|$$

$$W_t^* = \frac{\alpha W_{t-1} |Z_t| + W_{t-1} \lambda_{t-1,0}^*}{1 - \alpha(1 - \lambda_{t,0}^*)}$$

Нужно искать λ^* в виде (из $(*)$)

$$\alpha E_{t-1} \left(\lambda_{t,k}^* + \frac{Z_{t,k} \left(1 - \alpha(1 - \lambda_{t,k}^*) \right)}{\alpha |Z_t| + \lambda_{t-1,0}^*} \right) = \lambda_{t-1,k}^*$$

Пусть дополнительно Z_t – н.о.р. $\Rightarrow \lambda^* = \mathrm{const}$

Нужно повторить рассуждения Amir et al. (2011) для этой модели.