1. $c' = 0,\ c = \text{const}$

2. $\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$

3. $\left(a^x\right)' = a^x \cdot \ln a$

4. $\left(e^x\right)' = e^x$

5. $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$

6. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

7. $(\sin x)' = \cos x$

8. $(\cos x)' = -\sin x$

9. $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

10. $(\mathrm{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

11. $(\mathrm{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$

12. $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

13. $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

14. $(\mathrm{arctg} x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$

15. $(\mathrm{arcctg} x)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$

16. $(\mathrm{sh}\, x)' = \mathrm{ch}\, x$

17. $(\mathrm{ch}\, x)' = \mathrm{sh}\, x$

18. $(\mathrm{th}\, x)' = \dfrac{1}{\mathrm{ch}^2 x}$

19. $(\mathrm{th}\, x)' = -\dfrac{1}{\mathrm{sh}^2 x}$

1. $\int dx = x + c$

2. $\int x^{\alpha} dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, \alpha \neq -1$

3. $\int a^{x} dx = \dfrac{a^{x}}{\ln a} + c$

4. $\int \dfrac{dx}{x} = \ln|x| + c$

5. $\int \cos x dx = \sin x + c$

6. $\int \sin x dx = -\cos x + c$

7. $\int \dfrac{dx}{\cos^{2} x} = tgx + c$

8. $\int \dfrac{dx}{\sin^{2} x} = -ctgx + c$

9. $\int \dfrac{dx}{\sin x} = \ln\left|tg\dfrac{x}{2}\right| + c$

10. $\int \dfrac{dx}{\cos x} = \ln\left|tg\left(\dfrac{x}{2} + \dfrac{\pi}{2}\right)\right| + c$

11. $\int \dfrac{dx}{\sin x} = \ln\left|tg\dfrac{x}{2}\right| + c$

12. $\int \dfrac{dx}{a^{2} + x^{2}} = \begin{cases} \dfrac{1}{a} arctg\dfrac{x}{a} + c \\ -\dfrac{1}{a} arcctg\dfrac{x}{a} + c \end{cases}$

13. $\int \dfrac{dx}{x^{2} - a^{2}} = \dfrac{1}{2a}\ln\left|\dfrac{x-a}{x+a}\right| + c$

14. $\int \dfrac{dx}{a^{2} - x^{2}} = \dfrac{1}{2a}\ln\left|\dfrac{a+x}{a-x}\right| + c$

15. $\int \dfrac{dx}{\sqrt{a^{2} - x^{2}}} = \begin{cases} \arcsin\dfrac{x}{a} + c \\ -\arccos\dfrac{x}{a} + c \end{cases}$

16. $\int \dfrac{dx}{\sqrt{x^{2} \pm a^{2}}} = \ln\left|x + \sqrt{x^{2} \pm a^{2}}\right| + c$

17. $\int shxdx = chx + c$

18. $\int chxdx = shx + c$

19. $\int \dfrac{dx}{ch^{2}x} = thx + c$

20. $\int \dfrac{dx}{sh^{2}x} = -cthx + c$

$$\int_{0}^{\infty} x^{n} e^{-ax^{2}}\, dx = \begin{cases} \frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)/a^{\frac{n+1}{2}} & (n > -1, a > 0) \\ \frac{(2k-1)!!}{2^{k+1}a^{k}}\sqrt{\frac{\pi}{a}} & (n = 2k, k \text{ целое}, a > 0) \\ \frac{k!}{2a^{k+1}} & (n = 2k+1, k \text{ целое}, a > 0) \end{cases}$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$$

$$shx = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots + \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \ldots$$

$$chx = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-2}}{(2n-2)!} + \ldots$$

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \ldots$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots + (-1)^{n-1}x^n + \ldots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + \ldots$$

$$arctgx = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)} + \ldots$$

$$\arcsin x = x + \frac{1}{2}\frac{x^3}{3} + \frac{1\cdot 3}{2^2 2!}\frac{x^5}{5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2^3 3!}\frac{x^7}{7} + \ldots$$

$$tgx = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \ldots + \frac{2n-2}{(2n-1)!}x^{2n-1} + \ldots$$

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

Тригонометрические тождества

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} + \cos^2\frac{\alpha}{2} = 1$$

$$tg\,\alpha \cdot ctg\,\alpha = 1$$

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

Синус, косинус, тангенс и котангенс углов α и -α

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$tg(-\alpha) = -tg\,\alpha$$

$$ctg(-\alpha) = -ctg\,\alpha$$

Формулы сложения

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\,\alpha \pm tg\,\beta}{1 \mp tg\,\alpha\, tg\,\beta}$$

Синус, косинус, тангенс и котангенс двойного угла

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$tg\,2\alpha = \frac{2\,tg\,\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

Синус, косинус, тангенс и котангенс половинного угла

$$\cos\alpha = \cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$1 + \cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

$$1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

Формулы понижения степени

$$\sin^2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$tg^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha}$$

$$\sin\alpha = \frac{2\,tg\frac{\alpha}{2}}{1 + tg^2\frac{\alpha}{2}} \qquad \cos\alpha = \frac{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}}{1 + tg^2\frac{\alpha}{2}} \qquad tg\,\alpha = \frac{2\,tg\frac{\alpha}{2}}{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}}$$

Сумма и разность синусов и косинусов

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha \pm \beta}{2}\cos\frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

Произведение синусов и косинусов

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$

$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

Формулы приведения

$\boldsymbol{\beta}$	$\boldsymbol{\sin\beta}$	$\boldsymbol{\cos\beta}$	$\boldsymbol{tg\,\beta}$	$\boldsymbol{ctg\,\beta}$
$\boldsymbol{\pi/2 + \alpha}$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-ctg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$
$\boldsymbol{\pi/2 - \alpha}$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$ctg\,\alpha$	$tg\,\alpha$
$\boldsymbol{\pi + \alpha}$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$tg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$
$\boldsymbol{\pi - \alpha}$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-tg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$
$\boldsymbol{2\pi + \alpha}$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$
$\boldsymbol{2\pi - \alpha}$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$-tg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$
$\boldsymbol{3\pi/2 + \alpha}$	$-\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-ctg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$
$\boldsymbol{3\pi/2 - \alpha}$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$ctg\,\alpha$	$tg\,\alpha$
$\boldsymbol{-\alpha}$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$-tg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$

$$\lim_{\alpha\to 0}\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\alpha}=1 \qquad (\alpha - \textit{угол в радианах})$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=0 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin x}{x}=1 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg} x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(\arccos x)^2}{1-x}=2 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^a-1}{x}=a$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e \qquad \lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x}=\log_a e \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a \qquad \lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$$

$$\mathbf{1).}\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$

Следствия:

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg} x}{x}=1$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin x}{x}=1$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg} x}{x}=1$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\frac{x^2}{2}}=1$

$$\mathbf{2).}\ \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$$

Следствия:

1). $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$

2). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{n}{x}\right)^x=e^n$

3). $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x}=\frac{1}{\ln a}$, $a>0, a\neq 1$

4). $\lim\limits_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a$, $a>0, a\neq 1$

5). $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x)^\alpha-1}{x}=\alpha$

6). $\lim\limits_{x\to 0} x^x=1$

1. $\sum_{i=1}^{k} y_i^2 - \sum_{i=k+1}^{k+l} y_i^2 = 0.$

2. $\sum_{i=1}^{k} y_i^2 - \sum_{i=k+1}^{k+l} y_i^2 = c,\ c \neq 0.$

3. $\sum_{i=1}^{k} y_i^2 - \sum_{i=k+1}^{k+l} y_i^2 = by_{k+l+1},\ b \neq 0.$

$\mathbb{R}^2$, тип 1.

1. $k = 2, l = 0$ Одна точка.
2. $k = 1, l = 1$ Две пересекающиеся прямые.
3. $k = 1, l = 0$ Прямая.
4. $k = 0, l = 0$ Вся плоскость.

$\mathbb{R}^2$, тип 2.

1. $k = 2, l = 0$ Эллипс.
2. $k = 1, l = 1$ Гипербола.
3. $k = 1, l = 0$ Две параллельные прямые.

$\mathbb{R}^2$, тип 3.

1. $k = 1, l = 0$ Парабола.

$\mathbb{R}^3$, тип 1.

1. $k = 3, l = 0$ Одна точка.
2. $k = 2, l = 1$ Конус.
3. $k = 2, l = 0$ Прямая.
4. $k = 1, l = 1$ Две пересекающиеся плоскости.
5. $k = 1, l = 0$ Плоскость.
6. $k = 0, l = 0$ Все пространство.

$\mathbb{R}^3$, тип 2.

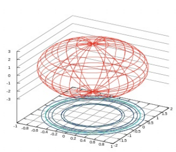
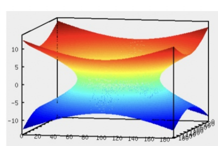
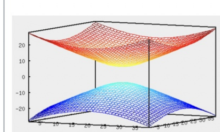
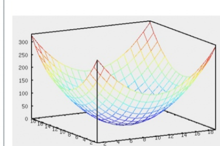
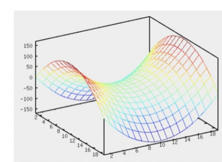
1. $k = 3, l = 0$ Эллипсоид.
2. $k = 2, l = 1$ Однополостный гиперболоид.
3. $k = 2, l = 0$ Эллиптический цилиндр.
4. $k = 1, l = 2$ Двуполостный гиперболоид.
5. $k = 1, l = 1$ Гиперболический цилиндр.
6. $k = 1, l = 0$ Две параллельные плоскости.

$\mathbb{R}^3$, тип 3.

1. $k = 2, l = 0$ Эллиптический параболоид.
2. $k = 1, l = 1$ Гиперболический параболоид.
3. $k = 1, l = 0$ Параболический цилиндр.

Кривая	Уравнение	Инварианты			
Эллипс	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$I_2 \neq 0$	$I_2 > 0$	$I_1 I_3 < 0$	
Точка (пара мнимых пересекающихся прямых)	$\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 0$			$I_3 = 0$	
Мнимый эллипс	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$			$I_1 I_3 > 0$	
Гипербола	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$		$I_2 < 0$	$I_3 \neq 0$	
Пара пересекающихся прямых	$\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 0$			$I_3 = 0$	
Парабола	$y^2 = 2px$	$I_2 = 0$		$I_3 \neq 0$	
Пара параллельных прямых	$x^2 - d^2 = 0$			$I_3 = 0$	$K_1 < 0$
Прямая	$x^2 = 0$				$K_1 = 0$
Пара мнимых параллельных прямых	$x^2 + d^2 = 0$				$K_1 > 0$

Если в некоторой декартовой прямоугольной системе координат поверхность S задана уравнением $F(x^2 + y^2, z) = 0$, то S — поверхность вращения вокруг оси OZ.

Эллипсоид:	Однополостной гиперболоид:	Двуполостной гиперболоид:	Эллиптический параболоид:	Гиперболический параболоид:
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$
				

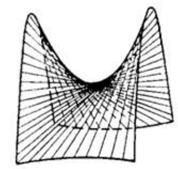


Рис.3

Однополостный гиперболоид (рис.1,2)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

имеет два семейства прямолинейных образующих:

$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{z}{c} = k\left(1 + \frac{y}{b}\right), \\ \frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{1}{k}\left(1 - \frac{y}{b}\right) \end{cases} \qquad (1)$$

и

$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{z}{c} = \frac{1}{l}\left(1 - \frac{y}{b}\right), \\ \frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{1}{l}\left(1 + \frac{y}{b}\right), \end{cases} \qquad (2)$$

Гиперболический параболоид (рис.3)

$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$$

имеет также два семейства прямолинейных образующих:

$$\begin{cases} \frac{x}{\sqrt{p}} + \frac{y}{\sqrt{q}} = 2kz, \\ \frac{x}{\sqrt{p}} - \frac{y}{\sqrt{q}} = \frac{1}{k} \end{cases} \qquad (3)$$

и

$$\begin{cases} \frac{x}{\sqrt{p}} + \frac{y}{\sqrt{q}} = \frac{1}{l}, \\ \frac{x}{\sqrt{p}} - \frac{y}{\sqrt{q}} = 2lz, \end{cases} \qquad (4)$$

Необходимый признак сходимости

Если $\lim_{n\to\infty} \neq 0$, то $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ расходится.

Признаки сходимости для рядов с положительными членами.

Признак сравнения

1. Если $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ сходится начиная с некоторого N и $a_n \leq b_n$, то $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ тоже сходится

1. Если $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ расходится начиная с некоторого N и $a_n \geq b_n$, то $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ тоже расходится

Предельный признак сравнения

Если $\lim_{nto\infty} \frac{a_n}{b_n} = A \neq 0$,то $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ сходятся или расходятся одновременно.

Логарифмический признак:

1. Если $\lim_{n\to\infty} \frac{\ln \frac{1}{a_n}}{\ln n} > 1$, то $\sum a_n$ сходится

2. Если $\lim_{n\to\infty} \frac{\ln \frac{1}{a_n}}{\ln n} < 1$ т о $\sum a_n$ расходится

Интегральный признак Коши:

Пусть функция f(x) – монотонно невозрастающая на $[1, +\infty]$. Тогда:

1. Если $0 \leq a_n \leq f(n) \forall n$, и интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится, то ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ также сходится

2. Если $0 \leq f(n) \leq a_n \forall n$, и интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ расходится, то ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ также расходится

Признак Даламбера:

Рассмотрим положительный числовой ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$

Если существует предел отношения последующего члена к предыдущему

$$\lim_{k\to+\infty} \frac{a_{k+1}}{a_k} = D$$

то:

1. При D $<$ 1 ряд сходится. В частности, ряд сходится при D = 0.

2. При D $>$ 1 ряд расходится. В частности, ряд расходится при D = ∞.

3. При D = 1 признак ответа не дает.

Признак Коши:

Рассмотрим положительный числовой ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.Если существует предел

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = D$$

то:

1. При D $<$ 1 ряд сходится.

2. При D $>$ 1 ряд расходится.

3. При D = 1 признак ответа не дает.

Признак сравнения: Пусть $a_n \geq 0, b_n \geq 0$. Если $a_n \sim b_n, n \to +\infty$, то ряды сходятся или расходятся одновременно
(легко получить из критерия Коши).

Общие признаки сходимости рядов.

Признак Лейбница:
$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}b_n$ где $b_n \geq 0$, сходится, если
1. $b_n \geq b_{n+1}$,
2. $b_n \to 0, n \to \infty$.

Признак Абеля:
$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ сходится, если
1. $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ сходится,
2. b_n образует монотонную и ограниченную последовательность.

Признак Дирихле:
$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ сходится, если
1. суммы $A_N = \sum_{n=1}^{N} a_n$ ограничены в совокупности,
2. b_n монотонно стремится к нулю.

Вычеты

1. Если то $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n(z-a)^n, a \neq \infty$ - ряд Лорана в соответствующем кольце, то

$$res_a f = c_{-1}$$

2. Если $a \neq 0$ полюс порядка $p \geq 1$ для функции f, то

$$res_a f = \frac{1}{(p-1)!} \lim_{z \to a} [(z-a)^p f(x)]^{(p-1)}$$

3. Пусть $a \neq \infty$ и

$$f(z) = \frac{f_1(z)}{f_2(z), z \in B(a)}$$

где $f_1, f_2 \in A(B(a)) : f_2(a) = 0, f_2'(a) \neq 0, f_1(a) \neq 0$ (т. a - простой полюс). Тогда $res_a f = \frac{f_1(a)}{f_2'(a)}$

Всякая аналитическая функция в кольце $r < |z - z_0| < R$ может быть разложена в этом кольце в **ряд Лорана**:

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n (z - z_0)^n$$

коэффициенты которой определяются формулой

$$c_n = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{f(t)}{(t-z)^{n+1}} dt$$

где L -произвольная окружность с центром в z_0, лежащая внутри данного кольца.

Основная теорема о вычетах (Коши)

Если $f(z)$ - аналитическая в $\hat{D}$ за исключением конечного числа особых точек $z_k \in D$, то

$$\int_{\sigma D} f(z) = 2\pi i \sum_{k=1}^{n} res_{z_k} f(z)$$

Обобщенная теорема о вычетах

Сумма вычетов функции $f(z)$ во всех её особенных точках, включая бесконечно удаленную точку, равна нулю.

$$e^{iz} = \cos z + i \sin z$$
$$e^{-iz} = \cos z - i \sin z$$

$$f(z) = f(z_0) + \sum_{\infty}^{k=1} \frac{f^{(k)}(z_0)}{k!} (z - z_0)^k$$

Чтобы решить **однородное линейное уравнение** с постоянными коэффициентами

$$a_0y^{(n)} + a_1y^{(n-1)} + ... + a_ny = 0$$

надо составить характеристическое уравнение

$$a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + ... + a_n = 0$$

и найти все его корни $\lambda_1, \lambda_2, ...\lambda_n$.

Общее решение есть сумма
1. $C_ie^{\lambda_i x}$ для каждого простого корня
2. $(C_{m+1} + C_{m+2}x + C_{m+3}x^2 + ... + C_{m+k}x^k)e^{\lambda x}$, где k - кратность корня.
3. $e^{\alpha x}(P_{k-1}(x)\cos\beta x + Q_{k-1}(x)\sin\beta x)$ если каждый из корней $\alpha \pm i\beta$ имеет кратность k.

Правая часть:

$$f(x) = P_m(x)e^{\alpha x} \Rightarrow x^rQ_m(x)e^{\alpha x}$$

$r = 0$, если a - не корень характеристического уравнения, а если a - корень, то r равно кратности этого корня.

$$e^{\alpha x}(P_n(x)\cos bx + Q_m(x)\sin bx) \Rightarrow x^re^{\alpha x}(P_l(x)\cos bx + Q_l(x)\sin bx)$$

где $r = 0$ если $a + ib$ не корень характеристического уравнения и равно кратности в противном случае, $l = max(n, m)$