

## Пробный вариант контрольной работы 2

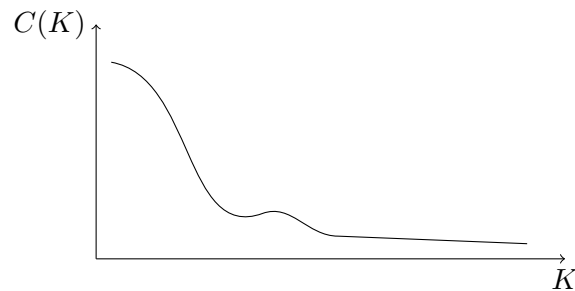
1. Найдите математическое ожидание процесса цены в модели CEV с ненулевой ставкой  $r > 0$ :

$$dS_t = rS_t dt + \sigma S_t^\gamma dW_t, \quad S_0 = 1.$$

2. Найдите общее решение уравнения Риккати с непостоянными коэффициентами (если необходимо, можно считать, что они достаточно гладкие и  $\gamma(x)$  отделено от нуля)

$$y'(x) = \alpha(x) + \beta(x)y(x) + \gamma(x)y(x)^2.$$

3. На рисунке изображен график функции стоимости опционов колл  $C(K)$  в некоторой модели. Время исполнения  $T$  у всех опционов одинаково. Является ли модель безарбитражной? Если нет, то найдите арбитражную возможность.



4. Пусть случайная величина  $X$  имеет функцию распределения  $F(x)$ , которая непрерывна и строго возрастает на всей прямой. Пусть  $U$  имеет равномерное распределение на  $[0, 1]$ . Докажите, что верно равенство (преобразование Смирнова)

$$F(X) \stackrel{d}{=} U.$$

5. Известно, что в модели CEV кривая волатильности показывает неверную динамику – например, при увеличении цены базового актива кривая движется влево. Модель SABR в частном случае  $\nu = 0$  совпадает с моделью CEV, и, следовательно, в этом случае тоже показывает неверную динамику. Пользуясь формулой Хэгана, покажите, почему в случае  $\nu > 0$  динамика исправляется.