6.2.1 Таблица интегралов

$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ $\quad\int \frac{dx}{x} = \ln|x|$

$\int e^x\,dx = e^x$ $\quad\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a}$

$\int \sin x\,dx = -\cos x$ $\quad\int \cos x\,dx = \sin x$

$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x$ $\quad\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x$

$\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a}$ $\quad\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|$

$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\frac{x}{a}$

$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2\pm a^2}} = \ln\left|x+\sqrt{x^2\pm a^2}\right|$

INT-1. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2-3)}. = \int \frac{1}{4}\left(\frac{-1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2-3}\right)dx = \frac{1}{8\sqrt{3}}\cdot\ln\left|\frac{x-\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}}\right| - \frac{\operatorname{arctg} x}{4} + C$$

Ответ: $\frac{1}{8\sqrt{3}}\ln\left|\frac{x-\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}}\right| - \frac{\operatorname{arctg} x}{4}$.

INT-2. Найти интеграл

$$\int \frac{x-4}{\sqrt{x^2-2}}\,dx. = \int \frac{d(x^2-2)}{2\sqrt{x^2-2}} - \int \frac{4\,dx}{\sqrt{x^2-2}} = \sqrt{x^2-2} - 4\ln\left|x+\sqrt{x^2-2}\right| + C$$

Ответ: $\sqrt{x^2-2} - 4\ln\left|x+\sqrt{x^2-2}\right|$.

INT-3. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x^4-1}. = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x^2-1} + \frac{-1}{x^2+1}\,dx = \frac{-1}{2}\operatorname{arctg} x + \frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + C$$

Ответ: $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| - \frac{\operatorname{arctg} x}{2}$.

INT-4. Найти интеграл

$$\int \frac{e^x+e^{2x}}{1-e^x}\,dx. = -\int \frac{d(1-e^x)}{1-e^x}\,dx + \int \frac{e^x\,de^x}{1-e^x} = -2\int \frac{d(1-e^x)}{1-e^x} -$$

Ответ: $-e^x - 2\ln|e^x-1|$. $\quad -\int \frac{1-e^x}{1-e^x}\,de^x = -e^x - 2\ln|1-e^x| + C$

INT-5. Найти интеграл

$$\int (5^x - 2^x)^2\, dx. = \int 25^x + 4^x - 2\cdot 10^x\, dx = \frac{25^x}{\ln 25} + \frac{4^x}{\ln 4} - 2\cdot\frac{10^x}{\ln 10}$$

Ответ: $\frac{25^x}{\ln 25} - \frac{2\cdot 10^x}{\ln 10} + \frac{4^x}{\ln 4}$.

INT-6. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\cos x}. = \int \frac{d\sin x}{1-\sin^2 x} \overset{y=\sin x}{=} -\int \frac{dy}{y^2-1} = -\frac{1}{2}\ln\left|\frac{y-1}{y+1}\right| = -\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sin x - 1}{\sin x + 1}\right| + C$$

покажем, что ответ совпадает: $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} \Rightarrow$

Ответ: $\ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right|$. $\Rightarrow \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1-\cos(x+\frac{\pi}{2})}{\sin(x+\frac{\pi}{2})} = \frac{1+\sin x}{\cos x} \Rightarrow$

$\Rightarrow \ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| = \ln\left|\frac{1+\sin x}{\cos x}\right| = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{(1+\sin x)^2}{1-\sin^2 x}\right| = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+\sin x}{1-\sin x}\right| = -\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sin x - 1}{\sin x + 1}\right|$

т.к. модуль.

INT-7. Найти интеграл

$$\int x(x-2)^5\, dx. = \int (x-2)^6 + 2(x-5)^5\, dx = \frac{(x-2)^7}{7} + \frac{(x-2)^6}{3} + C$$

Ответ: $\frac{(x-2)^7}{7} + \frac{(x-2)^6}{3}$.

INT-8. Найти интеграл

$$\int x\sqrt{1-2x}\, dx. = \left| x = -\tfrac{1}{2}(1-2x) + \tfrac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}\int (1-2x)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}\int\sqrt{1-2x}\,dx =$$

$$= \frac{1}{4}\int (1-2x)^{\frac{3}{2}}\, d(1-2x) - \frac{1}{4}\int\sqrt{1-2x}\, d(1-2x) =$$

Ответ: $\frac{(1-2x)^{5/2}}{10} - \frac{(1-2x)^{3/2}}{6}$.

$$= \frac{1}{10}(1-2x)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{6}(1-2x)^{\frac{3}{2}}$$

INT-9. Найти интеграл

$$\int \frac{2x-7}{\sqrt{3x+1}}\, dx. = \left| \begin{array}{l} 3x+1 = y \Rightarrow dx = \frac{dy}{3} \\ x = \frac{y-1}{3} \\ 2x-7 = \frac{2y-23}{3} \end{array} \right| = \int \frac{2y-23}{9\sqrt{y}}\, dy =$$

Ответ: $\frac{4}{27}(3x+1)^{3/2} - \frac{46}{9}(3x+1)^{1/2}$. $= -\int \frac{23}{9}\frac{dy}{\sqrt{y}} + \frac{2}{9}\int\sqrt{y}\,dy =$

$$= C + \frac{4}{27}y^{\frac{3}{2}} - \frac{46}{9}\sqrt{y} = \frac{4}{27}(3x+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{46}{9}(3x+1)^{\frac{1}{2}} + C.$$

INT-10. Найти интеграл

$$\int \frac{\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}}\,dx. = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arcsin x + \ln|x+\sqrt{x^2+1}| + C$$

Ответ: $\arcsin x + \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$.

INT-11. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x(\ln^2 x + 2)}. = \int \frac{d\ln x}{\ln^2 x + 2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{\ln x}{\sqrt{2}}\right) + C$$

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{2}}\,\mathrm{arctg}\,\frac{\ln x}{\sqrt{2}}$.

INT-12. Найти интеграл

$$\int \ln^2 x\,dx. = \left|\begin{matrix} y = \ln x \\ dx = e^y dy \end{matrix}\right| = \int y^2 e^y\,dy = e^y y^2 - 2\int y e^y\,dy =$$

$$= e^y y^2 - 2ye^y + 2e^y + C =$$

Ответ: $x\ln^2 x - 2x\ln x + 2x$.

$$= x\ln^2 x - 2x\ln x + 2x + C.$$

INT-13. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{1+\cos x}. = \left|\cos x = 2\cos^2\frac{x}{2} - 1\right| = \int \frac{d\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}} = \mathrm{tg}\,\frac{x}{2} + C$$

Ответ: $\mathrm{tg}\,\frac{x}{2}$.

INT-14. Найти интеграл

$$\int \mathrm{tg}^2 x\,dx. = \int \frac{\sin^2 x - 1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \mathrm{tg}\,x - \int 1\,dx = \mathrm{tg}\,x - x + C.$$

Ответ: $\mathrm{tg}\,x - x$.

INT-15. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x(1+\operatorname{tg} x)}. = \left| (\operatorname{ctg} x)' = \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)' = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x} \right| =$$

$$= -\int \frac{d\operatorname{ctg} x}{1+\operatorname{tg} x} = |\operatorname{ctg} x = y| = -\int \frac{dy}{1+\frac{1}{y}} =$$

Ответ: $-\operatorname{ctg} x + \ln|1+\operatorname{ctg} x|$.

$$= -\int \frac{y\,dy}{1+y} = \int \frac{d(y+1)}{1+y} - \int \frac{(1+y)}{1+y}dy = \ln|1+y| - y + c =$$

$$= \ln|1+\operatorname{ctg} x| - \operatorname{ctg} x + c.$$

INT-16. Найти интеграл

$$\int \frac{x^2}{1-x^2}\,dx. = -\int \frac{1\,dx}{1-x^2} - \int \frac{1-x^2}{1-x^2}\,dx = -x + \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| + C$$

Ответ: $-x + \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|$.

INT-17. Найти интеграл

$$\int x\sin x\,dx. = -\int x\,d\cos x = -x\cos x + \int \cos x\,dx =$$

$$= -x\cos x + \sin x + c.$$

Ответ: $-x\cos x + \sin x$.

INT-18. Найти интеграл

$$\int \sqrt{2-x^2}\,dx. = \left| \begin{matrix} x = \sqrt{2}\sin t \\ dx = \sqrt{2}\cos t\,dt \end{matrix} \right| = \int \sqrt{2-2\sin^2 t}\,\sqrt{2}\cos t\,dt =$$

$$= \int 2\cos^2 t\,dt = |\cos 2t = 2\cos^2 t - 1| = t + \frac{1}{2}\int \cos 2t\,d2t = t + \frac{1}{2}\sin 2t + C =$$

Ответ: $\frac{x}{2}\sqrt{2-x^2} + \arcsin\frac{x}{\sqrt{2}}$.

$$= \left| \begin{matrix} 1)\ \sin 2t = 2\sin t\cos t \\ 2)\ \cos\left(\arcsin\frac{x}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{1-\sin^2\left(\arcsin\frac{x}{\sqrt{2}}\right)} = \sqrt{1-\frac{x^2}{2}} \end{matrix} \right| = C + \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{2}\cdot 2 \cdot \frac{x}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{1-\frac{x^2}{2}} =$$

$$= \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + \frac{x}{2}\sqrt{2-x^2} + C$$

INT-19. Найти интеграл

$$\int x\operatorname{ctg}^2 x\,dx. = \int\left(\frac{x}{\sin^2 x} - x\right)dx = -\frac{x^2}{2} - \int x\,d\operatorname{ctg} x = -\frac{x^2}{2} - x\operatorname{ctg} x + \int \operatorname{ctg} x\,dx =$$

$$= -\frac{x^2}{2} - x\operatorname{ctg} x + \int \frac{d\sin x}{\sin x} = \ln|\sin x| - \frac{x^2}{2} - x\operatorname{ctg} x + C.$$

Ответ: $-\frac{x^2}{2} - x\operatorname{ctg} x + \ln|\sin x|$.

INT-20. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x^2+1} = \operatorname{arctg} x$

$$\int \operatorname{arctg} x\, dx. = x \operatorname{arctg} x - \int x\, d\operatorname{arctg} x = x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\int \frac{d(x^2+1)}{x^2+1} =$$

$$= x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln|x^2+1| + C$$

Ответ: $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\ln(x^2+1)$.

DER-1. Найти производную функции

$$y = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{2}}. = \frac{1}{1+\frac{\operatorname{tg}^2 x}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \left| 1+\operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \right| =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{1+\frac{1}{\cos^2 x}} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \sqrt{2}\, \frac{\cos^2 x}{1+\cos^2 x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{1+\cos^2 x}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{1+\cos^2 x}$.

DER-2. Найти производную функции

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\arcsin x^2}. = \ln\left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\arcsin x^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^4}} \cdot 2x$$

Ответ: $\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^{\arcsin x^2} \cdot \ln\frac{1}{3} \cdot 2x}{\sqrt{1-x^4}}$.

DER-3. Найти производную функции

$$y = \frac{2+x^2}{\sqrt{1+x^2}}. = \frac{2x \cdot \sqrt{1+x^2} - (2+x^2) \cdot \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \cdot 2x \cdot \frac{1}{2}}{1+x^2} = \frac{2x}{1+x^2} \cdot \Big(\sqrt{1+x^2} -$$

$$- \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} - \frac{\sqrt{1+x^2}}{2}\Big) = \frac{x}{x^2+1} \cdot \left(\sqrt{1+x^2} - \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right) =$$

Ответ: $\frac{x^3}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

$$= \frac{x^3}{(1+x^2)^{3/2}}$$

DER-4. Найти производную функции

$$y = (1+x)^{\frac{1}{x}}. = e^{\frac{\ln(1+x)}{x}} \Rightarrow (1+x)^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{\frac{1}{x+1} \cdot x - \ln(1+x)}{x^2} =$$

$$= (1+x)^{\frac{1-x}{x}} \quad \frac{x - (x+1)\ln(1+x)}{x^2}.$$

Ответ: $(1+x)^{\frac{1-x}{x}} \cdot \frac{x-(x+1)\ln(x+1)}{x^2}$.

DER-5. Найти производную функции

$$y = \frac{\sin 2x + 1}{\sin x - \cos x}. = \frac{2\cos 2x \cdot (\sin x - \cos x) - (\sin 2x + 1)\cdot(\cos x + \sin x)}{(\sin x - \cos x)^2} =$$

Ответ: $\frac{(\cos x+\sin x)(\sin 2x-3)}{1-\sin 2x}$.

$$= \frac{2(\cos^2 x - \sin^2 x)(\sin x - \cos x) - (\cos x + \sin x)(2\cos x \sin x + 1)}{(\sin x - \cos x)^2} =$$

$$= \frac{-2(\sin x - \cos x)^2 \cdot (\cos x + \sin x) - (\cos x + \sin x)(\sin 2x + 1)}{1 - \sin 2x} = \frac{-(\cos x + \sin x)}{1 - \sin 2x} \cdot$$

$$\cdot (2 - 2\sin 2x + \sin 2x + 1) = \frac{\cos x + \sin x}{1 - \sin 2x} \cdot (\sin 2x - 3)$$

DER-6. Найти производную функции

$$y = e^{-x}\frac{x-2}{(1-x)^2}. = -e^{-x} \cdot \frac{x-2}{1-x^2} + e^{-x}\,\frac{(1-x)^2 - 2(x-1)(x-2)}{(1-x)^4} = \frac{e^{-x}}{(1-x)^2} \cdot$$

Ответ: $e^{-x}\frac{x^2-2x-1}{(1-x)^3}$.

$$\cdot \left(\frac{x-1-2x+4}{x-1} + 2 - x\right) = \frac{e^{-x}}{(1-x)^2} \cdot \left(\frac{-x+3-x^2+x+2x-2}{x-1}\right) =$$

$$= \frac{e^{-x}}{(1-x)^2} \cdot \left(\frac{-x^2+2x+1}{x-1}\right) = \frac{e^{-x}}{(1-x)^3} \cdot (x^2 - 2x - 1)$$

DER-7. Найти производную функции

$$y = e^{2x}(3\cos 3x - 2\sin 3x). = 2e^{2x}(3\cos 3x - 2\sin 3x) + e^{2x}(-9\sin 3x - 6\cos 3x) =$$

$$= e^{2x}(6\cos 3x - 4\sin 3x - 9\sin 3x - 6\cos 3x) =$$

Ответ: $-13e^{2x}\sin 3x$.

$$= -13\, e^{2x} \sin 3x$$

DER-8. Найти производную функции

$$y = (e^x + e^{-x})^{\cos 2x} = \exp(\cos x \cdot \ln(e^x + e^{-x})) \Rightarrow (e^x + e^{-x})^{\cos 2x} \cdot (\cos 2x \ln(e^x + e^{-x}))' =$$

$$= (e^x + e^{-x})^{\cos 2x} \cdot \left(-2\sin 2x \ln(e^x + e^{-x}) + \cos 2x \cdot \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\right) =$$

Ответ: $(e^x + e^{-x})^{\cos 2x}\left(-2\sin 2x \cdot \ln(e^x + e^{-x}) + \cos 2x \cdot \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\right)$.

$$(e^x + e^{-x})^{\cos 2x} \cdot \left(\cos 2x \cdot \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} - 2\sin 2x \ln(e^x + e^{-x})\right)$$

DER-9. Найти производную функции

$$y = 3^{\sin^2 \frac{x}{2}}. = 3^{\sin^2 \frac{x}{2}} \cdot \ln 3 \cdot 2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2} = 3^{\sin^2 \frac{x}{2}} \cdot \frac{\ln 3}{2} \sin x.$$

Ответ: $\frac{\ln 3}{2}\sin x \cdot 3^{\sin^2 \frac{x}{2}}$.

DER-10. Найти производную функции

$$y = 2^{\operatorname{arcctg}\sqrt{x^2+1}}. = 2^{\operatorname{arcctg}\sqrt{x^2+1}}\cdot \ln 2 \cdot \left(-\frac{1}{1+x^2+1}\right)\cdot\left(\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}\right)\cdot 2x =$$

$$= 2^{\operatorname{arcctg}\sqrt{x^2+1}}\cdot \ln 2\cdot \frac{-1x}{x^2+2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

Ответ: $2^{\operatorname{arcctg}\sqrt{1+x^2}}\ln 2\cdot\frac{-x}{(2+x^2)\sqrt{1+x^2}}$.

DER-11. Найти производную функции

$$y = x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right). = \ln(x+\sqrt{x^2+1}) + x\cdot\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}\cdot 2x\right) =$$

Ответ: $\ln(x+\sqrt{x^2+1})+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

$$= \ln(x+\sqrt{x^2+1}) + \frac{x}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} =$$

$$= \ln(x+\sqrt{x^2+1}) + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.$$

DER-12. Найти производную функции

$$y = \arcsin\frac{x+2}{2x+2} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(x+2)^2}{(2x+2)^2}}}\cdot\frac{2x+2-2x-4}{(2x+2)^2} = \frac{2x+2}{\sqrt{x(3x+4)}}\cdot$$

$(x > 0)$.

Ответ: $-\frac{1}{(x+1)\sqrt{3x^2+4x}}$.

$$\cdot\frac{-2}{(2x+2)^2} = -\frac{1}{x+1}\cdot\frac{1}{\sqrt{x(3x+4)}}.$$

DER-13. Найти производную функции

$$y = \ln\operatorname{tg}x + \frac{1}{2}\operatorname{ctg}2x. = \frac{1}{\operatorname{tg}x}\cdot\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 2x} = \frac{1}{\sin x\cos x} - \frac{1}{\sin^2 2x} =$$

Ответ: $\frac{2}{\sin 2x}-\frac{1}{\sin^2 2x}$.

$$= \frac{2}{\sin 2x} - \frac{1}{\sin^2 2x}.$$

DER-14. Найти производную функции

$$y = \log_2\frac{\cos x + x\sin x}{\sin x - x\cos x}. = \frac{\sin x - x\cos x}{\cos x + x\sin x}\cdot\frac{1}{\ln 2}\cdot\frac{(-\sin x+\sin x+x\cos x)\cdot(\sin x - x\cos x) - (\cos x+x\sin x)(\cos x - \cos x + x\sin x)}{(\sin x - x\cos x)^2} =$$

Ответ: $\frac{-x^2}{\ln 2}\cdot\frac{2}{(1-x^2)\sin 2x-2x\cos 2x}$.

$$= \frac{1}{\ln 2}\cdot\frac{1}{(\cos x + x\sin x)\cdot(\sin x - x\cos x)}\cdot\left(x\cos x\sin x - x^2\cos^2 x - x\cos x\sin - x^2\sin^2 x\right) =$$

$$= \frac{-x^2}{\ln 2\cdot(\cos x + x\sin x)(\sin x - x\cos x)} = \frac{-x^2}{\ln 2}\cdot(\cos x\sin x - x\cos^2 x + x\sin^2 x - x^2\cos x\sin x)$$

DER-15. Найти производную функции $№14.\ -\frac{x^2}{\ln 2}:\left((1-x)^2\frac{\sin 2x}{2}-x\cos x\right)$

$$y = x(\cos(2\ln x) + 2\sin(2\ln x)).$$ $= \cos(2\ln x) + 2\sin(2\ln x) + x\left(-\sin(2\ln x)\cdot\frac{2}{x} + 2\cos(2\ln x)\cdot\frac{2}{x}\right) = 5\cos(2\ln x)$.

Ответ: $5\cos(2\ln x)$.

DER-16. Найти производную функции

$$y = x\arccos x - \sqrt{1-x^2}.$$ $= \arccos x + -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}\cdot(-2x) = \arccos x$

Ответ: $\arccos x$.

DER-17. Найти производную функции

$$y = x^2\sqrt[3]{x^2+4x+1}.$$ $= 2x\sqrt[3]{x^2+4x+1} + x^2\cdot\frac{(2x+4)}{3(x^2+4+1)^{2/3}} = \frac{6x(x^2+4x+1)+x^2(2x+4)}{3(x^2+4x+1)^{2/3}} = \frac{8x^3+28x^2+6x}{3(x^2+4x+1)^{2/3}}$

Ответ: $\frac{8x^3+28x^2+6x}{3\sqrt[3]{(x^2+4x+1)^2}}$.

DER-18. Найти производную функции

$$y = \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3}\operatorname{arctg} x^3.$$ $= \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{3}\frac{1}{1+x^6}\cdot 3x^2 = \frac{1}{x^2+1} + \frac{x^2}{x^6+1} = \frac{x^4-x^2+1+x^2}{x^6+1} = \frac{x^4+1}{x^6+1}$

Ответ: $\frac{x^4+1}{x^6+1}$.

DER-19. Найти производную функции

$$y = \frac{\sin x}{\cos^3 x}.$$ $= \frac{\cos^4 x - \sin x\cdot 3\cos^2 x\cdot(-\sin x)}{\cos^6 x} = \frac{\cos^2 x + 3\sin^2 x}{\cos^4 x} = \frac{1+2\sin^2 x}{\cos^4 x}$

Ответ: $\frac{2-\cos 2x}{\cos^4 x}$.

DER-20. Найти производную функции

$$y = \arccos\frac{1-x^3}{1+x^3}.$$ $= -\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1-x^3}{1+x^3}\right)^2}}\cdot\frac{-3x^2(1+x^3)-(1-x^3)3x^2}{(1+x^3)^2} = \frac{3x^2+3x^5+3x^2-3x^5}{\sqrt{(1+x^3)^2-(1-x^3)^2}\cdot(1+x^3)} = \frac{6x^2}{\sqrt{4x^3}(1+x^3)} = \frac{3\sqrt{x}}{(1+x^3)}$

Ответ: $\frac{3\sqrt{x}}{1+x^3}$.