

1. Найти ранги матриц

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

2. Привести пример такого ряда $\sum_{i=1}^n a_i$, что он сходится, а ряд $\sum_{i=1}^n a_i^2$ расходится.

3. Привести пример такого ряда $\sum_{i=1}^n a_i$, что он сходится, а ряд $\sum_{i=1}^n a_i^3$ расходится.

4. Исследовать ряды и интегралы на сходимость (или равномерную сходимость), $\alpha \in (-\infty, \infty)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \alpha x \, dx}{1+x^2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2+\alpha^2}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-tx} \, dx$$

$$\int_0^{\infty} x^\alpha e^{-tx} \, dx$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \left(\frac{n+1}{3n+2} \right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \operatorname{arctg} nx}{n^2+x^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x n}{n^4+x^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-(x-n)^2}$$

5. Решить дифференциальное уравнение

$$y'' + y = \sin 2x$$

$$y'' + 9y = \sin x$$

$$y'' + 4y = \sin x$$

$$y' = c$$

$$yy' + x = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{2x^2}$$

6. Привести примеры рядов, сходящихся равномерно и неравномерно.

7. Дать определения верхнего и нижнего пределов.

8. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = x$

9. Найти особые точки функций

$$f(x) = \frac{\sin \sqrt{z}}{\sqrt{z}}$$

$$f(x) = \frac{1}{e^z - 1}$$

10. Найти производную функции в точке (0,0)

$$f(x) = \sin |x^2 - y^2|$$

$$f(x) = \ln \cos \sqrt[4]{|xy|}$$

11. Разложить в ряд Лорана функцию $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$, $1 < |z| < 2$

12. Найти количество групп (возможно, абелевых или циклических) порядка 8 (или 6).