

Курс посвящен теории вязкостных решений, доставляющей единый подход к решению нелинейных уравнений с частными производными первого и второго порядка. Вязкостные решения естественным образом возникают в теории уравнений Гамильтона–Якоби, у которых типичные решения не являются гладкими и стандартный подход, основанный на понятии обобщенного решения и формуле интегрирования по частям, не работает. Замечательным образом многие геометрические задачи и задачи оптимального управления приводят именно к вязкостным решениям, в частности так обстоит дело с функциями значений в задачах оптимального стохастического управления.

Программа курса

1. Принцип динамического программирования. Уравнение Гамильтона–Якоби–Беллмана.
2. Уравнения с частными производными первого порядка.
3. Классическое уравнение Гамильтона–Якоби. Формула Лакса–Хопфа.
4. Определение вязкостных решений и их связь с классическими решениями.
5. Принцип максимума (Crandall–Ishii–Jensen). Принцип сравнения.
6. Построение решений методом исчезающей вязкости.
7. Метод Перрона.
8. Вязкостные решения и задачи оптимального стохастического управления.
9. Построение и сходимость разностных схем для вязкостных решений.

Литература

1. Crandall M.G., Ishii H., Lions P.L. User's guide to viscosity solutions of second order partial differential equations. Bull. Am. Math. Soc. 27, N.1 (1992), 1-67.
2. M. Bardi, I. Capuzzo Dolcetta. Optimal Control and Viscosity Solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman Equations. Birkhauser, Boston, 1997.
3. Fleming W.H., Soner H.M. Controlled Markov Processes and Viscosity Solutions. Stochastic Modelling and Applied Probability, Series Volume 25, Springer-Verlag New York, 2006.
4. Evans L.C. Partial Differential Equations: second edition. Graduate Series in Mathematics, vol. 19.R. American Mathematical Society, 2010.

Оценка за курс вычисляется по формуле: $0.4E + 0.6N$, где E — оценка за экзамен (проходит в устном формате, оценивается от 0 до 5 баллов), а N — оценка за работу в семестре, которая складывается из оценок за две контрольные работы и коллоквиум по формуле:

$N = 0.2(\text{контрольная работа 1} + \text{контрольная работа 2}) + 0.6(\text{коллоквиум})$. Каждая контрольная и коллоквиум оцениваются от 0 до 5 баллов. Оценки округляются по правилам арифметики.