Обозначим $\lambda_{t,n}(A)$ - усредненная стратегия по множеству A.

$$\mathrm{E}_t\, D_{t+1} = \mathrm{E}_t \ln\Big[\sum_n \lambda_{t,n}(A) X_{t+1,n}\Big] - \mathrm{E}_t \ln\Big[\sum_n \lambda_{t,n}(B_i) X_{t+1,n}\Big] \approx$$
$$\mathrm{E}_t \ln\Big[\sum_n \lambda_n^* X_{t+1,n}\Big] - \mathrm{E}_t \ln\Big[\sum_n \lambda_n^i X_{t+1,n}\Big] \geq 0$$

Значит, доминирующая стратегия λ^* доставляет максимум фнукции

$$f(\lambda_1, \dots \lambda_N) = \mathrm{E}_t \ln\Big[\sum_n \lambda_n X_{t+1,n}\Big].$$

Пример. *Пусть лишь один актив производит выплату в раунде. Тогда*

$$f(\lambda_1, \dots \lambda_N) = \sum_n \mathrm{E}\, X_n \ln \lambda_n = \ln\Big[\lambda_1^{\mathrm{E}\, X_1} \dots \lambda_N^{\mathrm{E}\, X_N}\Big].$$

В силу монотонности логарифма отсюда следует, что λ^* - доминирующая $\iff$ λ^* - точка максимума функции $\varphi(\lambda) = \lambda_1^{\mathrm{E}\, X_1} \dots \lambda_N^{\mathrm{E}\, X_N}$.

Далее считаем, что $X_1, X_2 \dots$ - н.о.р.с.вектора. Так как стратегии не зависят от t, получим следующее

$$f(\lambda_1, \dots \lambda_N) = \mathrm{E} \ln\Big[\sum_n \lambda_n X_n\Big].$$

Используя метод множителей Лагранжа и формально занося производну под условное математическое , получим, что λ^* - точка максимума $f(\lambda)$ тогда и только тогда, когла для всяких i, j

$$\mathrm{E}\, \frac{X_i}{\sum_n \lambda_n X_n} = \mathrm{E}\, \frac{X_j}{\sum_n \lambda_n X_n} \tag{1}$$

Пример. *Пусть $N = 2$ и X_1 имеет равномерное распределение. Тогда, учитывая что $X_2 = 1 - X_1$ и $\lambda_2 = 1 - \lambda_1$, предыдущее равенство перепишется в виде*

$$\int_0^1 \frac{2x - 1}{\lambda x + (1-\lambda)(1-x)} dx = 0.$$

Данное равенство выполнено при $\lambda^* = \int_0^1 x dx$, то есть $\lambda^* = \mathrm{E}\, X$.

Пример. *Аналогичное свойство выполнено, если X имеет распределение $\frac{\delta_0 + \delta_{1/2} + \delta_1}{3}$ или $\frac{\delta_{1/3} + \delta_{2/3}}{2}$.*

Пример. *Пусть $P(X_1 = 1) = \frac{1}{3}$ и $P(X_1 = \frac{1}{3}) = \frac{2}{3}$.*

$$\int \frac{X_1}{X_1\, \mathrm{E}\, X_1 + (1 - X_1)(1 - \mathrm{E}\, X_1)}\, d(\frac{1}{3}\delta_1 + \frac{2}{3}\delta_{1/3}) = \frac{1}{3}\frac{1}{5/9} + \frac{2}{3}\frac{1/3}{5/27 + 8/27} = \frac{69}{65} \neq 1.$$

Предложение. *Система из 1 равносильна системе*

$$\mathrm{E}\,\frac{X_i}{\sum_n \lambda_n X_n} = 1, \quad i = 1, \dots N.$$

Доказательство. Обозначим

$$A = \mathrm{E}\,\frac{X_i}{\sum_n \lambda_n X_n}$$

Тогда $\sum_i \lambda_i A = 1$. Значит, $A = 1$. □