ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Углы между подпространствами

В $\mathbb{R}^3$ подпространства:

- прямые, у них есть напр. вектор $\vec{\ell}$
- плоскости, у них есть вект. норм. $\vec{n}$

I две прямые

$$\cos\alpha = \frac{|(\vec{\ell}_1;\vec{\ell}_2)|}{|\vec{\ell}_1|\cdot|\vec{\ell}_2|}$$

II две плоскости

$$\cos\alpha = \frac{|(\vec{n}_1;\vec{n}_2)|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}$$

III прямая и плоскость

$$\sin\alpha = \frac{|(\vec{\ell};\vec{n})|}{|\vec{\ell}|\cdot|\vec{n}|}$$

№1

Найти угол между

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z}{-6} \quad \text{и} \quad 2x-2y-z+8=0$$

$$\vec{\ell} = \{2;3;-6\} \qquad \vec{n} = \{2;-2;-1\}$$

$$\sin\alpha = \frac{|2\cdot2-3\cdot2+6\cdot1|}{\sqrt{2^2+3^2+6^2}\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = \frac{4}{7\cdot3}$$

Ответ: $\arcsin\frac{4}{21}$

В $\mathbb{R}^4$ подпространства

- прямые, напр. вектор $\vec{l}$
- 2-мерные плоскости
- 3-мерные плоскости, вект. нормаль $\vec{n}$

	прямая	2-м. плоск	3-м. плоск
прямая	I $\cos\alpha = \frac{\lvert(\vec{l_1};\vec{l_2})\rvert}{\lvert\vec{l_1}\rvert\cdot\lvert\vec{l_2}\rvert}$	II через проекц. $\vec{l}$	III $\sin\alpha = \frac{\lvert(\vec{n};\vec{l})\rvert}{\lvert\vec{n}\rvert\cdot\lvert\vec{l}\rvert}$
2-м. пл.	IV как II	V долго, сложно	VI через проекц. $\vec{n}$
3-м. пл.	VII как III	VIII как VI	IX $\cos\alpha = \frac{\lvert(\vec{n_1};\vec{n_2})\rvert}{\lvert\vec{n_1}\rvert\cdot\lvert\vec{n_2}\rvert}$

№2.

найти угол между

прямой с $\vec{l} = \{-1; 2; 0; 1\}$

и 2-м. плоскостью $\begin{cases} 3x + z = 7 \\ 2x - y + v = 0 \end{cases}$

все вектора 2-м. плоскости имеют вид

$\{a; b; -3a; b-2a\} \Rightarrow$ базис:

$\vec{f_1} = \{1; 0; -3; -2\}$ и $\vec{f_2} = \{0; 1; 0; 1\}$

ищем ортогональную проекцию $\vec{l}$ на 2-м. плоскость $\langle f_1, f_2 \rangle$:

$\vec{l} = \vec{h} + \vec{f}$, где $\vec{f} \in \langle f_1, f_2 \rangle$, $\vec{h} \in \langle f_1, f_2 \rangle^{\perp}$

ищем $\vec{f} = \{a; b; -3a; b-2a\}$

тогда $\vec{h} = \{-1-a; 2-b; 3a; 1-b+2a\}$

$$\begin{cases} (\vec{h}; \vec{f_1}) = 0 \\ (\vec{h}; \vec{f_2}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1\cdot(-1-a) - 3\cdot 3a - 2(1-b+2a) = 0 \\ 1\cdot(2-b) + 1\cdot(1-b+2a) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -14a + 2b - 3 = 0 \\ 2a - 2b + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\cos\alpha = \frac{|(\vec{e}; \vec{f})|}{|\vec{e}|\cdot|\vec{f}|} = \frac{|-1\cdot 0 + 2\cdot\frac{3}{2} + 0\cdot 0 + 1\cdot\frac{3}{2}|}{\sqrt{1^2+2^2+0^2+1^2}\cdot\sqrt{0+\frac{9}{4}+0+\frac{9}{4}}} =$$

$$= \frac{9/2}{\sqrt{6}\cdot 3/2\cdot \cancel{1/4}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ: $\frac{\pi}{6}$

№3

найти угол между

3-м. плоскостью $\begin{cases} x = 2 - s + r \\ y = -t - s + r \\ z = 3 + 3t - s - r \\ v = 2t + s - r \end{cases}$

и 2-м. плоскост. $\begin{cases} 3x + z = 7 \\ 2x - y + v = 0 \end{cases}$

базис 3-м плоскости:

$e_1 = \{0; -1; 3; 2\}$

$e_2 = \{-1; -1; -1; 1\}$

$e_3 = \{1; 1; -1; -1\}$

ищем нормаль $\vec{n} = \{x; y; z; v\}$

$$\begin{cases} (\vec{n}; \vec{e}_1) = 0 \\ (\vec{n}; \vec{e}_2) = 0 \\ (\vec{n}; \vec{e}_3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y + 3z + 2v = 0 \\ -x - y - z + v = 0 \\ x + y - z - v = 0 \end{cases} \Bigg| \Rightarrow z = 0$$

$$\begin{cases} -y + 2v = 0 \\ x + y - v = 0 \end{cases} \Bigg| \Rightarrow \text{положим } v = 1 \text{ и тогда}$$

$\vec{n} = \{-1; 2; 0; 1\}$

далее нужно в точности повторить №2 но взять угол $90° - 30° = 60°$

Ответ: ~~30°~~ $\frac{\pi}{3}$

Расстояния между подпространствами в $\mathbb{R}^3$:

I две параллельные плоскости

$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ — γ_1

$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ — γ_2

фиксируем любую точку $(x_0, y_0, z_0) \in \gamma_1$

$$\rho(\gamma_1; \gamma_2) = \rho((x_0, y_0, z_0); \gamma_2) = \frac{|A_2x_0 + B_2y_0 + C_2z_0 + D_2|}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

II прямая параллельная плоскости

фиксируем любую точку прямой и —||—

III две непересекающиеся прямые

явный поиск общего перпендикуляра

№4

найти расстояние между прямыми

$L_1: \begin{cases} x=-2 \\ y=1+2t \\ z=4-3t \end{cases}$ $L_2: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+4}{6}$

направляющие: $\vec{t_1}=\{0;2;-3\}$; $\vec{t_2}=\{1;-2;6\}$

ищем вектор перпендик. $\vec{t_1}$ и $\vec{t_2}$:

$\begin{cases} (\vec{n};\vec{t_1})=0 \\ (\vec{n};\vec{t_2})=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x\cdot 0+y\cdot 2-z\cdot 3=0 \\ x\cdot 1-y\cdot 2+z\cdot 6=0 \end{cases} \Rightarrow$ положив $z=2$ получим

$\vec{n}=\{-6;3;2\}$

Если к ~~произв.~~ некот. точке L_1 прибавить $\lambda\cdot\vec{n}$, то при некот. λ попадём на L_2

$\dfrac{-2-6\lambda}{1}=\dfrac{1+2t+3\lambda-1}{-2}=\dfrac{4-3t+2\lambda+4}{6}$

$\begin{cases} 12\lambda+4=2t+3\lambda & \cdot(-3) \\ 2\lambda-3t+8=-36\lambda-12 & \cdot 2 \end{cases}$

$\begin{cases} -\cancel{36}^{27}\lambda+6t-12=0 \\ 76\lambda-6t+40=0 \end{cases} +$

$49\lambda=-28$

$\lambda=-\dfrac{4}{7}$

$\rho(L_1;L_2) = |\lambda \cdot \vec{n}| = \frac{4}{7} \cdot \sqrt{6^2+3^2+2^2} = 4$

Ответ: 4.

В $\mathbb{R}^4$:

если одна из поверхностей – 3-м плоск., то достаточно взять точку другой поверхности/прямой и посчитать расст.

$$\rho = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + Dv_0 + F|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2+D^2}}$$, но

предварительно надо убедиться, что нет пересечений, если есть $\Rightarrow \rho = 0$

В иных случаях нужно параметризовывать и ~~макс~~ минимизировать.

№5.

найти расстояние между

$$\alpha: \begin{cases} -x+y+z+v=3 \\ -3y+2z-4v=4 \end{cases}$$

β: $(1;3;-3;-1) + \langle(1;0;1;1)\rangle$

Пусть $y=a$; $v=b$, тогда любая точка из α представима в виде:

$(\frac{5}{2}a + 3b - 1;\ a;\ \frac{3}{2}a + 2b + 2;\ b)$

любая точка из β имеет вид:

$(1+\lambda;\ 3;\ -3+\lambda;\ -1+\lambda)$

$$\rho(\alpha;\beta)=\min_{\substack{L\in\alpha\\ B\in\beta}}\rho(L;B)=$$

$$=\min_{a,b,\lambda}\sqrt{\left(\tfrac{5}{2}a+3b-\lambda-2\right)^2+(a-3)^2+\left(\tfrac{3}{2}a+2b-\lambda+5\right)^2+(b-\lambda+1)^2}$$

будем минимизировать подкоренное

$$\begin{array}{l} a': \\ b': \\ \lambda': \end{array}\begin{cases} 5\left(\tfrac{5}{2}a+3b-\lambda-2\right)+2(a-3)+3\left(\tfrac{3}{2}a+2b-\lambda+5\right)=0 \\ 6\left(\tfrac{5}{2}a+3b-\lambda-2\right)+4\left(\tfrac{3}{2}a+2b-\lambda+5\right)+2(b-\lambda+1)=0 \\ -2\left(\tfrac{5}{2}a+3b-\lambda-2\right)-2\left(\tfrac{3}{2}a+2b-\lambda+5\right)-2(b-\lambda+1)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 19a+21b-8\lambda-1=0 & \big|\cdot 3 & \\ 21a+28b-12\lambda+10=0 & \big|\cdot(-2)\ + & \big|\cdot 1 \\ 4a+6b-3\lambda+4=0 & & \big|\cdot(-4)\ + \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15a+\cancel{14}\,7b-23=0 \\ 5a+4b-6=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5a=6-4b \\ 18-12b+\cancel{14}\,7b-23=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=-1 \\ a=2 \end{cases}$$

$$8-6-3\lambda+4=0 \Rightarrow \lambda=2$$

стационарная точка $(a_0;b_0;\lambda_0)=(2;-1;2)$

чтобы убедиться, что это именно точка минимума выписываем

$$\begin{pmatrix} u''_{aa} & u''_{ab} & u''_{a\lambda} \\ u''_{ba} & u''_{bb} & u''_{b\lambda} \\ u''_{\lambda a} & u''_{\lambda b} & u''_{\lambda\lambda} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 19 & 21 & -8 \\ 21 & 28 & -12 \\ -8 & -12 & 6 \end{pmatrix}$$

// $u(a;b;\lambda)$ — подкоренная

$$\Delta_1 = 19 > 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 19 & 21 \\ 21 & 28 \end{vmatrix} > 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 19 & 21 & -8 \\ 21 & 28 & -12 \\ -8 & -12 & +6 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} -2 & 5 & 4 \\ -7 & 4 & 6 \\ 4 & 0 & -3 \end{vmatrix} \cdot (-2) = -8 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} -$$

$$-6 \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} = -8 \cdot 14 + 6 \cdot 27 = 50 > 0$$

значит $(a_0; b_0; \lambda_0) = (2; -1; 2)$ – действит. минимизирует расстояние

$$\rho(\alpha; \beta) = ((5-3-2-2)^2 + 1^2 + (3-2-2+5)^2 + 2^2)^{1/2} =$$

$$= (4+1+16+4)^{1/2} = \sqrt{25} = 5$$

Ответ: 5.

Подпространства

всякие определения очев, имеет место полезная формула

$$\dim(V_1 \cap V_2) = -\dim(V_1 \cup V_2) + \dim V_1 + \dim V_2$$

№6.

Показать, что сумма V_1 и V_2 прямая и представить $\vec{x} = \{4;1;0;1\}$ в виде суммы элементов V_1 и V_2.

$V_1 = <\{1;-1;1;1\};\{-2;-1;1;-1\};\{1;0;1;2\}>$
$V_2 = <\{0;1;1;1\}>$

ищем $\dim V_1$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

уже видно, что лин-независ $\Rightarrow$
$\Rightarrow \dim V_1 = 3$

$\dim V_2 = 1$

ищем $\dim(V_1 \cup V_2)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & -1 & +2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & -\frac{2}{3} & 2 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

видно, что все лин. независ $\Rightarrow$
$\Rightarrow \dim(V_1 \cup V_2) = 4$

$\dim(V_1 \cap V_2) = \dim V_1 + \dim V_2 - \dim(V_1 \cup V_2) = 0$

значит сумма прямая

$$c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + c_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & | & 4 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & | & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & | & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & | & 1 \\ -2 & 0 & -2 & 0 & | & 0 \\ 0 & +2 & -1 & 0 & | & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & | & 4 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & | & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & | & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & | & 3 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & | & 8 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} c_4 = 2 \\ c_3 = -3 \\ c_1 = 3 \\ c_2 = -2 \end{matrix}$$

$$\vec{x} = \{4;1;0;1\} = \underbrace{\{4;-1;-2;-1\}}_{V_1} + \underbrace{\{0;2;2;2\}}_{V_2}$$

Преобразования и операторы.

пусть e и u – базисы пространства V,
$P_{e\to u}$ – матрица перехода от e к u

тогда $\forall$ оператора A на V верно:
$A_u = P_{e\to u}^{-1} \cdot A_e \cdot P_{e\to u}$

№7

В базисе $e_1 = \{-1;-2;-2\}$, $e_2 = \{1;1;1\}$, $e_3 = \{1;0;1\}$

лин. оператор $A_e = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

найти его матрицу в базисе
$u_1 = \{4;3;4\}$; $u_2 = \{4;1;3\}$; $u_3 = \{1;-1;0\}$

сначала необходимо найти $P_{e\to u}$

$(\vec{e}_1\ \vec{e}_2\ \vec{e}_3)\, P_{e\to u} = (\vec{u}_1\ \vec{u}_2\ \vec{u}_3)$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 1 & 4 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 3 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & 4 & 3 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 1 & 4 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 1 & 4 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 3 & 1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow P_{e\to u} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_u = P_{e\to u}^{-1} \cdot A_e \cdot P_{e\to u} \iff P_{e\to u} A_u = A_e \cdot P_{e\to u}$$

$$A_e \cdot P_{e\to u} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 6 & 3 & 1 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & -1 \end{array}\right) \Rightarrow A_u = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

3.15

1. $4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0$
2. Написать уравнение кривой второго порядка, фокус которой находится в точке $(4,3)$, соответствующей директрисой является прямая $2x - y - 5 = 0$ и которой принадлежит точка $(1,7)$. Написать ее каноническое уравнение.
3. Составить уравнение параболы, заданной каноническим уравнением и касающейся прямой $x+y+1 = 0$.

3.19

1. $8x^2 - 12xy + 17y^2 + 16x - 12y + 3 = 0$
2. Написать уравнение кривой второго порядка, фокус которой находится в точке $(2,1)$, соответствующей директрисой является прямая $x - 2y + 9 = 0$ и которой принадлежит точка $(5,-3)$. Написать ее каноническое уравнение.
3. Написать уравнение эллипса, зная его центр $C(1,0)$ и концы двух сопряженных диаметров $A(8,0)$ и $B(-2,4)$.

3.5

1. $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$
2. Написать уравнение кривой второго порядка с центром в точке $(3,6)$, вершина которой находится в точке $(7,14)$, а одной из директрис служит прямая $x + 2y - 5 = 0$. Написать ее каноническое уравнение.
3. Через точку $A(5,3)$ провести хорду параболы $y^2 = 6x$, делящуюся в этой точке пополам.

Элем. Преобр.:

1) Прибавление к i-тому ур. j-того уравнения, умноженного на число. ~~Элем. преобр.~~
2) Перестановка i-того и j-того
3) Умножение на число $c \neq 0$
4) Обратные вышеперечисленным

То же самое — элем. преобр. матриц. (строк).

Операции над строками:

$$(a_1, a_2, \dots a_n) + (b_1, b_2, \dots b_n) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots a_n + b_n)$$
$$c(a_1, \dots a_n) = (ca_1, \dots ca_n)$$

~~Метод Гаусса:~~

Примеры:

№1. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 3 \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 6 \end{cases}$

$$\tilde{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 3 \\ 7 & 8 & 9 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{c|ccc} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & -6 & 3 \\ 0 & -6 & -12 & 6 \end{array}\right) \sim \cancel{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & -6 & 3 \\ 0 & & & \end{pmatrix}}$$

$$\sim \left|\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right| \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = x_3 + 2 \\ x_2 = -2x_3 - 1 \end{cases}$$

общ. реш. системы

x_3 — своб. неизв.

x_1, x_2 — главн. неизв.

Владислав
29.05.21

1)Были дан эллипс, координаты его центра в афинной ск и уравнения двух касательных, проведенных в точках пересечения элипса с двумя произвольными сопряженными диаметрами, нужно было найти его уравнение в этой ск.
2) дан набор функций $1, 1/(1+x), ..., 1/(1+x)^n$ на интервале $[0,+\inf)$ и был вопрос они ЛЗ или ЛНЗ (ред.)

Даша
29.05.21

2ая как у Влада, а ангем найти каноническое уравнение и название поверхности

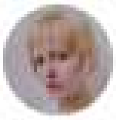
Сергей
29.05.21

Найти уравнение эллипса по его фокусу и директрисе; и расстояние от точки до гиперплоскости (ред.)

Дмитрий
29.05.21

Найти уравнение гиперболы по директрисе, соответствующему фокусу и точке на ней.

В $R^5[x]$ есть оператор, который сопоставляет многочлену его остаток от деления на x^3+1. Найти его матрицу в базисе $1, x, ..., x^5$.



Ася

29.05.21

у меня было найти инвариантную прямую афинного преобразования.
второе матрицу отображения: в пространстве полиномов пятой степени оператор действует как деление с остатком на x^3+1, как у Димы

Евгений

29.05.21

У меня тоже самое, что у Аси и Димы было, а первая была врроде про нахождение образующей однополосного гиперболоида по его уравнению

Бакиева Э. И.

№6 (продолжение)

~~Ур-ие $Ay^2+Bx+C=0$~~
~~в т. (0,2): $4A+C=0$~~
~~в т. (−1,0): $B+C=0$~~
~~в т. (0,−2): $4A+C=0$~~
~~в т. (3,4): $A\cdot 16+3B+C=0$~~

уравнение $Ay^2+By+C=x$

$(0,2)$: $4A+2B+C=0$

$(-1,0)$: $C=-1$ $\quad\Rightarrow\quad \begin{cases} 4A+2B-1=0 \\ 4A-2B-1=0 \end{cases}$

$(0,-2)$: $4A-2B+C=0$ $\quad + \Rightarrow 8A-2=0 \Rightarrow A=\frac{1}{4}$

$B=\frac{1}{2}-2A=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$

$\Rightarrow \frac{1}{4}y^2-1=x$

т.е. $\underline{y^2=4x+4}$.

№5

$\begin{cases} \tilde{x}=3x-2y+5 \\ \tilde{y}=2x-y+5 \end{cases}$

$y=2x+5-\tilde{y}$

$\tilde{x}=3x-4x-10+2\tilde{y}+5$

$\Rightarrow x=-\tilde{x}+2\tilde{y}-5$

$y=-2\tilde{x}+4\tilde{y}-10+5-\tilde{y}=-2\tilde{x}+3\tilde{y}-5$

уравнение прямой: $Ax+By+C=0 \rightarrow A\tilde{x}+B\tilde{y}+C=0$

$A(-\tilde{x}+2\tilde{y}-5)+B(-2\tilde{x}+3\tilde{y}-5)+C=A\tilde{x}+B\tilde{y}+C$

$\tilde{x}(-A-2B)+\tilde{y}(2A+3B)+C-5A-5B=A\tilde{x}+B\tilde{y}+C$

$\begin{cases} -A-2B=A \\ 2A+3B=B \\ C-5A-5B=C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=-B \\ C\in\mathbb{R} \end{cases}$

$\Rightarrow$ уравнение инвар. прямых: $C_1x-C_1y+C_2=0$

$C_1, C_2\in\mathbb{R}$

$C_1\neq 0$.

Вариант 28.

1. Найти вектор $\vec{x}$, зная, что он перпендикулярен к векторам $\vec{a} = \{2, -3, 1\}$ и $\vec{b} = \{1, -2, 3\}$ и удовлетворяет

3.30

1. $x^2 + 2xy + y^2 + x = 0$

2. Написать уравнение гиперболы, для которой прямые $x - y - 2 = 0$ и $7x + y + 4 = 0$ являются асимптотами, а фокус находится в точке $(2, -3)$. Написать ее каноническое уравнение.

3. Написать уравнение эллипса с центром $(3, 1)$, для которого прямые $y = 2$ и $y - x + 4 = 0$ служат касательными в концах двух сопряженных диаметров.

существуют точки, одновременно принадлежащие

6. Грани тетраэдра заданы уравнениями $x + 2y - 2z + 3 = 0$, $4x - 4y + 7z - 9 = 0$, $8x + 4y + z - 3 = 0$, $y - z = 0$. Составить уравнение биссекторной плоскости внутреннего двугранного угла между первыми двумя гранями.