ODE-20. Найти вид общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения (не вычисляя коэффициентов частных решений):

$$y'' - 2y' + 5y = e^x \cos 2x - x^2$$

ГЭК 3
Воробьев
Станислав
Константинович
611 группа

Пишем характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 - 2\lambda + 5 = 0$$

$$D = 4 - 20 = -16 = (4i)^2$$

$$\lambda = \frac{2 \pm 4i}{2} = 1 \pm 2i$$

Отсюда для однородного $y'' - 2y' + 5y = 0$ имеем решение вида:

$$y = C_1 e^x \cos 2x + C_2 e^x \sin 2x$$

Для частного неоднородного $y'' - 2y' + 5y = -x^2$ имеем:

$$y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$$

Для $y'' - 2y' + 5y = e^x \cos 2x$ имеем $s = 1$ (соотв. корню кратности 1) и:

$$y = Axe^x \cos 2x + Bxe^x \sin 2x$$

Ответ:

$$y = C_1 e^x \cos 2x + C_2 e^x \sin 2x + \alpha x^2 + \beta x + \gamma + Axe^x \cos 2x + Bxe^x \sin 2x$$

где $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$ – свободные,

$\alpha, \beta, \gamma, A, B \in \mathbb{R}$ – определяются методом неопр. коэф-тов как коэф-ты частного решения.