Лекция 1. 02.09.2021

I) Исторический экскурс:

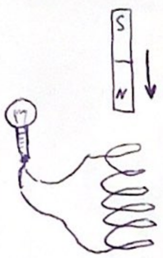
а) Закон Кулона (1785 г)

$q_1 \oplus \longrightarrow \; \longleftarrow \ominus q_2$ $\quad F = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2}$

б) Закон Ампера (1820)

I_1 I_2 $\quad F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2 I_1 I_2}{r} \cdot L$

в) Закон индукции Фарадея (1831 г)



$$|\mathcal{E}| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right|$$

Обобщение экспериментальных законов → Уравнения Максвелла
1855 г – первая формулировка
1861-1862 гг – полная формулировка
1864 г – анализ ур-ний.
(20 уравнений)

Уравнения Максвелла:

$$\begin{cases} \nabla \vec{D} = 4\pi\rho \\ \nabla \vec{B} = 0 \\ \nabla \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{cases}$$

$\vec{E}$ – напряженность магн. поля
$\vec{H}$ – напряжённость электр. поля
$\vec{D}$ — электрическая индукция
$\vec{B}$ — магнитная индукция

$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ — константа
→ (электрическая и магнитная постоянные)

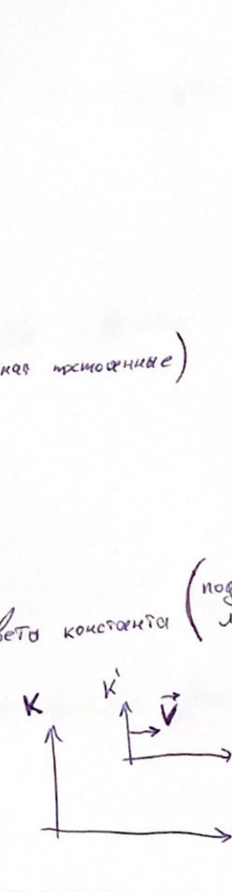
Следствия:

1) Волновое уравнение для эл-ной волны (в вакууме):

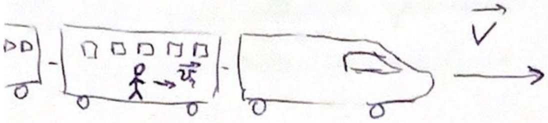
$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \; ; \quad \Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

— скорость света константа (подтвердилось опытами Майкельсона, начиная с 1880 г)

2) Уравнение не инвариантно относительно преобразований Галилея: $x \rightarrow x' = x - Vt$



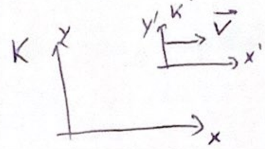
Что такое преобразования Галилея?



$\vec{u} = \vec{v_ч} + \vec{V}$

Первые попытки разрешить указанные 2 проблемы:

Хендрик Лоренц
Анри Пуанкаре] → вывели преобразования Лоренца (1906г)



Пусть сис-ма отсчёта движется вдоль оси Ox

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ t' = \dfrac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases}$$

— просто мат. преобразование.

следствие 1:

время ведёт себя как координата => Пуакаре ввел 4х мерное измерение Минковского

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ -ct \end{pmatrix}$$

следствие 2:

Пуанкаре нашел инвариант относительно преобразований Лоренца:

$$S^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$$

Но!

Пуанкари и Лоренц создали математический аппарат, но не смогли правильно интерпретировать рез-ты (теория эфира + „субъективность)

Специальная теория относительности Эйнштейна (1905г)

(1) Все физ. явления протекают одинаково в различных ИСО при одинаковых нач. условиях.

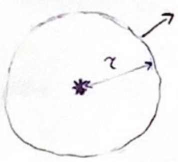
(2) Скорость света в вакууме $c = 299792458 \frac{м}{с}$ (фундам. свойство Вселенной)

Из этих двух утверждений можно вывести преобразования Лоренца (и, соответственно, $s^2 = inv$) $\rightarrow$ развитие теории.

II

(1) Рассмотрим источник света: $r^2 = c^2t^2 \Rightarrow s^2 = -r^2 + c^2t^2 = 0$ (по ук. Борисова)

$\Rightarrow \boxed{s^2 = inv}$



$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = inv$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} x' = x \cdot ch\psi - ct\, sh\psi \\ ct' = -x\, sh\psi + ct\, ch\psi \end{cases}}$$

где параметр ψ – быстрота.

$$\begin{cases} th\,\psi = \frac{V}{c} \equiv \beta \\ ch\psi = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \equiv \Gamma \\ sh\psi = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases}$$

(2) Пространство Минковского:

4х мерное пр-во, в котором интервал равен $s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$

Введем 4х мерный вектор:

$$X^\mu = \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$X_\mu = \begin{pmatrix} x_0 \\ -x_1 \\ -x_2 \\ -x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +ct \\ -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$

$$g_{\mu\nu} X^\mu = X_\nu$$

$$\boxed{s^2 = g_{\mu\nu} X^\mu X^\nu}$$

$g_{\mu\nu} = diag(1; -1; -1; -1)$ – метрический тензор.

③ Преобразования Лоренца:

$$x'_\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu$$

Для движения вдоль оси Ox:

$$\Lambda^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \operatorname{ch}\psi & -\operatorname{sh}\psi & 0 & 0 \\ -\operatorname{sh}\psi & \operatorname{ch}\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задачи:

26

~~Скорость в 4-мерном пр-ве~~

Пусть в K:

$$v = \frac{dr}{dt}$$

Пусть в K':

$$v' = \frac{dr'}{dt'}$$

⟶ Пусть движение вдоль Ox:

В K:

$$v_x = \frac{dx}{dt};$$

в K':

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'}; \quad \begin{cases} x' = \dfrac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ t' = \dfrac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases}$$

Итого:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt}\frac{dt}{dt'}$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy'}{dt}\frac{dt}{dt'}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v'_x = \dfrac{v_x - V}{1 - v_x \frac{V}{c^2}}; \\ v'_{y,z} = \dfrac{v_{y,z}\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - v_x \frac{V}{c^2}} \end{cases}$$

продолжение

Аналогично получаем выражение, когда скорость произвольна (модуль V, напр. $\vec{n}$)

$$\vec{v}' = \frac{\vec{v} - \vec{V} + \vec{n}\left(V - \vec{v}\vec{n}\right)(1 - \Gamma)}{\Gamma\left(1 - \frac{\vec{v}\vec{V}}{c^2}\right)}$$

(*)

$$|v'| = \frac{\sqrt{(\vec{v} - \vec{V})^2 - [\vec{v} \cdot \vec{V}]^2/c^2}}{1 - \vec{v}\vec{V}/c^2}$$

при $V \ll c$ — Евклидово сложение.

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}$$

пусть относит. скорость частиц 1 и 2 $\rightarrow$ скорость частицы 2 в сис-ме покоя 1