16.09.21. Спецкурс Виноградов. ДЗ 1.

Токаева Александра 509

① Док-ть, что $\boxed{M\xi = \sum_{k\geq 1} M(\xi / H_k)\cdot P(H_k)}$, где $\{H_k\}$ – полная группа событий: 1) $\bigcup_k H_k = \Omega$ 2) $H_i \cap H_j = \varnothing_{i\neq j}$

Решение: У нас по опр. $M(\xi/A) = \sum_i x_i \cdot P\{\xi = x_i / A\}$

И еще есть ф-ла полной вер-ти: $P(A) = \sum_k P(A/H_k)\cdot P(H_k)$

$$\Rightarrow \sum_{k\geq 1} M(\xi/H_k)\cdot P(H_k) \underset{M(\xi/H_k) = \sum_i x_i \cdot P\{\xi = x_i / H_k\}}{=} \sum_{k\geq 1}\left(\sum_i x_i \cdot P\{\xi = x_i / H_k\}\right)\cdot P(H_k) = \sum_i x_i \underbrace{\left(\sum_{k\geq 1} P(\xi = x_i / H_k)\cdot P(H_k)\right)}_{\parallel\ P(\xi = x_i)} =$$

$$= \sum_i x_i \cdot P(\xi = x_i) = M\xi. \text{ ч.т.д.}$$

② Дано: $\eta = \xi_1 + \ldots + \xi_\nu$, где ν – это сл. вел; $\nu = 1, 2 \ldots$

$f_\xi(z) = Mz^\xi$ – тоже дано.

$f_\nu(z) = Mz^\nu$ – тоже дано.

Найти: произв. ф-цию для η.

Решение:

$$f_\eta(z) = Mz^\eta \underset{\text{ф-ла из ①}}{=} \sum_{k\geq 1} M(z^{\xi_1 + \ldots + \xi_\nu} / \nu = k)\cdot P(\nu = k) \underset{\xi_i \text{ – незав.}}{=} \sum_{k\geq 1} (Mz^{\xi_i})^k \cdot P(\nu = k) =$$

$$= \sum_{k\geq 1} (f_\xi(z))^k \cdot P(\nu = k) = M(f_\xi(z)^\nu) = \boxed{f_\nu(f_\xi(z))}.$$