

Рыночный импакт

§1. Модель рынка Bertsimas-Lo или Almgren-Chriss в простейшем случае

1.1 $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_k)_{k=0,1,\dots,N}, P)$

Рассмотрим нек. акцию

Цель: закрыть позицию в $x \in \mathbb{R}$ акций к
моменту времени N

Интерн: $x > 0$: продать x акций
 < 0 купить $(-x)$

Фиксируем $p \in [1, \infty]$.

Рассмотрим класс стратегий

$$A^p(x) = \left\{ \begin{array}{l} \text{согласованные процессы } (\xi_k)_{k=0,1,\dots,N}: \\ x + \sum_{k=0}^N \xi_k = 0 \quad \text{н.к.}, \\ \xi_k \in L^p \quad \forall k \end{array} \right\}$$

(1.1)

Интерн: $\xi_k > 0$ акций купили в мом. врем k
 < 0 $(-\xi_k)$ продали

Обозн: $(\xi_k) \in A^p(x) \rightsquigarrow (X_n)_{n=-1,0,\dots,N}$

$$X_n = x + \sum_{k=0}^n \xi_k, \quad n = -1, 0, \dots, N$$

X_n : позиция в мом. врем n сразу после трейда

Введем еще класс стратегий

$$A^{\uparrow}(x) = \left\{ \begin{array}{l} \text{some proc } (\xi_k)_{k=0,1,\dots,N} : \\ x + \sum_{k=0}^N \xi_k = 0 \text{ н.н.}, \\ \text{н.н.: все } \xi_k \text{ одного знака} \\ \text{(если допускается)} \end{array} \right\}$$

и заметим, что

$$A^{\uparrow}(x) \subseteq A^{\infty}(x) \subseteq A^P(x)$$

Возьмем $q \in [1, \infty]$ т.ч. $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$

(в частн, $p=1 \Rightarrow q=\infty$, $p=\infty \Rightarrow q=1$).

1.2 Модель: • Цены акций при отсутствии
прейджмиса (unaffected price) — маркетинг
 $S^0 = (S_k^0)_{k=0,1,\dots,N}$,

$$(1.2) \quad S_k^0 \in L^q \quad \forall k$$

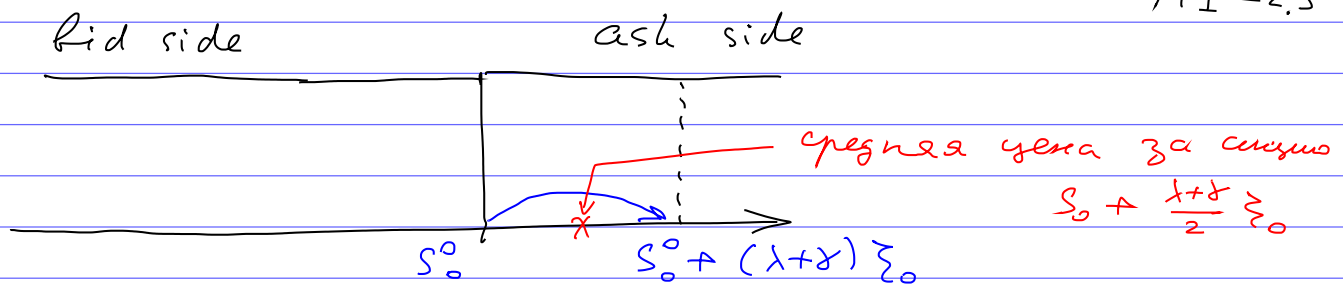
• Цены акций $S = (S_k)$ при использовании
стратегии $(\xi_k) \in A^P(x)$:

$$S_0 = S_0^0 + \frac{\lambda + \delta}{2} \xi_0$$

$$S_1 = S_1^0 + \lambda \xi_0 + \frac{\lambda + \delta}{2} \xi_1$$

...

$$S_k = S_k^0 + \underbrace{\lambda \xi_0 + \dots + \lambda \xi_{k-1}}_{\text{permanent impact}} + \underbrace{\frac{\lambda + \delta}{2} \xi_k}_{\text{temporary (instantaneous) impact}}$$



LOB (limit order book)

- $\lambda \geq 0, \gamma > 0$: параметры, моделирующие
келькивидность

1.3 Замеч о perm impact :

Обычно perm imp моделируют линейно по (ξ_k)
(как выше). Однако в модели будем предпочесть
использовать "profitable round trips", т.е.

стратегии с $\sum_{k=0}^n \xi_k = 0$, которые дают
прибыль только из-за келькивидности perm impact.

Например, пусть

$$S_k = \xi_0^2 \operatorname{sgn} \xi_0 + \dots + \xi_{k-1}^2 \operatorname{sgn} \xi_{k-1} + \frac{1}{2} \xi_k^2 \operatorname{sgn} \xi_k$$

$$\leadsto (\xi_0, \xi_1, \xi_2) = a(2, -1, -1) \quad (a > 0)$$

profitable round trip

(и прибыль $\rightarrow \infty, a \rightarrow +\infty$).