

④ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6_1 & 0 & 0 \\ 0 & 6_2 & 0 \\ 0 & 0 & 6_3 \end{pmatrix}$ - параллельно к главным осям.

а) Найти N и T^2 для произв. \vec{n} .

б) Найти такие \vec{n} для заданных осей, что T -минимально (при этом N не определено)

Решение: $\vec{n} = (n_1; n_2; n_3)$ - в ДЕК.

$$\Rightarrow \vec{p}_n = \vec{b}\vec{n} = \begin{pmatrix} 6_1 & 0 & 0 \\ 0 & 6_2 & 0 \\ 0 & 0 & 6_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6_1 n_1 \\ 6_2 n_2 \\ 6_3 n_3 \end{pmatrix} \text{ - в ДЕК.}$$

$$\Rightarrow N = \langle \vec{p}_n, \vec{n} \rangle = 6_1 n_1^2 + 6_2 n_2^2 + 6_3 n_3^2$$

$$\Rightarrow T = \sqrt{(\vec{p}_n)^2 - N^2} = \sqrt{6_1^2 n_1^2 + 6_2^2 n_2^2 + 6_3^2 n_3^2 - (6_1 n_1^2 + 6_2 n_2^2 + 6_3 n_3^2)^2} = \dots$$

в) Хотим: $\begin{cases} T^2 = 6_1^2 n_1^2 + 6_2^2 n_2^2 + 6_3^2 n_3^2 - (6_1 n_1^2 + 6_2 n_2^2 + 6_3 n_3^2)^2 \rightarrow \max \\ n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \Lambda = \lambda_0 (6_1^2 n_1^2 + 6_2^2 n_2^2 + 6_3^2 n_3^2 - (6_1 n_1^2 + 6_2 n_2^2 + 6_3 n_3^2)^2) + \lambda_1 (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 - 1)$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial n_1} = \lambda_0 (2 \cdot 6_1^2 n_1 - 2 (6_1 n_1^2 + 6_2 n_2^2 + 6_3 n_3^2) 6_1) + 2 \lambda_1 n_1$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial n_2} = \lambda_0 (2 \cdot 6_2^2 n_2 - 2 (6_1 n_1^2 + 6_2 n_2^2 + 6_3 n_3^2) 6_2) + 2 \lambda_1 n_2$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial n_3} = \lambda_0 (2 \cdot 6_3^2 n_3 - 2 (6_1 n_1^2 + 6_2 n_2^2 + 6_3 n_3^2) 6_3) + 2 \lambda_1 n_3$$

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1$$

$$\lambda_0, \lambda_1 \geq 0$$

1) Если $\lambda_0 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 = \lambda_2 = \lambda_3$ (т.к. \vec{n} не имеет длины = 1)

2) $\Rightarrow \lambda_0 \neq 0 \Rightarrow$ поделим $\lambda_0 = 1$.

$$\Rightarrow 2 \cdot 6_1^2 n_1 (6_1^2 - 2N 6_1 + \lambda_1) = 0$$

$$2 n_2 (6_2^2 - 2N 6_2 + \lambda_1) = 0$$

$$2 n_3 (6_3^2 - 2N 6_3 + \lambda_1) = 0$$

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1 \Rightarrow \vec{n} = (1; 0; 0) \text{ (или } (0; 1; 0); (0; 0; 1)) \text{ - поворот}$$

а) $n_1 \neq 0, n_2 = n_3 = 0 \Rightarrow \vec{n} = (1; 0; 0)$

б) $n_1 = 0 \Rightarrow 6_1^2 - 2N 6_1 + \lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -6_1^2 + 2N 6_1$

$$n_2 \neq 0$$

$$n_3 = 0$$

$$\Rightarrow 6_2^2 - 2N 6_2 = 6_1^2 - 2N 6_1 \Rightarrow N = \frac{6_1 + 6_2}{2}$$

$$\Rightarrow \vec{n} = (n_1; n_2; 0), \text{ где } n_1, n_2 \text{ - произв., } n_1^2 + n_2^2 = 1$$

$$\frac{6_1 + 6_2}{2} = N = 6_1 n_1^2 + 6_2 n_2^2$$

$$\Rightarrow 6_1 + 6_2 = 2 \cdot 6_1 n_1^2 + 2 \cdot 6_2 (1 - n_1^2)$$

$$\Rightarrow 2 n_1^2 (6_1 - 6_2) = 6_1 - 6_2$$

$$\Rightarrow n_1^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \vec{n} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 0 \right)$$

! при этом $T = \sqrt{(\vec{p}_n)^2 - N^2} = \sqrt{6_1^2 n_1^2 + 6_2^2 n_2^2 - \left(\frac{6_1 + 6_2}{2} \right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(6_1 - 6_2)^2} = \frac{|6_1 - 6_2|}{2} \neq 0$

обсуждение:

\vec{n} - любой вектор, лежащий в плоскости, перпендикулярной оси Ox_3