Реферат по монографии Леонарда Эйлера “Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума либо минимума, или решение изопериметрической задачи, взятой в самом широком смысле”.

Подготовлен студенткой 409 группы Токаевой Александрой

Данный реферат нацелен на подробный разбор 1 главы вышеназванной работы Л. Эйлера, изложение вклада этой работы в вариационное исчисление, а также краткий обзор биографии Эйлера, призванный показать, почему Леонард Эйлер вполне заслуженно считается одним из величайших математиков 18 века.

Содержание:

1) Биография Леонарда Эйлера

2) Краткий исторический очерк возникновения вариационного исчисления

3) Подробный разбор 1 главы вышеназванной работы Эйлера

4) Заключение и выводы

5) Список литературы

1) Леонард Эйлер (1707-1783)

Леонард Эйлер родился 15 апреля 1707 в Базеле (Швейцария) в семье пастора Пауля Эйлера и Маргариты Эйлер, урождённой Брукер. Математикой с мальчиком начал заниматься отец, который в свое время учился математике у Якоба Бернулли.

В 1720 Эйлер поступил в Базельский университет, где изучал древние языки, древнегреческих и латинских классиков, философию и богословие. Рано увлекся математикой, и на него обратил внимание Иоганн Бернулли (младший брат Якоба Бернулли). Посещая дом Иоганна Бернулли, Эйлер познакомился и сдружился с сыновьями Иоганна Бернулли, Даниилом и Николаем, содействие которых в будущем приведет его в Петербургскую академию наук (в этом всей математике Росcии, несомненно, несказанно повезло).

В 1724 Эйлер окончил Базельский университет.

В последующие два года юный Эйлер написал несколько научных работ, в том числе об изохронных кривых в сопротивляющейся среде, об одном специальном виде траекторий, о звуке, о наилучшем расположении мачт на корабле. Одна из них, «Диссертация по физике о звуке», была представлена на конкурс Парижской академии наук для замещения неожиданно освободившейся в Базельском университете должности профессора физики (1725). Но, несмотря на положительный отзыв, 19-летнего Эйлера сочли слишком юным, чтобы включить в число кандидатов на профессорскую кафедру.

В то время число научных вакансий в Швейцарии было совсем невелико. Поэтому братья Даниил и Николай Бернулли уехали в Россию, где как раз шла организация Академии наук; они обещали похлопотать там и о должности для Эйлера.

В начале зимы 1726-1727 по рекомендации братьев Бернулли Эйлера приняли в Петербургскую академию наук помощником профессора по кафедре физиологии (другого места не было). Поскольку Иоганн Бернулли был известным врачом, поэтому посчитали, что его лучший ученик Эйлер - тоже врач. Эйлер согласился и поехал в Петербург, в дороге изучив медицинские науки. К тому времени, когда Эйлер доехал до Петербурга, в Петербургской академии наук освободилась должность профессора физики.

После возвращения Даниила Бернулли в Европу, Эйлер занял должность профессора математики Петербургской академии наук. При этом Эйлер продолжал самоотверженно трудиться: читал лекции, издавал научные работы, консультировал кораблестроителей и артиллеристов. Двухтомное сочинение «Механика, или наука о движении, изложенная аналитически», изданное в 1736, принесло Эйлеру общеевропейскую известность. В этой монографии Эйлер с успехом применил методы математического анализа к общему решению проблем движения в пустоте и в сопротивляющейся среде.

В 1741 по приглашению короля Фридриха в статусе известнейшего ученого с более 50 опубликованными работами, Эйлер отбыл в Берлинскую академию наук, при этом оставшись почетным профессором Петербургской академии наук.

В 1744 году Эйлер открыл вариационное исчисление. В его работах используются продуманная терминология и математическая символика, в значительной степени сохранившиеся до наших дней, изложение доводится до уровня практических алгоритмов.

C 1746 - директор математического отделения Берлинской академии. Пестовал русских учеников - С. К. Котельникова, С. Я. Румовского, М. Софронова.

28 июля 1766 несмотря на нежелание Фридриха, Эйлер по ходатайству императрицы Елизаветы вернулся в Петербург. Несмотря на потерю зрения, продолжал активную научную работу и создал множество работ. На период 1765-1783 приходится примерно половина всех его сочинений.

Умер 18 сентября 1783. Похоронен на Смоленском лютеранском кладбище в Петербурге. В ходе празднования 250-летия Эйлера (1957 год) прах великого математика был перенесён в «Некрополь XVIII века» на [Лазаревском кладбище](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B0%D0%B7%D0%B0%D1%80%D0%B5%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5_%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D0%B4%D0%B1%D0%B8%D1%89%D0%B5_(%D0%A1%D0%B0%D0%BD%D0%BA%D1%82-%D0%9F%D0%B5%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B1%D1%83%D1%80%D0%B3)) [Александро-Невской лавры](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D1%80%D0%BE-%D0%9D%D0%B5%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%BB%D0%B0%D0%B2%D1%80%D0%B0), где располагается поблизости от могилы [М. В. Ломоносова](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%BE%D0%BC%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D1%81%D0%BE%D0%B2,_%D0%9C%D0%B8%D1%85%D0%B0%D0%B8%D0%BB_%D0%92%D0%B0%D1%81%D0%B8%D0%BB%D1%8C%D0%B5%D0%B2%D0%B8%D1%87).

2) Краткий исторический очерк возникновения вариационного исчисления

Первая из задач, относящихся к области вариационного исчисления, была поставлена Ньютоном в его классическом творении “Математические начала натуральной философии”. Эта задача состояла в нахождении такой кривой линии, которая при вращении около заданной оси образовывала бы тело, испытывающее при движении в жидкости по направлению оси наименьшее сопротивление; при это предполагалось, что сопротивление жидкости возрастает пропорционально квадрату скорости. Ньютон ограничился лишь указанием диференциального уравнения, которому удовлетворяет искомая кривая; это уравнение было впоследствии проинтегрировано Лопиталем и Иваном Бернулли.

В 1696 Иван Бернулли опубликовал свою знаменитую задачу о брахистохроне, или о кривой наискорейшего ската. Задача состояла в следующем: в вертикальной плоскости даны две точки А и В; требуется определить вид кривой линии, спускаясь по которой тяжелое тело прошло бы путь от А к В за наименьшее время. Еще до опубликования своей задачи Иван Бернулли сообщил ее письменно Лейбницу. Последний решил ее тотчас по получении письма и в ответном сообщении предложил Бернулли обнародовать эту „столь прекрасную и до сих пор неслыханную задачу" для состязания между геометрами, предоставив годичный срок для решения.

До истечения срока конкурса было представлено всего три решения. Одно из них принадлежало Лопиталю, другое — Якову Бернулли, брату Ивана, третье Ньютону.

Из предложенных решений, показавших, что искомая кривая есть циклоида, наиболее замечательным по своему методу оказалось решение, данное Яковом Бернулли. В нем впервые был высказан принцип хотя и не обладающий надлежащей общностью, но приложимый к обширному классу задач. Этот принцип, сыгравший значительную роль в первоначальной фазе развития вариационного исчисления, утверждал, что если какая-нибудь кривая обладает свойством максимума или минимума, то каждая ее бесконечно малая часть обладает тем же свойством.

В своем сочинении Яков Бернулли решил не только задачу о брахистохроне, но и показал, каким образом могут быть решены и другие более трудные задачи, в которых кривая, подлежащая разысканию, должна еще удовлетворять одному или нескольким наперед заданным условиям. Из задач последнего рода наибольшую известность получила задача об изопериметрах, в которой требовалось определить вид кривой линии, обладающей свойством максимума или минимума при условии, что длина этой линии остается неизменной. Одна из первых задач об изопериметрических кривых была формулирована Яковом Бернулли следующим образом: на прямолинейном базисе BN построены две кривые BZN и BFN) ордината PZ одной кривой представляет степенную функцию от ординаты PF другой кривой; требуется определить вид кривой BFN при условии, что ее длина остается постоянной, а площадь BZN достигает максимума.

В 1697 г. Иваном Бернулли была поставлена еще одна минимальная задача, повлекшая за собою изучение одного важнейшего класса кривых линий. Задача состояла в проведении кратчайшей линии между двумя заданными точками, расположенными на произвольной поверхности. Первые исследования в этом вопросе были произведены Лейбницем и Яковом Бернулли, причем последним были найдены решения для ряда частных случаев, но наиболее важный результат был получен самим Иваном Бернулли, а именно: он показал, что в любой точке кратчайшей линии соприкасающаяся плоскость перпендикулярна к касательной плоскости к поверхности. Это, как известно, есть основное свойство геодезических линий. Хотя сам Иван Бернулли и не опубликовал сразу найденного им результата, но задача о геодезических линиях продолжала занимать его в течение многих лет. Понимая всю ее важность, он предложил заняться ею своему знаменитому ученику Леонарду Эйлеру, тогда еще совсем молодому математику. Последний уже успел проявить себя в области минимаксных вопросов; так, в 1726 г. в заметке об изохронной кривой он поставил задачу о брахистохроне в сопротивляющейся среде.

Эйлер принял предложение Бернулли и в 1728 г. (21 г. от роду!) напечатал статью, в которой он дал общее решение поставленной задачи. Четыре года спустя Эйлер издал мемуар, в котором изопериметрическая задача была формулирована во всей ее общности. Здесь Эйлером был впервые дан тот метод решения задач на относительные экстремумы, который носит в вариационном исчислении название „правила Эйлера“. Затем в 1736 г. Эйлер снова занялся исследованием геодезических линий и решил изопериметрическую задачу о брахистохроне заданной длины.

Наконец, в 1744 г. отдельным изданием вышел его знаменитый трактат “Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума либо минимума, или решение изопериметрической задачи, взятой в самом широком смысле”, в котором Эйлер собрал вместе почти все свои исследования предыдущих лет. Первую главу этого сочинения Эйлера мы и собираемся анализировать.

3) Подробный разбор 1 главы вышеназванной работы Эйлера

В первой главе Эйлер подробно останавливается на постановке задачи о нахождении таких линий, которые сообщают какому-нибудь выражению экстремальные значения. Определение 1 содержит формулировку того, что такое метод максимумов и минимумов в применении к кривым линиям.

***Определение 1****: метод максимумов и минимумов в применении к кривым линиям есть метод нахождения таких кривых, которые обладали бы каким-либо наперед*

*заданным свойством максимума или минимума.*

Эйлер подчеркивает, что рассматриваются кривые относительно одних и тех же неподвижных осей координат, причем начала (как и концы) всех этих кривых должны иметь одну и ту же фиксированную абсциссу. Цитируем:

*Но так как одна и та же кривая может делаться себе подобной бесчисленными способами, то задача, если ей не придать некоторого ограничения, будет в высшей степени неопределенной и даже лишенной смысла. Действительно, какую бы ни взять кривую, обладающую свойством максимума или минимума, всегда можно будет указать другую, либо подобную ей, либо от нее отличную, которая обладала бы тем же свойством в большей или меньшей степени. И так как точное изучение кривых требует, чтобы они были отнесены к какой-либо оси, заданной по положению, и к тем ее отрезкам, которые называются абсциссами, то первое и важнейшее ограничение должно касаться величин этих абсцисс. Следовательно, задачи, относящиеся к этому методу, должны ставиться так, чтобы отысканию подлежали кривые, отнесенные к заданной по положению оси и обладающие свойством максимума или минимума среди всех тех кривых, которые соответствуют одной и той же абсциссе.*

Далее на примере брахистохроны Эйлер указывает, что для того, чтобы задача о нахождении экстремальной линии оказалась определенной, необходимо внести ряд условий, например прохождение кривой через данные точки. Этот вывод базируется на том, что нахождение минимума/максимума сводится к решению дифференциального уравнения 2 порядка, и при этом появляются две произвольные константы интегрирования. Чтобы избавиться от этого произвола, необходимо задать две точки, через которые должна проходить искомая кривая. Вместо задания двух точек можно задать какие-то другие два условия, например, задать производную в какой-то точке. Посмотрим, как это написано у Эйлера:

*Первая задача этого рода относилась к механике и заключалась в отыскании такой кривой, опускаясь по которой тяжелое тело соскользнуло бы возможно скорее; этой кривой было дано название брахистохроны, или линии скорейшего ската. Из этой задачи уже становится ясным, что без присоединения дополнительного условия она не может даже сохранить название задачи: ведь очевидно, что чем короче будет взятая линия и чем больше она будет приближаться к вертикальному положению, тем короче будет время ската по ней. Поэтому нельзя отыскивать вообще линию, скатываясь по которой тяжелое тело соскальзывало бы скорее всего, или в кратчайшее время; а надо вместе с тем задать еще величину абсциссы, которой соответствовала бы подлежащая нахождению кривая; таким образом среди всех кривых, соответствующих одной и той же абсциссе, взятой на заданной по положению оси, будет. отыскиваться та, по которой тяжелое тело соскользнет скорее всего. Но в этой задаче и этого условия еще недостаточно, чтобы cделать ее определенной; необходимо добавить еще условие, чтобы отыскиваемая кривая проходила через две данные точки. Таким образом для полной определенности задача должна быть ограничена такими условиями, чтобы ставилось целью среди всех кривых линий, проходящих через заданные две точки, определить ту, по которой скатывающееся тяжелое тело проходило бы в кратчайшее время дугу, соответствующую данной абсциссе. Впрочем, здесь надо отметить, что условие прохождения через две точки не является абсолютно необходимым, но вносится в эту задачу самим решением. Действительно, решение этой задачи непосредственно приводит к диференцнальному уравнению второго порядка; после двукратного интегрирования этого уравнения появляются две произвольные постоянные, для определения каковых необходимы либо две точки, через которые проходила бы кривая, либо какие-нибудь другие подобные свойства. И то же самое условие возникает само по себе во всех задачах такого рода, решение которых непосредственно приводит к диференцнальному уравнению второго порядка. В задачах же, которые решаются диференциальным уравнением четвертого или высшего порядка, даже и двух точек недостаточно для определения кривой, а необходимо столько точек, сколько степеней получают диференциалы. Напротив того, если бы решение тотчас привело к алгебраическому уравнению, то и без такого рода условия задача будет вполне определенной, лишь бы только была определена длина абсциссы.*

Затем в определения 2 и 3 Эйлер формулирует задачи о нахождении как абсолютных, так и относительных максимумов и минимумов. В качестве примера он приводит изопериметрическую задачу, опубликованную Яковом Бернулли. В этой задаче разыскивалась кривая, обладающая свойством максимума или минимума, не среди всех кривых, отнесенных к одной и той же абсциссе, а лишь среди тех, которые имеют одинаковую длину;

***Определение 2****: Абсолютный метод максимумов и минимумов учит среди всех вообще кривых, отнесенных к одной и той же абсциссе, определять ту, для которой какая-либо наперед заданная переменная величина получала бы наибольшее пли наименьшее значение.*

***Определение 3****: Относительный метод максимумов и минимумов учит определять кривую, обладающую свойством максимума или минимума, не среди всех вообщ е кривых, соответствующих одной и той же абсциссе, а среди только тех, которые имеют какое- либо наперед указанное общее свойство.*

В соглашении 1 Эйлер вводит обозначения p=y’, q=y’’, r=y’’’ и тд. и в качестве примера использования этих обозначений выражает длину дуги через символы p, q, r… так, чтобы не было никаких других дифференциалов, кроме dx.

***Соглашение 1****: В нашем изложении мы постоянно будем обозначать абсциссу, к которой относятся в кривые, буквой x, а ординату буквой у. Далее, если возьмем равные элементы абсциссы, то всегда будет: dy= pdx, dp=qdx, dq = rdx, dr=sdx и т. д.*

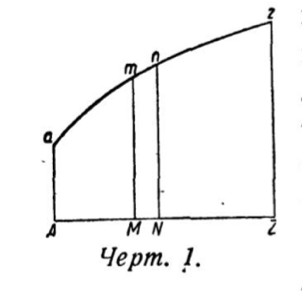
*С помощью этих подстановок из формул будут устранены все диференциалы любого порядка самого у, и не останется ни одного диференциала кроме dx. Хотя таким образом все диференциалы кроме dx устраняются не по существу, а лишь по форме, все же эти подстановки окажутся для нашей цели весьма полезными.*

Положив длину дуги равной , будем иметь:

***Определение 4****: Формулой, максимума или минимума в каждой задаче будем называть ту величину, которая для разыскиваемой кривой должна получить наибольшее или наименьшее значение.*

В определении 4 Эйлер дает определение формулы максимума или минимума как величины W, которая для разыскиваемой кривой должна получить наибольшее или наименьшее значение. Он обосновывает, что в величину W кроме абсциссы кривой должны входить еще и величины, зависящие от самой кривой (иначе значение W для всех кривых было бы одинаковым).

*Но формула максимума или минимума не может зависеть от одной только абсциссы: если бы это было так, то она получила бы одно и то же значение для всех кривых, соответствующих одной и той же абсциссе, и поэтому все они одинаково удовлетворяли бы требованию. По этой причине формула максимума или минимума, должна, кроме общей всем рассматриваемым кривым абсциссы, зависеть также особым образом от каждой кривой, чтобы существовала одна кривая, для которой эта формула могла бы приобрести наибольшее или наименьшее значение.*

**

*Чтобы яснее понять все это и лучше усвоить сущность вопросов, разбираемых в дальнейшем, предположим, что требуется определить либо среди всех вообще кривых, соответствующих одной и той же абсциссе AZ (черт. 1), либо только среди бесчисленных кривых, имеющих некоторое определенное общее свойство, ту кривую, для которой значение формулы W было бы наибольшим или наименьшим. Пусть требованию удовлетворяет кривая amz, так что, какую другую кривую ни отнести к определенной абсциссе AZ, значение формулы W будет или меньше, чем для нашей кривой, или больше, сообразно с тем, должно ли W у кривой, удовлетворяющей требованию, быть наибольшим или наименьшим. Итак, при такой наиболее широкой постановке вопроса мы имеем прежде всего абсциссу определенной длины AZ; далее разыскивается кривая либо среди всех вообще кривых, отнесенных к одной и той же абсциссе, либо только среди бесчисленных кривых, обладающих одним или несколькими общими свойствами, сообразно с тем, относится ли данный вопрос к абсолютному или относительному методу максимумов или минимумов; наконец, мы имеем величину W, значение которой у разыскиваемой кривой amz должно быть наибольшим или наименьшим, так что величина W будет формулой максимума или минимума, согласно определению последней. Теперь сразу видно, что эта формула W должна быть построена так, чтобы она могла применяться ко всем кривым, какие только возможно представить. А именно, она должна будет зависеть прежде всего от величины определенной абсциссы AZ, изменяясь с изменением значения самого AZ. Затем она должна будет зависеть особым образом от природы каждой кривой, какую только возможно представить; ибо если бы она не была построена таким образом, то для всех кривых она получила бы одно и то же значение и вопрос потерял бы всякий смысл.*

*Поэтому величина W кроме абсциссы должна будет заключать в себе также величины, относящиеся к самой кривой. И так как всякая кривая определяется соотношением между абсциссой и ординатой, то величина W должна быть составлена из абсциссы, ординаты и величин, от них зависящих. То есть, если положить неопределенную абсциссу равной х и соответствующую неопределенную ординату равной у , то величина W должна быть функцией двух переменных x и у. Тогда, если представить себе какую угодно определенную кривую, и получаемое из ее природы соотношение между у их подставить в формулу W, то последняя достигнет определенного значения, принадлежащего к данной кривой и к определенной ее абсциссе. И так как для разных кривых формула W получает различные значения, хотя бы для всех них была взята одна и та же абсцисса, то очевидно, что среди этих бесчисленных кривых должна быть одна, у которой значение формулы W окажется наибольшим или наименьшим; для нахождения этой кривой в каждом данном определенном вопросе работает предлагаемый метод.*

Далее в предложении 1 Эйлер показывает, что для постановки вариационной задачи необходимо, чтобы выражение W было неопределенной интегральной величиной, т. е. чтобы оно имело форму, причем Zdx может быть проинтегрировано только в том случае, когда существует вполне определенное соотношение между переменными х и у.

***Теорема 1****: Для того чтобы формулой максимума или минимума W определялась кривая amz, удовлетворяющая требованию задачи по сравнению со всеми прочими кривыми, формула W должна быть неопределенной интегральной величиной, которая может быть проинтегрирована только в том случае, когда будет взято заданное соотношение между х и у.*

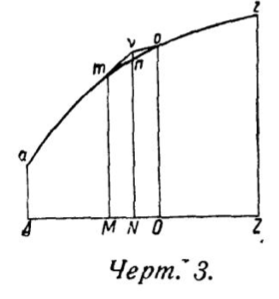
Затем Эйлер указывает на три различных рода формул W: первый род — это те формулы, в которых Z есть функция от переменных х, у, у', у", ... ; ко второму роду относятся те формулы, в которых выражение Z содержит интегральные соотношения, и наконец, третий род составляют формулы, в которых значение Z определяется диференциальным уравнением. Первый род характерен тем, что если формула W достигает экстремального значения на какой-нибудь кривой, то любая часть этой кривой будет обладать тем же свойством (предложение 2). Напротив, если W относится ко второму или к третьему роду, то свойство максимума или минимума не принадлежит любой части кривой, а будет присуще только всему отрезку кривой, соответствующему абсциссам х1 и х2 (предложение 3).

***Предложение 2****: Если amz есть кривая, для которой значение формулы достигает максимума или минимума, причем Z представляет собой алгебраическую или какую-либо иную определенную функцию от X, у, р, q, r и т. д., то любая часть этой кривой будет обладать теми же отличительными свойствами, а именно: для нее при соответствующей абсциссе MN значение будет также максимумом или минимумом.*

***Предложение 3****: Если amz есть соответствующая абсциссе AZ кривая, для которой достигает максимума или минимума, причем в Z содержатся неопределенные интегральные величины, то это свойство максимума или минимума не принадлежит любой части кривой, а будет присуще только всей кривой, соответствующей абсциссе AZ.*

Далее Эйлер вводит понятие о вариировании кривых, рассматривая вместе с кривой amnoz другую кривую amvoz, бесконечно мало отличающуюся от первой.

В предложении 4 Эйлер доказывает, что в том случае, когда кривая amnoz есть экстремаль, значение формулы W для обеих кривых amnoz и amvoz будет одно и то же.



***Предложение 4****: Если amnz есть отнесенная к данной абсциссе AZ кривая (черт. 3), для которой формула получает наибольшее или наименьшее значение, и мы представим себе другую кривую amwz, бесконечно мало отличающуюся от нее, то значение формулы для обеих кривых будет одно и то же.*

В определении 5 Эйлер дает определение диференциального значения формулы W, называя так разность значений, принимаемых этой формулой для разыскиваемой экстремальной кривой и для той же кривой, испытавшей бесконечно малое изменение. Таким образом, согласно излагаемому методу, вся трудность при нахождении кривых, обладающих экстремальными свойствами, сводится к нахождению соответствующих диференциальных значений и затем к решению тех уравнений, которые получаются в результате приравнивания пулю этих диференциальных значений.

***Определение 5:*** *Диференциальное значение, соответствующее данной формуле максимума или минимума, есть разность значений, принимаемых этой формулой для разыскиваемой кривой и для той же кривой, испытавшей бесконечно малое изменение.*

*Итак, для кривой, которая сообщает данной формуле максимум или минимум, соответствующее этой формуле диференциальное значение должно исчезнуть. Поэтому, если положить диференциальное значение равным нулю, то получится уравнение, которым выразится природа разыскиваемой кривой.*

Далее Эйлер получает свою знаменитую формулу для необходимого условия на кривую, доставляющую абсолютный макcимум или минимум.

В его обозначения формула выглядит как ,

где .

В современных обозначениях формула имеет вид .

Если переобозначить x->t, y->q, то формула Эйлера в обозначениях Эйлера примет современный вид.

В дополнении 1 Эйлер формулирует условие, которое даст придуманный им метод, в случае, когда Z есть определенная функция, зависящая только от х и у (в современных обозначениях от t и q).

***Дополнение 1 :*** *Итак, если должна быть определена кривая, для которой значение было бы наибольшим или наименьшим, причем Z есть определенная функция, зависящая только от х и у, то надо прозиференцировать величину Z . Получающийся диференциал ее будет иметь такую форму: dZ = Мdx +Ndy, откуда получится ураннение для разыскиваемой кривой, а именно N=0.*

*Так как N есть определенная функция, зависящая только от x и у, то в уравнение кривой N=0 не будет входить никакой постоянной величины, не содержащейся в формуле максимума или минимума, поэтому найденная кривая будет единственной и вполне определенной.*

4) Заключение и выводы

Хочется подчеркнуть чрезвычайную важность рассмотренной работы, ведь она послужила основой для развития всего вариационного исчисления. Найденный Эйлером принцип экстремальности кривой в дальнейшем проявит себя в лагранжевой механике, когда окажется, что реальные движения механической системы являются экстремалями некого функционала.

Стоит также упомянуть, насколько тщательно и подробно излагает Эйлер придуманный им метод. В его работе используются продуманная терминология и математическая символика, в значительной степени сохранившиеся до наших дней, изложение доводится до уровня практических алгоритмов.

Однако, нельзя не сказать и о некоторых недостатках его работы. А именно: при изложении основ диференциального исчисления Эйлер совершенно не пользуется понятием о пределе переменной величины. Таким образом эйлеровская трактовка бесконечно малых величин существенно отличается от современной, и это обстоятельство сказалось на всем изложении рассмотренного труда великого ученого. Там, где мы сказали бы, что некоторая величина является бесконечно малой порядка выше первого, Эйлер говорит просто, что эта величина равна нулю (см., например, формулировку теоремы 4, глава 1). Однако при должной внимательности это нисколько не мешает понять и оценить всю мощь придуманного Эйлером метода нахождения экстремалей.

Лично я высоко оценила прочитанный отрывок из книги Эйлера; я была приятно удивлена подробными объяснениями всех рассматриваемых понятий, попыткой сформировать у читателя физическое (а не только формульное) понимание производимых действий, а также множеством разобранных примеров, иллюстрирующих происходящее. Читать данную книгу было приятно и интересно. Однозначно рекомендую к прочтению.

5) Список литературы

Л. Эйлер, Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами либо максимума, либо минимума, М-Л, ГТТИ, 1934

Н. С. Кошляков, “Краткий исторический очерк возникновения вариационного исчисления”, М-Л, ГТТИ, 1934

22834 знаков (без учета пробелов)