

#### Слайд 1

Добрый день! Меня зовут Александра Токаева, я студентка 609 группы. Мой научный руководитель Житлухин Михаил Валентинович. Тема моей дипломной работы “Стратегии относительного оптимального роста в модели рынка с аффинными выплатами”

#### Слайд 2

Цель работы заключается в нахождении инвестиционных стратегий, выживающих на рынке при любых действиях остальных инвесторов. Под выживаемостью мы подразумеваем способность обладать строго большей нуля долей капитала рынка на бесконечном горизонте времени. В работе рассматривается модель рынка с дискретным временем, эндогенными ценами и аффинными дивидендами. Постановка задачи мотивирована исследованиями, проведенными в статье 2013 года авторов Рабаха Амира и Игоря Евстигнеева под названием Asset market games of survival. Модель из моей дипломной работы является обобщением модели Амира-Евстигнеева.

#### Слайд 3

Модель рынка состоит из  $N$  агентов и  $K$  короткоживущих активов. Агенты в каждый момент времени выбирают вектор  $\lambda$ , координаты которого показывают, в каких долях этот инвестор вложил свой капитал в каждый из активов. Цены на активы устанавливаются эндогенно из условия равенства спроса и предложения на каждый из активов в каждый момент времени. Активы выплачивают случайные дивиденды, которые распределяются между агентами.

#### Слайд 4

Стратегия агента — это последовательность измеримых векторнозначных функций  $\lambda_t$ , которые могут зависеть от истории состояний случайного фактора  $s_t$ , вектора начальных капиталов  $W_0$  и истории игры  $\lambda_{t-1}$

#### Слайд 5

Обозначим за  $W_t$  сумму капиталов всех агентов на рынке, а за  $\mu_t^k$  — долю всего капитала рынка, вложенную в  $k$ -й актив. Число  $\mu_t^k$  можно рассматривать как взвешенную на капиталы сумму стратегий всех агентов. Через  $A_t^k$  обозначим величину дивидендов, которые выплачивает единица  $k$ -го актива в момент  $t$ . В нашей модели мы предполагаем, что дивиденды являются аффинными функциями от  $\mu_t^k$  с некоторыми измеримыми неотрицательными коэффициентами  $a_{k,t+1}$ ,  $b_{k,t+1}$ .

#### Слайд 6

Мы будем интересоваться поведением относительных капиталов агентов, определяемых такой формулой. Дадим определение выживающей стратегии как такой стратегии, у которой при любом векторе начальных капиталов и профиле стратегий остальных инвесторов инфинум относительного капитала больше нуля почти наверное.

#### Слайд 7

Сформулируем Теорему 1, которая является первым основным результатом работы. Оказывается, что при некоторых условиях на функции дивидендов, выживающая стратегия Лямбда со звездочкой существует. Более того, она является неподвижной точкой некоторого отображения  $L_t$ , явный вид которого можно найти в тексте работы.

#### Слайд 8

Теорема 2 утверждает, что при немного более сильных ограничениях, если на рынке есть инвестор, использующий выживающую стратегию, то агрегированная стратегия всех инвесторов стремится к выживающей стратегии. То есть выживающая стратегия в некотором смысле единственна.

#### Слайд 9

Наконец, сформулируем теорему 3. Оказывается, если  $s_t$  – независимые одинаково распределенные величины, и коэффициенты  $u$  функций дивидендов зависят только от последнего случайного фактора  $s_t$ , то выживающая стратегия постоянна. Более того, у всех инвесторов, использующих отличные от выживающей постоянные стратегии, относительный капитал стремится к нулю.

#### Слайд 10

Приведем численный пример. Рассмотрим рынок, на котором всего два актива, каждый из которых платит дивиденды с вероятностью  $p$  и не платит ничего с вероятностью  $1-p$ .  $p$  – это параметр, положим его равным, например,  $2/3$ . И рассмотрим рынок, на котором есть 9 инвесторов с такими стратегиями.  $N$ -й инвестор вкладывает долю  $n/10$  своего капитала в первый актив и долю  $1-n/10$  во второй актив. Согласно доказанным теоремам, единственной выживающей стратегией является стратегия  $(1/2, 1/2)$ . Построим график относительных капиталов каждой из стратегий и график доли капитала всего рынка, вложенной в первый актив. Здесь разные цвета соответствуют разным стратегиям, а высота цветного столбика соответствует доле относительного капитала инвестора. Из первого графика видно, что стратегия  $(1/2, 1/2)$  действительно выживает и более того, захватывает весь рынок, то есть все остальные стратегии не выживают. Из второго графика видно, что доля капитала рынка, вложенного в первый актив, стремится к  $1/2$ , то есть агрегированная стратегия рынка стремится к выживающей стратегии.

#### Слайд 11

Итак, мы изучили модель рынка с дискретным временем, эндогенными ценами и аффинными дивидендами и доказали, что в этой модели выживающая стратегия существует и в некотором смысле единственна.

Результаты работы были доложены на конференции Ломоносов 2023 и также легли в основу статьи с одноименным названием, которая принята в журнал *Annals of Operations Research*.

На следующем слайде можно увидеть основную использованную литературу.

На этом все. Благодарю за внимание.