

Спецкурс “Теория риска” (для 409 гр.)

Проф. Екатерина Вадимовна
Булинская

(МГУ имени М.В.Ломоносова)

Лекция 9

Москва, 11 ноября 2020 г.

С ДОБРЫМ УТРОМ!



- Непропорциональное перестрахование
- Эксцедент убытка по риску
- Эксцедент убытка по катастрофе
- Эксцедент убыточности
- Финансовые и экономические условия

Непропорциональное перестрахование

Размер выплат перестраховщика определяется не заранее, а после наступления происшествия (страхового случая). Наиболее часто встречаются договор эксцедента убытка и договор эксцедента убыточности (или стоп-лосс).

Эксцедент убытка

По-английски такой договор называется excess of loss. Эта наиболее распространенная форма непропорционального перестрахования служит для защиты портфелей страховых компаний по отдельным видам страхования от наиболее крупных и непредвиденных убытков по некоторому риску или от очень большого числа мелких убытков по разным рискам, которые возникают одновременно в результате некоторого стихийного бедствия.

В соответствии с этим различают договор эксцедента убытка **по риску** (XL per risk) и договор эксцедента убытка **по катастрофе** (XL per cat), в последнем случае иногда говорят об эксцеденте риска по событию (XL per event). Механизм перестрахования в обоих случаях одинаков.

Премии, причитающиеся перестраховщику-участникам договора, обычно устанавливаются в определенных процентах к годовой премии-брутто по защищаемому портфелю страховых. Однако поскольку к началу действия договора может быть известна только оценочная или ожидаемая сумма премий, то обычно первоначально уплачивается определенная сумма аванса премии, так называемая депозитная премия или **депозит премии**, с последующим перерасчетом окончательной суммы премии на базе фактически полученной суммы брутто-премии за соответствующий год.

По условиям договора инструмент перестрахования вступает в силу только тогда, когда окончательная сумма убытка по застрахованному риску в результате страхового случая или серии страховых случаев, являющихся следствием одного и того же происшествия, превысит определенную сумму a (**приоритет** или уровень собственного удержания передающей компании, по-английски priority или retention).

Ответственность перестраховщика сверх этой суммы ограничена определенным лимитом b , называемым **емкостью эксцедента** (extent of cover), шириной полосы, лейера (layer) или транша (tranche).

Величина $a + b$ называется **потолком гарантий** (limit). Обозначается такой договор $XL : b \text{ xs } a$.

Пример. Пусть, например, $b = 1$ млн., $a = 100$ тыс.
($XL : 1 \times 0,1$). Если размер ущерба (у страховщика)
 $L = 150$ тыс., то перестраховщик платит 50 тыс. А в том
случае, когда $L = 1,5$ млн., перестраховщик выплачивает 1
млн.

За первым эксцедентом может следовать второй, а затем
и третий, в зависимости от потребностей передающей
компании. В этом случае потолок гарантий одного
договора является приоритетом следующего.

Функционирование договора

Предположим, что N - это число требований, поступивших в страховую компанию в течение года, а X_1, X_2, \dots - это размеры поступивших требований, т.е. последовательность независимых одинаково распределенных неотрицательных случайных величин с функцией распределения $F_X(x)$.

Договор эксцедента убытка $XL : b \text{ xs } a$ предоставляет следующее перестраховое покрытие для i -го требования

$$Y_i = \min(\max(0, X_i - a), b). \quad (1)$$

Следовательно, суммарные выплаты перестраховщика равны

$$Y = \sum_{i=1}^N Y_i \quad (2)$$

в предположении, что перестраховщик платит каждый раз, когда размер требования попадает в рассматриваемую полосу $[a, a + b]$.

Однако на практике перестраховщик желает, чтобы его ответственность не превосходила некоторую заданную величину M в течение рассматриваемого периода действия договора.

Численный **пример** - договор XL: 5 хс 3 (приоритет и ширина лейера заданы в млн. \$).

i	$X_i(FGU)$	Y_i	$\sum_{k=1}^i Y_k$	$XL, M = 15$	XL'
1	4	1	1	1	-
2	6	3	4	3	-
3	7	4	8	4	-
4	4	1	9	1	-
5	11	5	14	5	-
6	7	4	18	1	3
7	6	3	21	-	3
8	5	2	23	-	2

В **первом** столбике помещен номер выплаты i . Во **втором** FGU (from ground up) означает, что в этом столбике помещены точные (без франшизы) размеры отдельных требований X_i к непосредственному страховщику. **Третий** столбик дает размеры отдельных выплат перестраховщика по договору XL при отсутствии ограничений на количество выплат, в то время как в **четвертом** содержится накопленный размер выплат. В **пятом** столбике приведены выплаты по данному договору при наличии годового лимита гарантий перестраховщика M , который в данном случае равен 15 млн.

Наконец, в **последнем столбике** содержатся выплаты по новому договору, относящемуся к той же самой полосе, с накопленной годовой франшизой $D = 15$ и годовой гарантией $M' = 10$ (XL': 5 xs 3 + a.d. 15).

Возобновления

В связи с годовым лимитом гарантий возникает понятие **возобновления** (или восстановления) полосы ширины b (reinstatement по-английски). На практике это значит, что лимит гарантии перестраховщика равен $M = (m + 1)b$, где m - это число возобновлений. Идея состоит в том, что после каждой выплаты полоса должна быть восстановлена в полном объеме b . Отметим, что возобновление может производиться как бесплатно, так и при выплате дополнительной премии (additional premium), которая равна некоторой (обычно кратной 25%) доле первоначальной премии. Иными словами, **добавочная премия** за n -е возобновление составляет $c_n \cdot 100\%$, т.е. она может быть 0%; 25%; 50%; 75%; 100%; 150%; 200% и т.п. от исходной премии. Добавочная премия, вносимая после очередной выплаты перестраховщика, пропорциональна размеру этой выплаты.

Картина может усложняться из-за наличия (годовой) **франшизы** D , относящейся к суммарным выплатам (aggregate deductible). Ее введение означает, что перестраховщик платит не Y , а $\max(0, Y - D)$. Окончательно, при наличии франшизы D и m возобновлений суммарные выплаты перестраховщика составляют $Z = \min(\max(0, Y - D), (m + 1)b)$, где Y задается с помощью (1)-(2).

Пример. В таблице приведены размеры 6 требований и соответствующие их части, приходящиеся на долю договора 150 хс 100.

номер иска	1	2	3	4	5	6
размер требования	175	150	125	300	220	130
доля перестраховщика	75	50	25	150	120	30

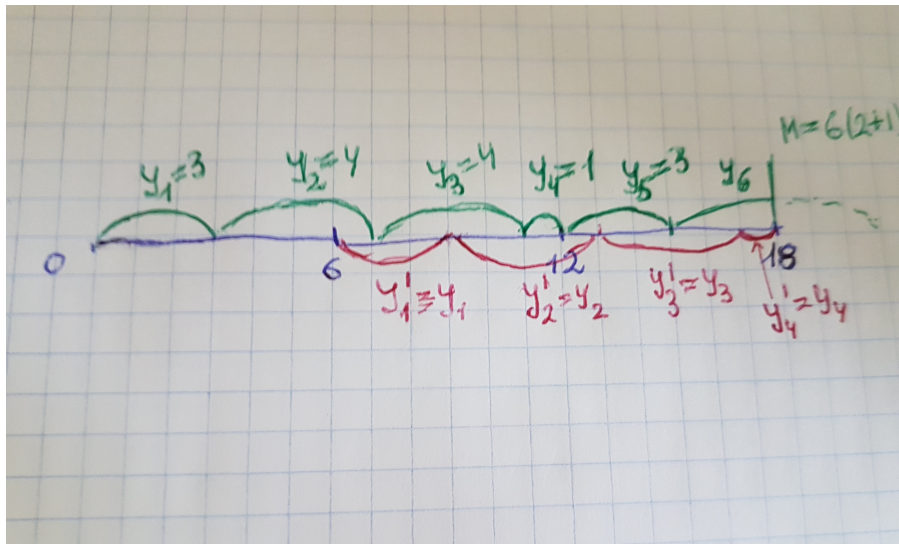
Предположим, что франшиза нулевая и имеется только одно возобновление с добавочной премией 100%. Это значит, что после первого требования страховщик должен внести $75P/150 = P/2$, где P - это первоначальная премия, после второго он выплачивает перестраховщику дополнительно еще $50P/150 = P/3$ и, наконец, после третьего $25P/150 = P/6$. **Общая сумма дополнительных выплат** составляет P . При поступлении четвертого требования перестраховщик выплачивает причитающуюся на его долю сумму 150, равную ширине полосы, и на этом договор заканчивается. Таким образом, перестраховщик заплатил по 4 требованиям сумму 300 и получил полную премию $2P$.

Пример. Рассматривается договор $XL : 6 \times 2$ с двумя восстановлениями, соответственно 100% и 200% добавочной премии, первоначальная премия $P = 2,4$. Наличие двух восстановлений означает, что $M = 6(2 + 1) = 18$.

i	$X_i(FGU)$	Y_i	$\sum_{k=1}^i Y_k$	XL, M=18	AP
1	5	3	3	3	1,2
2	6	4	7	4	2
3	6	4	11	4	3,2
4	3	1	12	1	0,8
5	5	3	15	3	-
6	8	6	21	3	-

Добавочная премия после первой выплаты равна $2,4 \cdot (3/6) = 1,2$, после второй $2,4 \cdot (3/6) + 2,4 \cdot (1/6) \cdot 2 = 2$, так как восстанавливается часть первой и часть второй полосы, после третьей выплаты $2,4 \cdot (4/6) \cdot 2 = 3,2$, после четвертой $2,4 \cdot (1/6) \cdot 2 = 0,8$. Затем, так как все восстановления уже закончены, дополнительная премия не платится (перестраховщик полностью оплачивает приходящуюся ему долю по пятому убытку, а по шестому лишь частично, в пределах годового лимита гарантий). Таким образом, **полный размер** премии равен $2,4 + 1,2 + 2 + 3,2 + 0,8 = 9,6$.

Рисунок



Итак, пусть для простоты франшиза отсутствует. В случае **платных возобновлений** первоначальная премия P покрывает нулевое возобновление, которое составляет $r_0 = \min(Y, b)$. Полная премия за первое возобновление равна $P_1 = c_1 P r_0 / b$. В общем случае n -е возобновление предоставляет покрытие расходов

$$r_n = \min(\max(0, Y - nb), b).$$

Таким образом, при m возобновлениях суммарные потери перестраховщика равны

$$R_m = \sum_{n=0}^m r_n = \min(Y, (m+1)b),$$

а **суммарный размер** полученных им премий составляет

$$T_m = P \left(1 + \frac{1}{b} \sum_{n=1}^m c_n r_{n-1} \right).$$

Заметим, что случайные величины r_n **зависимы**, а именно, если существует такое $0 \leq j \leq m$, что $r_j = 0$, тогда $r_i = 0$ при любом $i > j$. Если же при некотором $j > 0$ оказывается $r_j > 0$, тогда $r_i = b$ при всех $i < j$. Иначе говоря, размер очередной величины r_j положителен лишь при том условии, что все предыдущие равнялись максимальному возможному значению, т.е. ширине полосы.

Экседент убытка по катастрофе

В отличие от эксцедента убытка по риску (или отдельному полису) здесь рассматривается суммарный **ущерб от серии** страховых случаев (по разным рискам или полисам), вызванных одним и тем же событием (происшествием). В качестве такого события могут выступать ураган, тайфун, землетрясение, извержение вулкана, наводнение, цунами, лесные пожары и т.п.

Для того, чтобы не были включены убытки, вызванные двумя разными причинами, в договоре имеются **специальные оговорки**. Первая из них (geographical limitation clause) указывает, что включаются все полисы, по которым возникли убытки по одной и той же причине в определенной географической зоне.

Вторая, временная оговорка (time limitation clause), устанавливает, что учитывается ущерб, вызванный одной и той же причиной, нанесенный в течение определенного промежутка времени, обычно это бывает 72 часа с момента начала вышеуказанных природных явлений. В случае наводнения иногда устанавливают срок 168 часов.

Если срок действия бедствия, вызванного одной и той же причиной, больше указанного в договоре, то считается, что имеется два различных происшествия, следующие одно за другим.

Еще одна особенность договора (XL per cat) состоит в том, что предусматривается не более одного восстановления, чаще всего оно платное, 100% дополнительной премии.

Ниже приводятся некоторые размеры ущерба, возникающие в различных областях страхования (даны в ценах 1994г.).

Гражданская ответственность в автомобильном страховании:

- происшествие, в котором пострадало несколько человек, 100 млн. франков.

Транспорт:

- доставка контейнеров 100 млн. \$,
- пакетботы 400-500 млн. \$.

Авиация:

- самолет боинг 300 млн. \$,
- пассажиры (за одного человека):
- американцы 2-3 млн. \$,
- японцы и западноевропейцы 0,5-1 млн. \$,
- остальные 50-100 тыс. \$.

Таким образом, выплаты страховой компании при гибели боинга с 500 американцами могут превзойти 1,5 млрд. \$.

Эксцедент убыточности

Договор эксцедента убыточности действует точно также, как эксцедент убытка, но речь здесь идет не об отдельном требовании или сумме убытков, обусловленных одним происшествием (катастрофой), а о суммарном убытке по всему портфелю страховой компании за год.

Наиболее распространенная форма такого договора носит название **стоп-лосс** (stop-loss), его обозначение SL. Он отличается **двумя особенностями**:

- приоритет и емкость договора обычно выражаются в процентах от собранных страховщиком премий (в некоторых случаях лимит ответственности перестраховщика может быть задан и в абсолютной сумме),
- нет возобновлений.

Данный тип непропорционального договора перестрахования **имеет своей целью** защитить страховщика от колебаний отношения L/P , т.е. удельного ущерба (на единицу премии) или убыточности за год.

При установлении приоритета необходимо убедиться, что цедент не получает гарантированной прибыли в случае неблагоприятного развития убыточности. Важно, чтобы цедент отвечал за свою долю в убытках, как и при других видах перестрахования. Соответственно, важно правильно оценить административные и управленческие расходы страховщика.

Пример. Средняя убыточность перестрахованного портфеля за последние 10 лет равна 50%, административные и управленческие расходы cedenta 30%, приоритет договора стоп-лосс 75%, максимальная ответственность перестраховщика 45%, премия перестрахования 5%.

Посмотрим, какие результаты даст наличие этого договора SL : $45\% \times 75\%$, если убыточность составляет 100%.

Перестраховщик выплатит 25% годовой премии ($100\% - 75\% = 25\%$). В то же время на выплату возмещений у страховщика имеется 100% (премии) $- 30\%$ (издержки) $- 5\%$ (премия перестрахования) $= 65\%$. А надо выплатить 75% (после участия перестраховщика), т.е. реальная убыточность после перестрахования равна 10%. Тот же самый результат будет при **любой убыточности страховщика**, заключенной между 75% и 120%.

Еще один пример относится к двум договорам типа стоп-лосс.

Пример. Пусть по защищаемому портфелю страховщиком собраны премии $P = 400 \cdot 10^6$. У него имеются договоры стоп-лосс

$$SL1 : 30\% \text{ xs } 110\%; \quad SL2 : 60\% \text{ xs } 140\%.$$

1-й случай: убытки $L = 480 \cdot 10^6$, тогда $L/P = 480/400 = 120\%$.

По договору SL1 перестраховщик платит $(120\% - 110\% = 10\%)$ собранных премий, т.е. 40 млн.

2-й случай: убытки $L = 640 \cdot 10^6$, тогда $L/P = 640/400 = 160\%$.

По договору SL1 перестраховщик платит 30% премий, т.е. 120 млн., а выплаты по договору SL2 составляют $(160\% - 140\% = 20\%)$ премий, что равно 80 млн.

Договор используется реже, чем эксцедент убытка **по двум причинам:**

- Моральный риск: как только суммарный убыток достигает приоритета договора, страховщик более не озабочен отягощением убыточности, он даже может более "либерально" относиться к урегулированию претензий, так как за это платит перестраховщик. Этого нет в случае договора эксцедента убытка, поскольку там страховщик отвечает за приоритет по каждому требованию, более того, в большинстве случаев он должен платить добавочные премии за возобновление.

- Трудности, связанные с установлением премии перестрахования (или цены такого договора), поскольку перестраховщик покрывает всевозможные изменения, как в частоте происшествий, так и в стоимости отдельного требования.

Обычно перестраховщик избегает заключать договоры такого типа, очень выгодные для страховщика. Договор стоп-лосс может использоваться лишь в следующих **трех случаях**:

- страхование урожая от града,
- страхование здоровья,
- небольшие страховые компании (в дополнение к программе перестрахования, составленной из пропорциональных и непропорциональных договоров).

Почему в первых двух случаях естественно применять договор эксцедента убыточности, а не эксцедента убытка (по катастрофе)?

Объяснение очень просто. Здесь невозможно определить, какое происшествие вызвало убытки и временные границы воздействия данного происшествия. В самом деле, если урожай погиб от града, то невозможно определить повлиял ли град, побивший посевы в первый раз, во второй или в третий, если град был несколько раз в году.

Аналогичным образом в медицинском страховании трудно определить, возникли ли убытки от эпидемии, предположим гриппа, или по какой-то другой причине, когда началась эпидемия и когда она закончилась.

Программа непропорционального перестрахования

Программа непропорционального перестрахования может состоять из **нескольких договоров эксцедента убытка**, соответствующих двум (или трем) соседним полосам $[a_1, a_1 + b_1]$, $[a_2, a_2 + b_2]$ (соотв. $[a_3, a_3 + b_3]$), где $a_{i+1} = a_i + b_i$, $i = 1; 2$. Иначе говоря, договор XL_i имеет вид $b_i \times a_i$, $i = 1, 2, 3$. Если число возобновлений по этим договорам конечно и равно m_i по i -му договору, они могут дополняться договорами с франшизой $D_i = m_i \cdot b_i$ по тем же полосам. В исключительных случаях может быть еще **дополнительный** договор стоп-лосс, защищающий весь портфель страховщика целиком.

Ниже даны **два типичных примера** программы непропорционального перестрахования.

Пример. Максимальная страховая сумма равна 100 млн.

XL 1	15 xs 10	3 беспл. восст.
XL 2	25 xs 25	2 восст.: 50% A.P., 100% A.P.
XL 3	50 xs 50	1 восст.: 25% A.P.

Пример. Без страховой суммы (гражданская ответственность водителей автотранспорта)

XL 1	3 xs 2	неогр. число беспл. восст.
XL 2	10 xs 5	неогр. число беспл. восст.
XL 3	∞ xs 15	неогр. число беспл. восст.

Уравновешенность договора

Равновесие договора эксцедента убытка оценивается, как и в случае пропорционального перестрахования, **с помощью двух отношений**.

Первое из них - это (выраженное в процентах) отношение премии перестрахования к емкости договора, по-английски оно называется rate on line:

$$r.o.l. = 100P/b.$$

Второе задает время амортизации и показывает, сколько лет надо собирать премии перестрахования, чтобы оплатить убыток, равный ширине полосы, он называется pay back.

$$p.b. = b/P = 100/r.o.l.$$

Пример. Предположим, что рассматривается договор $XL : 3 \times 2$, а размер полученных премий $P = 0,75$, тогда период амортизации $p.b. = 3/0,75 = 4$ года, а $r.o.l. = 25$. В зависимости от величины указанных отношений лейеры эксцедента делятся на **3 группы**:

	r.o.l.	p.b.
working	> 15	$< 6,5$ лет
middle	4-15	6,5-25 лет
catast.	< 4	> 25 лет

Основные пункты непропорциональных договоров (кроме убытков) следующие:

- премия перестрахования,
- участие в прибыли,
- бонус за отсутствие требований,
- комиссионные.

Премия перестрахования

В непропорциональном перестраховании премия для договоров эксцедента убытка или эксцедента убыточности рассчитывается как **некоторая фиксированная сумма** для всего перестрахованного портфеля, независимо от каждого отдельного риска.

Административные издержки прямого страховщика во внимание не принимаются и комиссионные не платятся.

Расчет премии перестрахования (или котировка) проводится **с учетом следующих факторов**:

1. Исходным пунктом является чистая или рисковая премия, необходимая для возмещения оплаты предполагаемых убытков при перестраховании.
2. Гарантийная надбавка к базовой премии необходима, поскольку убыточность из года в год подвержена серьезным колебаниям и возможны ошибки при расчете премии. Размер этой надбавки зависит от вида страхования, приоритета цедента, лимита ответственности перестраховщика, а также от размера и сбалансированности перестрахованного портфеля.

3. Объем премии должен быть достаточным для покрытия дополнительных расходов перестраховщика (таких как брокерская комиссия, налоги и т.п.)

4. Если перестраховщик прибегает к ретроцессии, то соответствующие расходы также надо принять во внимание при расчете цены перестрахования эксцедента убытка.

5. Надо также учесть надбавку на покрытие административных расходов перестраховщика и на прибыль, которую должен получить перестраховщик на инвестированный капитал.

Главная проблема при расчете премии состоит в предварительном определении, как часто будут происходить крупные убытки при более или менее однородном портфеле с точки зрения рисков или страховых сумм и каков будет размер этих убытков.

Существуют **три типа премии**:

1. фиксированная премия (flat premium), как правило, назначается, если премия перестрахования невелика (не более 50 тыс. \$).
2. фиксированная ставка премии: 0, 1% - 10% от премий, собранных прямым страховщиком.
3. переменная или скользящая ставка (sliding scale).

При вычислении перестраховочной премии (без надбавок) можно использовать **следующие методы**:

- burning cost (оценка риска на основе экстраполяции убыточности за прошлые годы),
- exposure (калькуляция на основе структуры перестраховочного портфеля),
- scenario method (вычисления на основе частоты повторения событий, приводящих к большим убыткам)

Какой метод применяется, зависит от вида страхования, приоритета и лимита договора, а также представленных статистических данных.

При использовании метода экстраполяции премия определяется **на базе убыточности прошлых лет**, т.е. убыточности, которая могла наступить в предшествующие годы, если бы приоритет и лимит ответственности по договору соответствовали новым условиям. А потом полученный результат соотносится с размером премий, собранных страховщиком. Для иллюстрации рассмотрим численный пример.

Пусть размер приоритета равен 80 тыс. Ниже приводятся **данные о премиях и убытках за пять лет**. Объем премий цедента (в миллионах) содержится в столбце (2). Столбец (3) указывает номера страховых случаев в соответствующем году. Далее, (4) - это выплаты по страховому случаю, (5) - резервы, (6) - общая сумма выплат, (7) - убытки, приходящиеся на долю перестраховщика (приведены в тысячах).

год	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	экстрапол.
1988	10	1 2	120 10	- 90	120 100	40 20	
						60	0,60%
1989	12	1	80	40	120	40	0,33%
1990	13	1 2 3 4	2 30 95 130	88 80 - -	90 110 95 130	10 30 15 50	
						105	0,81%
1991	15	1 2 3	85 20 50	15 100 35	100 120 85	20 40 5	
						65	0,43%
1992	17	1 2	- 10	200 140	200 150	120 70	
						190	1,12%
	67					460	

Итак, средняя экстраполяция за 1988-92гг. (система burning cost)	$\frac{460}{67000}$	0,69%
Среднее арифметическое	$3,29/5$	0,66%

Надо обращать внимание на **следующие факты**:

1. В результате **постоянной инфляции** имеющаяся статистика не полностью отражает реальные результаты по договору перестрахования эксцедента убытка, так как убытки в прошлом стоят меньше, чем в будущем. В страховании общей гражданской ответственности и ответственности владельцев автотранспорта (особенно в случае телесных повреждений) особую роль играют увеличение зарплаты, изменения законодательства, развитие медицины.

В имущественном страховании надо учитывать не только общий рост цен, но и изменение техники строительства. Необходимо экстраполировать понесенные в прошлом убытки, применяя к ним сегодняшние цены. Надо учитывать и корректировку ставки премии (т.е. тарифные изменения). Обе процедуры не исключают друг друга. Перестрахование на базе эксцедента убытка связано с крупными убытками, которые более подвержены инфляции, чем обычные убытки, на основе которых исчисляется ставка премии.

Перестраховщик в гораздо **большей степени зависит** от увеличения расходов на урегулирование убытков, поскольку обязательство покрытия этих расходов в доле, превышающей приоритет, полностью ложится на него.

В ряде случаев приоритет оказывается превышенным лишь в результате инфляции. Рассмотрим следующий **пример**.

Пусть заключен договор эксцедента убытка с приоритетом 100 тыс. И пусть имеется два страховых случая по прямому договору страхования, убытки составляют соответственно 125 тыс. и 80 тыс. Убытки, затрагивающие прямого страховщика, равны 100 тыс. и 80 тыс., а перестраховщик платит лишь по первому страховому случаю 25 тыс.

Предположим, что **инфляция составляет 40%**. Тогда размеры убытков по прямому договору будут равны соответственно 175 тыс. и 112 тыс. Из них на долю цедента в обоих случаях приходится 100 тыс. Таким образом, в первом случае инфляция **для прямого страховщика** равна 0%, а во втором она составляет 25%, так как вместо 80 тыс. его выплаты теперь составляют 100 тыс.

Что касается перестраховщика, то он выплачивает теперь соответственно 75 тыс. и 12 тыс. Следовательно, в первом случае инфляция равна 200%, а во втором она бесконечна, так как ранее перестраховщик не платил ничего.

2. Если речь идет об **эксцеденте убытка по событию** (cat XL), т.е. имеется кумуляция рисков при землетрясении или урагане, необходимо учитывать растущую стоимость отдельных рисков как результат общей инфляции убытков, равно как и тот факт, что перестрахованный портфель может включать больше контрактов, чем раньше. Таким образом, **число затронутых полисов** будет больше, чем прежде.

Чтобы экстраполировать число убытков и их размер, **необходима общая информация** о портфеле цедента, а именно, количество застрахованных рисков или полная страховая сумма на момент наступления убытков и прогноз на предстоящий год.

То же самое важно и для эксцедента убытка по риску (risk XL), так как большой риск наступления крупных убытков может быть вызван расширением страхового покрытия или увеличением страховых сумм.

3. Расчет цены договора часто производится тогда, когда **многие убытки еще не полностью оплачены**, так что окончательный размер убытков неизвестен. Это особенно важно в случае страхования гражданской ответственности, где урегулирование часто связано с обращением в суд и может идти многие годы или даже десятилетия.

Резерв для урегулирования таких убытков при наступлении менее благоприятной ситуации, чем предполагалось ранее, носит название IBNER-резерва (incurred but not enough reserved), т.е. резерв произошедших, но недостаточно зарезервированных убытков.

Еще труднее учесть должным образом **произошедшие, но еще не заявленные убытки**, т.е. оценить IBNR-резервы (incurred but not reported). Сюда же относятся убытки, еще не связанные с какой-либо конкретной причиной, поэтому требование о возмещении убытков пока и не предъявлено. Такие ситуации характерны при страховании ответственности за произведенную продукцию. Может пройти 20 или более лет, как было в случае с асбестом, прежде чем будут заявлены претензии. Потом будет еще судебное разбирательство, которое также займет много времени.

Именно к таким убыткам и применим термин IBNR, но он может часто применяться и к IBNER-убыткам, тем более, что для перестраховщика они и в самом деле являются IBNR-убытками, до тех пор, пока они не превысят приоритет. Эти убытки чаще всего крупные, хотя и долго неизвестны, поэтому они затрагивают договор эксцедента убытка.

Правильный расчет IBNR-резерва важен и для бухгалтерских отчетов, чтобы избежать впоследствии больших убытков, когда придется выполнять обязательства.

Существует **целый ряд методов подсчета** IBNR-резервов, но все они обладают недостатками. Этой теме уделяется большое внимание в актуарной литературе.

Итак, для расчета премии перестрахования методом экстраполяции, перестраховщик должен иметь информацию об объеме премии, собранной cedentом, и обо всех отдельных убытках за определенный период времени. Экстраполируя на цены сегодняшнего дня, он определяет, превысят ли прошлые убытки приоритет, который будет применен в будущем.

Обычно требуются данные за 5 лет или даже более для тех отраслей, в которых длительный период повторения событий (ураганы, град и т.п.) или урегулирование убытков происходит медленно, например, страхование общегражданской ответственности или ответственности владельцев автотранспорта. При этом надо знать данные об урегулировании убытков, т.е. размер резервов и отдельно произведенные выплаты на конец каждого года, чтобы представлять развитие IBNR-убытков.

Метод экстраполяции применим к договорам с низким приоритетом и умеренным пределом возмещения убытков, так как для них **имеются адекватные данные об убытках**. Иначе премии могут быть несоразмерны и оказаться даже нулевыми, если в предыдущие годы не было зарегистрировано убытков.

Структурный метод основан на разбиении портфеля на однородные типы риска. Например, при огневом страховании портфель разбивается на промышленные, коммерческие и частные риски. На этой информации, определяющей профиль риска, и базируется премия перестрахования. При этом к различным подпортфелям применяется различная ставка премии.

Структурный метод применяется в случае высоких приоритетов, где данные о фактической убыточности **недостаточны для надежных расчетов.**

Сценарный метод используется для расчета котировок по договорам эксцедента убытка, призванным защитить портфель страховщика от стихийных бедствий.

Сценарии убытков призваны подразделить происшествия в зависимости от периода их повторения. Предполагаемый размер убытков по происшествию зависит от страховой суммы или премии по всему портфелю.

Пример. Предположим, что на острове в Карибском море в среднем через каждые 20 лет возникает небольшой ураган, через 40 лет ураган средней силы, а через 100 лет сильный ураган. Известно, что небольшой ураган разрушает 2% застрахованного имущества, средний - 5%, а сильный - 12%.

Страховая компания в целях защиты своего бизнеса по имущественному страхованию со страховой суммой 200 млн. намерена заключить договор эксцедента убытка $XL : 8 \times 4$ (приоритет и лимит ответственности перестраховщика указаны в миллионах).

Итак, абсолютная величина ущерба от небольшого урагана составит 4 млн., от среднего 10 млн. и от сильного 24 млн. Из них на долю договора эксцедента убытков приходится соответственно 0, 6 и 8 млн. Учитывая период повторения ураганов, получаем, что среднегодовой убыток (приходящийся на долю эксцедента) по небольшим ураганам равен 0, по средним 150 тыс., а по сильным 80 тыс. Следовательно, **необходимая годовая премия** перестрахования равна 230 тыс.

На практике перестраховщик не ограничивается каким-то одним способом подсчета премий, а использует элементы структурного анализа, применяя экстраполяцию.

"Фиксированная премия", согласованная сторонами, не может быть точно рассчитана, пока неизвестен размер премий собранных цедентом (так как на самом деле чаще всего рассчитывается фиксированная ставка премии - flat rate).

Но поскольку от перестраховщика может быть потребовано возмещение убытков до окончания года, несправедливо откладывать уплату премии перестрахования до конца года. Поэтому стороны соглашаются на уплату предварительной премии, обычно с момента начала договора (1 января). Иногда выплаты проводятся в форме двух взносов (1 января и 1 июля), а корректировка происходит в начале следующего года. **Предварительная премия обычно является и минимальной.** Это особенно важно в отраслях, находящихся на начальной стадии развития.

Экстраполяция и структурный метод применимы и для договоров стоп-лосс. Расчет надбавок зависит от ожидаемых колебаний в данных об убытках. Поэтому иногда заключается соглашение о том, что страховщик не будет менять свою андеррайтинговую политику и критерии приема рисков на гарантию.

Скольльзящая ставка премии отражает изменения убыточности.

Процедура состоит в установлении минимальной и максимальной премии. Ставка премии в этих пределах рассчитывается с помощью экстраполяции плюс надбавка. Обычно такие надбавки используют как расчетные коэффициенты ($100/70$, $100/75$, $100/80$, $100/85$), хотя они могут и прибавляться к основной ставке (например, 0,5% основной ставки).

Пример. Предположим, что окончательные расходы, понесенные в связи с убытками, как процент от основной премии первый год действия договора составляют 2%.

Надбавка $100/70$ ($=42,86\%$) 0,857%

Согласованная минимальная премия 1,5%

Согласованная максимальная премия 4,5%

Премия за один год действия договора эксцедента убытка 2,857%

Если уровень убыточности за первый год составит 4%, то премия, включая надбавку составит 5,714%, но максимальная ставка равна 4%, она и будет применяться в течение второго года.

Недостаток скользящей шкалы заключается в том, что резервы убытков, влияющие на показатель убыточности, нуждаются в постоянной корректировке, пока не произведено полное урегулирование убытков. Значит, уровень убыточности может оставаться долгое время неизвестным, т.е. неизвестна будет и премия перестрахования.

Переменную ставку следует применять лишь в договорах **со столь низким приоритетом и лимитом ответственности**, что убытки затрагивают их постоянно. Иначе премия, уплаченная перестраховщику, будет достаточна лишь в те годы, когда обнаруживается обычный уровень убыточности. Следовательно, перестраховщик будет лишен возможности создания резервов на случай крупных убытков, когда даже премия, рассчитанная по максимальной ставке, недостаточна.

Итак, скользящая ставка премии t вычисляется **следующим образом**

$$t = \min(t_{\max}, \max(t_{\min}, \alpha Z/A)),$$

где t_{\min} - минимальная ставка премии, t_{\max} - максимальная ставка премии, α - коэффициент надбавки, A - премии, собранные страховщиком, Z - убытки, уже оплаченные перестраховщиком, и еще не урегулированные, находящиеся на его гарантии.

Таким образом, **премия перестрахования** равна

$$P = t \cdot A = \min(t_{\max}A, \max(t_{\min}A, \alpha Z)).$$

Коэффициент принимает следующие значения:

- а) для непосредственно заключенных договоров (без маклера)
 - 100/85 для отраслей с быстрым урегулированием оплаты (например, пожары),
 - 100/80 для отраслей, где оплата убытков может производиться несколько лет, например, гражданская ответственность в автомобильном страховании или общая гражданская ответственность.
- б) для договоров с маклером соответственно
 - 100/75 при быстром урегулировании,
 - 100/70 при медленном.

Различие из-за того, что маклер берет комиссионные в размере до 10%.

Если предусмотрена выплата дополнительной премии за восстановление, то размер базовой премии устанавливается меньше, чем в договоре эксцедента убытка с безвозмездным восстановлением.

Существует также реверсивная ставка (reverse rate), предусматривающая, что в годы с низкой убыточностью применяется более высокая ставка, чем в годы с высокой убыточностью.

Пример. Предположим, что оговорены следующие условия.

Минимальная ставка: 2% при убыточности $\geq 70\%$

Максимальная ставка: 7% при убыточности $\leq 45\%$

В пределах от 70% до 45% ставка премии повышается на 20% от разницы между 70% и действительным уровнем убыточности.

Пусть уровень убыточности равен 60%, разница $70\% - 60\% = 10\%$, значит, ставка повышается на 2% и составляет 4%.

Оговорка о корректировке (индексации)

В квотном и эксцедентном (пропорциональном) перестраховании премии и убытки распределяются пропорционально между цедентом и перестраховщиком. Таким образом, инфляция, влияющая на размер убытков, затрагивает в равной мере обе стороны. В договоре эксцедента убытков рост выплат при возмещении ущерба **в большей степени затрагивает перестраховщика**. Количество убытков, превышающих приоритет, растет даже если портфель страховщика не изменился.

В некоторых странах, например в Бельгии, ввели практику ежегодной корректировки приоритета и предела ответственности перестраховщика при каких-либо изменениях реальной стоимости застрахованного интереса. Такая корректировка производится во всех случаях, если положения и условия договора не пересматриваются полностью, и основывается на индексе цен на недвижимость.

Поскольку пределы возрастания ущерба не могут быть предусмотрены заранее (они зависят не только от инфляции, но также от изменений заработной платы, изменений в правовой сфере, что влияет на стоимость урегулирования убытков, изменений в законодательстве и прогресса в медицине), то их нельзя учесть в актуарных расчетах.

Если нет возможности учесть увеличение убытков в премии перестрахования, то это делается с помощью оговорки о корректировке, или индексации, в договоре перестрахования.

Оговорка действует двояким способом. Один из них (vertical adjustment) означает ежегодную корректировку приоритета и лимита ответственности в соответствии с индексом прожиточного минимума, независимо от того, произошел ли страховой случай или нет.

С другой стороны, точная величина, на которую возросли суммы убытков по сравнению с началом действия договора, определяется не временем наступления страхового случая, а моментом урегулирования убытков. Оговорка применима к любым убыткам, произошедшим за то время, когда договор был в силе (horizontal adjustment). Применяемый уровень приоритета и ответственности перестраховщика зависит в каждом конкретном случае от продолжительности времени, необходимого для урегулирования убытков, т.е. периода подверженного инфляции.

Пример. Пусть приоритет договора эксцедента убытков равен 100 тыс., а фактический размер убытков 175 тыс. Увеличение суммы убытков ко времени их урегулирования в соответствии с применяемым индексом 40%. Следовательно, размер убытков без учета инфляции равен 125 тыс. $(175/1,4)$.

Перераспределение убытков:

прямой страховщик: 100 = 80% общей суммы убытков

перестраховщик: 25 = 20% общей суммы убытков

Перераспределение фактических убытков без применения оговорки о корректировке:

прямой страховщик: 100 = 57% общей суммы убытков

перестраховщик: 75 = 43% общей суммы убытков

Перераспределение фактических убытков с применением оговорки о корректировке:

прямой страховщик: 140 = 80% общей суммы убытков

перестраховщик: 35 = 20% общей суммы убытков

В последнем случае у прямого страховщика и перестраховщика убытки выросли на 40%.

Участие в прибыли

Механизм такой же, как и в случае пропорционального перестрахования, но только **комиссия по определению равна нулю** в непропорциональном перестраховании.

Кроме того, участие в прибыли используется не так часто как в пропорциональном перестраховании. Дело в том, что непропорциональный договор по своей природе крайне неуравновешен, и таким образом, доход, получаемый в течение одного или нескольких лет подряд, составляет лишь небольшую часть емкости договора.

Если не удастся договориться иначе, то применяется участие в прибыли, но с условием, что при подсчетах убытки переносятся не менее, чем на пять лет.

Бонус при отсутствии претензий (no claim bonus)

Это то же самое, что **участие в прибыли при отсутствии убытков**: если Z означает убытки на обеспечении перестраховщика, то при $Z > 0$, никакого бонуса нет.

В противном случае полагается, что $t_{NCB} \sim t_{PB}$, а $t_{FG} = 0$. Такая система иначе может быть описана - "все или ничего".

Также не очень широко применяется, из-за наличия **морального риска**. Цеденту часто может быть более выгодно получить бонус за отсутствие требований, чем небольшую выплату за превышение приоритета.

Маклерская комиссия

Комиссия маклера может достигать 10% от первоначальной премии перестрахования.

По премиям возобновления комиссионные могут составлять от 0% до 5%.

Вознаграждение маклера может быть определено по соглашению в случае очень больших или очень маленьких премий.

Другие типы непропорциональных договоров

Существует целый ряд непропорциональных договоров перестрахования, которые редко применяются на практике, но достаточно полно исследовались с теоретической точки зрения. Среди них надо отметить LCR (largest claims reinsurance), или по-французски COSIMA (coût de sinistre majeur), и ECOMOR (excédent de coût moyen relatif).

Дадим общее определение договора, который **строится по вариационному ряду требований**. Предположим, что число поступивших требований по рассматриваемому портфелю рисков K равно N . Обозначим через $X_{N:1} \leq X_{N:2} \leq \dots \leq X_{N:N}$ размеры поступивших требований X_1, X_2, \dots, X_N , расположенные в возрастающем порядке.

Пусть h - измеримая функция $h : [0, 1) \rightarrow [0, 1)$ и $b_i, i \geq 1$, - это семейство измеримых отображений $b_i : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$. Далее, пусть $c_j, j = \overline{1, l}$, - это действительные числа, k_j - неотрицательные целые числа, а 1_A - индикатор множества A .

Предположим, что

$$R_n(y_1, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n b_n(i/n)h(y_i) + \sum_{j=1}^l c_j h(y_{n-k_j})1_{[0,n)}(k_j) \quad (3)$$

для любого набора $0 \leq y_1 \leq \dots \leq y_n$ удовлетворяет условию

$$R_n(y_1, \dots, y_n) \in [0, \sum_{i=1}^n y_i].$$

Случайная величина

$$R_N(X_{N:1}, \dots, X_{N:N})1_{(0,1)}(N)$$

может интерпретироваться как часть суммарного размера требований $\sum_{i=1}^N X_i$, которая передается в перестрахование.

Соответственно, семейство $R = (R_n, n \geq 1)$, определяет договор перестрахования, построенный по вариационному ряду требований.

Рассматриваемый класс договоров достаточно широк, хотя и **не включает договор** на базе эксцедента убыточности.

Пример. Положим $l = 0$, тогда вторая сумма в (3) пропадет. Если $b_n(u) = \alpha$, $0 < \alpha < 1$, при всех u и $h(y) = y$, получим квотный договор (quota share). В самом деле, в перестрахование передается доля α суммарного ущерба

$$R_n(y_1, \dots, y_n) = \alpha \sum_{i=1}^n y_i.$$

Остальные примеры относятся к непропорциональному перестрахованию.

Пример. Выбор $l = 0$, $b_n(u) = 1$, при всех u , $h(y) = (y - d)^+$ для фиксированного $d \geq 0$ дает договор эксцедента убытка (excess of loss), кратко XL(d). В этом случае

$$R_N^{XL} = \sum_{i=1}^N (X_{N:i} - d) 1_{X_{N:i} \geq d} = \sum_{i=1}^N (X_i - d)^+.$$