

ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА ПО КУРСУ  
«ВЯЗКОСТНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ»

- (1) Принцип максимума для гармонических функций. Метод Бернштейна.
- (2) Субгармонические и супергармонические функции. Метод Перрона.
- (3) Метод субрешений и суперрешений в теории нелинейных уравнений.
- (4) Метод характеристик для уравнения с частными производными первого порядка. Локальная разрешимость задачи Коши.
- (5) Вероятностное представление решений задачи Дирихле для эллиптического уравнения. Время выхода винеровского процесса на границу шара.
- (6) Нелинейные уравнения с частными производными первого порядка. Метод Характеристик. Задача Коши.
- (7) Законы сохранения. Существование и единственность классического решения. Появление разрывов.
- (8) Преобразование Флорина–Хопфа–Коула и метод исчезающей вязкости для уравнения Хопфа. Формула Лакса–Олейник.
- (9) Энтропийные свойства решений, получаемых методом исчезающей вязкости. Обобщенные решения С.Н. Кружкова.
- (10) Функция действия. Уравнения Эйлера–Лагранжа. Функция Гамильтона. Уравнения Гамильтона–Якоби. Теорема Якоби.
- (11) Применение метода исчезающей вязкости к уравнению Гамильтона–Якоби. Формула Лакса–Хопфа.
- (12) Определение вязкостного решения. Замкнутость класса вязкостных решений относительно предельных переходов. Классическое решение является вязкостным решением.
- (13) Свойства полунепрерывных функций,  $\inf$  и  $\sup$  – свертка. Вязкостные субрешения и суперрешения.
- (14) Эквивалентные определения вязкостных решений в терминах джетов.
- (15) Принцип сравнения для вязкостных решений уравнений с частными производными первого порядка. Метод удвоения переменных.
- (16) Лемма Ishii и структурные условия. Принцип сравнения для уравнений с частными производными второго порядка. Примеры.
- (17) Доказательство леммы Ishii: сведение к квадратичной форме, свойства выпуклых функций, «магические» свойства  $\sup$  – свертки.
- (18) Метод Перрона. Примеры: линейные эллиптические уравнения с вырожденной матрицей коэффициентов при вторых производных и нелинейные уравнения первого порядка с условием коэрцитивности.
- (19) Задача оптимального управления с бесконечным горизонтом. Принцип динамического программирования.
- (20) Уравнения Гамильтона–Якоби–Беллмана и критерий оптимальности в терминах вязкостных решений.