

3. Тест. Часть 1

1.

Функция $f(x)$ задана на интервале $(-1, 1)$ и $g(x) = xf(x)$. Какие из утверждений I, II, III являются истинными?

I. Если функция $f(x)$ ограничена, то функция $g(x)$ непрерывна в точке $x = 0$.

II. Если функция $f(x)$ непрерывна в точке $x = 0$, то функция $g(x)$ дифференцируема в точке $x = 0$.

III. Если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = 0$, то функция $g(x)$ дважды дифференцируема в точке $x = 0$.

☐ A только I

☒ B только I и II

☐ C только I и III

☐ D I, II, III

☐ E ни один из вариантов A, B, C, D не дает правильного набора ответов

3. Тест. Часть 1

2.

Пусть $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ – функция, интегрируемая на отрезке $[0, 1]$, такая, что $\int_0^1 f(x) dx = 1$. Тогда

- ☐ А $f(y) = 1$ для некоторого $y \in [0, 1]$
- ☒ В если $f(0) = 0$, то $f(y) > 1$ для некоторого $y \in [0, 1]$
- ☐ С если $f(x)$ – неубывающая функция, то $f(y) > 1$ для некоторого $y \in [0, 1]$
- ☐ D если $f(x)$ – немонотонная функция, то $f(y) > 1$ для некоторого $y \in [0, 1]$
- ☐ E все четыре утверждения А, В, С, D ложные

3. Тест. Часть 1

3. Последовательность $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ задается рекуррентной формулой $x_{n+1} = x_n(2 - x_n)$. Тогда множество значений x_1 , при которых последовательность $\{x_n\}$ сходится, равно

- ☐ A $[0, 1]$
- ☒ B $[0, 2]$
- ☐ C $(0, 1]$
- ☐ D $[0, 1] \cup \{2\}$
- ☐ E множеству, отличному от A, B, C, D

4.
Предел

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^{2021}} \left((1 - \sqrt{1 + x^2})^{2021} - (1 + \sqrt{1 + x^2})^{2021} \right)$$

равен

A 1

☒ B -1

C 2

D -2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

3. Тест. Часть 1

5.

Функция $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ на множестве $\{(x, y): x \geq 0, y \geq 0, x^2 - 6xy + 9y^2 + x + y = 0\}$

- ☐ А достигает наибольшего значения в единственной точке
- ☐ В достигает наибольшего значения ровно в двух точках
- ☐ С достигает наибольшего значения ровно в трех точках
- ☐ D достигает наибольшего значения более чем в трех точках
- ☐ E не достигает наибольшего значения

6.

Функция $f(x)$, определенная и дифференцируемая при всех вещественных значениях аргумента $x > 1$, обладает следующим свойством:

$$\int_1^x f(e^t) dt = 1 + x(\ln x - 1) \quad \text{при } x > 0.$$

Выберите ложное утверждение:

- ☐ А график функции $f(x)$ имеет асимптоту
- ☐ В функция $f(x) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{x^e}{1+x^2}\right)$ не ограничена при $x > 2$
- ☒ С предел при $x \rightarrow e$ функции $f(x)$ равен 1
- ☐ D функция $f(x)/\ln(1+x^2)$ не ограничена при $1 < x < 2$
- ☐ E среди утверждений А, В, С, D есть ложное

3. Тест. Часть 1

7.

Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} |\alpha| + |1 - \alpha| & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда множество тех α , для которых квадратичная форма $f(x) = x^T A x$ положительно полуопределена, есть

A $(1, +\infty)$ B $[1, +\infty)$ C $(0, +\infty)$ D $[0, +\infty)$ E ни одно из множеств, перечисленных в A, B, C, D, не является множеством α , для которых форма положительно полуопределена

3. Тест. Часть 1

8. Множество $M \subset \mathbb{R}$ не содержит предельных точек. Тогда

- ☐ А множество M конечное
- ☐ В множество M ограниченное
- ☒ С множество M неограниченное
- ☐ D все точки множества M изолированные
- ☐ E все четыре утверждения А, В, С, D ложные

3. Тест. Часть 1

9.

Функция $f(x)$ задана на отрезке $[a, b]$ и точка $x_0 \in (a, b)$. Тогда

- A если существует $f'(x_0)$, то существует окрестность точки x_0 , в которой $f(x)$ ограничена
- B если существует $f'(x_0)$, то существует окрестность точки x_0 , в которой $f(x)$ непрерывна
- C если $f'(x_0) \neq 0$, то существует окрестность точки x_0 , в которой $f(x)$ имеет обратную
- D если $f''(x_0) > 0$, то существует окрестность точки x_0 , в которой функция $f(x)$ является выпуклой
- E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

3. Тест. Часть 1

10.

Функция $f(x)$ дифференцируема на конечном интервале (a, b) и не ограничена на нем. Какие из следующих утверждений (I, II, III) истинны?

I. Функция $f(x)$ не является равномерно непрерывной на (a, b) .

II. Производная $f'(x)$ не ограничена на (a, b) .

III. На любом отрезке $[c, d] \subset (a, b)$ функция $f(x)$ равномерно непрерывна.

A только I

B только I и II

C только II и III

D I, II и III

E ни один из вариантов, перечисленных в A, B, C, D, не дает правильного набора ответов