**21 мая 2020 года, группа 309**

Контрольная работа по теме «Основы актуарной математики»

Инструкция по выполнению работы

* На выполнение работы даётся 2 недели: с 21 мая 2020 г. (четверг) до 4 июня 2020 г. (четверг). Занятие в четверг, 21 мая, посвящается моим ответам на возможные ТЕХНИЧЕСКИЕ вопросы по работе.
* 21 мая, **в 15:00 !!!,** регистрация на лекцию = e-mail с подтверждением получения контрольной.
* Вы можете использовать мои пособия:
  1. Г.И.Фалин.*Математические основы теории страхования жизни и пенсионных схем*. 3-е издание: АНКИЛ, Москва, 2007. 304 c. ISBN 978-5-86476-235-6.
  2. или 2-е издание: АНКИЛ, Москва, 2002. 262 c. ISBN 5-86476-194-x.
  3. Г.И.Фалин, А.И.Фалин.*Актуарная математика в задачах,* 2-е издание: Физматлит, Москва, 2003. 192c. ISBN 5-9221-0451-9.

и конспекты лекций, а также искать информацию в Интернете. Вам нельзя копировать теоретические выкладки и текст (если это необходимо, всё излагаете своими словами).

* Вычисления проводить с использованием Microsoft Excel.
* Вы **ДОЛЖНЫ**:

**«Излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.»**

Иначе говоря, решения задач должны быть очень подробными, с детальным объяснением всех идей, преобразований, с результатами всех промежуточных вычислений, точными ссылками на известные результаты (ссылаться можно только на упомянутую выше мою книгу). **Невыполнение этих требований автоматически означает, что задача не решена.**

**При совпадении в разных работах достаточно длинных фрагментов рассуждений или вычислений решение соответствующей задачи аннулируется у ВСЕХ вовлечённых сторон.**

* Решение набираете:
  + в Microsoft Word, шрифт Times New Roman 12 pt, line spacing 1.15, формулы – с помощью пакета MathType (предпочтительно) или Equation Editor, но сохраняете файл в формате pdf – у меня чрезвычайно подробные решения вместе с условиями заняли 14 стр. (минус 4 стр. условия = 14 стр. только!!!)
  + или в LaTex, но сохраняете файл в формате pdf.
* Работу выполняете прямо в этом файле (для LaTeX создаёте аналогичный документ; \documentclass{article}). В таблице на первом листе вашей работы вы указываете: ФИО и ответы ко всем задачам (баллы проставляю я).
* Контрольные высылаете мне в четверг 4 июня на почту [MoscowMath@mail.ru](mailto:MoscowMath@mail.ru) с указанием темы по следующему образцу: Иванов\_Иван-309.

Напоминаю, что ФГОС среднего образования (приказ Минобрнауки №413 от 17 мая 2012 ) установил следующие требования к результатам обучения в средней школе:

« II.8.5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее – ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач …

II.8.8) владение языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;…»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Токаева Александра | Ответ | Баллов |
| задача 1 | (i) См. решение  (ii) См. решение  (iii)  ≈ 0.0833 |  |
| задача 2 | (i) См. решение  (ii)  ≈ 0.2547327 |  |
| задача 3 | (i) μ ≈ 0.01798476  (ii)  ≈ 0.008952 |  |
| задача 4 | ER ≈ 36541.80 руб |  |
| задача 5 | P ≈ $11913.99 |  |
| задача 6 | Среднее значение ≈ £43498.91  Ожидаемое отклонение ≈ £22378.07 |  |
| задача 7 | б) перспективный |  |
| задача 8 | £269.90 |  |
| задача 9 | См. решение |  |
| задача 10 | (i) См. решение  (ii) См. решение  (iii) См. решение |  |

1 (i) Разъясните смысл обозначения . (ii) Что такое таблица AM92 ?

(iii) Вычислите значение величины , используя следующий фрагмент таблицы AM92.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 60 | 9263.1422 | 9284.7641 | 9287.2164 |
| 61 | 9184.9687 | 9209.6568 | 9212.7143 |
| 62 | 9097.7405 | 9125.8818 | 9129.7170 |
| 63 | 9000.5884 | 9032.5642 | 9037.3973 |
| 64 | 8892.5741 | 8928.8177 | 8934.8771 |
| 65 | 8772.7359 | 8813.6881 | 8821.2612 |
| 66 | 8640.0481 | 8686.2016 | 8695.6199 |
| 67 | 8493.5187 | 8545.3532 | 8557.0118 |
| 68 | 8332.1396 | 8390.1611 | 8404.4916 |
| 69 | 8154.9318 | 8219.6390 | 8237.1329 |
| 70 | 7960.9776 | 8032.8606 | 8054.0544 |

**2** (i)Что такое ELT15 (Females)? Чем она отличается от AM92 ?

(ii) Вычислите  используя метод равномерного распределения смертей. База расчётов: ELT15 (Females), фрагмент которой приведён ниже.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 84 | 41736 | 0.08757 |
| 85 | 38081 | 0.09731 |
| 86 | 34375 | 0.10833 |
| 87 | 30651 | 0.11859 |
| 88 | 27017 | 0.12860 |
| 89 | 23542 | 0.14146 |

3(i) Известно, что, а на промежутке [67;68] интенсивность смертности является постоянной величиной. Найдите её.

(ii) Подсчитайте значение , используя предположение о постоянной интенсивности смертности и результат, полученный в пункте (i).

**4** Страховой агент получает вознаграждение, если по заключенным им договорам убыточность меньше чем  . Известно, что:

1. убыточность рассчитывается как отношение всех выплаченных страховых возмещений к собранным премиям;
2. агент получает долю от собранной премии, равную  разности между порогом  и убыточностью;
3. вознаграждение не платится, если убыточность больше 70%;
4. агент заключил ряд договоров с общей премией *P* = 500 тыс. рублей;
5. суммарные выплаты  по договорам (в тыс. руб.) распределены по закону Парето со средним 600 и коэффициентом вариации .

Подсчитайте ожидаемое вознаграждение .

5 Страховщик только что заключил с человеком в возрасте  дискретный договор временного страхования жизни на срок  лет со страховой суммой . По условиям договора страхователь вносит постоянную премию  в начале каждого года действия договора. Рассчитайте эту премию при следующих предположениях:

1. расходы и другие нагрузки не учитываются;
2. остаточное время жизни застрахованного описывается законом Мэкама с параметрами , , ;
3. для дисконтирования используется кривая доходности , значения которой приведены в следующей таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3.2% | 3.5% | 3.8% | 4.1% | 4.3% | 4.5% | 4.6% | 4.7% | 4.8% | 4.8% |

6Договор смешанного страхования жизни на 10 лет гарантирует выплату страховой суммы £100,000 в случае смерти застрахованного до истечения срока действия договора и выплату £50,000, если застрахованный проживёт эти 10 лет. Подсчитайте среднее значение современной стоимости обязательств страховщика по этому договору и стандартное отклонение от среднего. Техническая основа расчётов: постоянная интенсивность смертности  на протяжении всего срока действия договора, годовая процентная ставка, используемая для дисконтирования, равна 5%.

**7** Порядок формирования страховых резервов по страхованию жизни, утвержденный приказом Министерства финансов Российской Федерации от 09.04.2009 № 32н «Об утверждении Порядка формирования страховых резервов по страхованию жизни», предусматривает, что при расчете математического резерва допускается применение (при любых обстоятельствах):

а) ретроспективного метода;

б) перспективного метода;

в) как перспективного, так и ретроспективного методов.

г) метода, используемого для расчета выкупных сумм, выплачиваемых страхователю при расторжении договора страхования по виду страхования.

8Мужчина в возрасте  лет заключил 3-х летний договор страхования жизни. Если застрахованный умирает на протяжении действия договора, то страховая сумма  выплачивается в очередную годовщину заключения договора; если же застрахованный доживает до окончания договора, то страховщик не платит ничего. Премия в размере  платится в начале каждого года действия договора. Заключение и поддержание договора требуют следующих расходов: начальные расходы £260 в момент заключения договора, периодические расходы в размере £70 в начале второго и третьего года (если договор всё ещё действует).

Предполагая, что смертность описывается таблицей AM92 (её фрагмент приведён ниже), а для дисконтирования используется техническая процентная ставка , вычислите ожидаемый доход страховщика при заключении договора.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | | Permanent Assurances, males, combined - AM92 two years select: values of | | | | |
| Age | Duration 0 | Duration 1 | Durations 2+ |
|  |  |  |  |
| 55 | 0.003358 | 0.004363 | 0.004469 |
| 56 | 0.003742 | 0.004903 | 0.005025 |
| 57 | 0.004171 | 0.005507 | 0.005650 |

9 Пусть при  интенсивность смертности  можно представить в виде , где  и  – некоторые константы (т.е. на этом промежутке функция  линейна и возрастает). Докажите, что



где , а  – стандартная гауссовская функция распределения.

10(i) Определите термин «проспективный резерв» (prospective reserve) применительно к договору страхования жизни.

(ii) Сформулируйте условия, которые достаточны для того, чтобы проспективный резерв был равен ретроспективному резерву.

Страховая компания заключает договор пожизненного страхования с человеком, возраст которого ровно  лет (число  – натуральное). Премии платятся в начале каждого года на протяжении всего срока действия договора, а страховая сумма  выплачивается немедленно после смерти застрахованного. Никаких расходов в связи с договором нет.

(iii) Покажите, что при выполнении условий, упомянутых в пункте (ii), в любой момент времени  (число  – натуральное) проспективный резерв равен ретроспективному резерву.