

Токаева Александра, 409 группа
Отчет по практикуму на ЭВМ

Задание 1.5: задана некоторая функция f ; дан отрезок $[a, b]$, даны n точек x_1, x_2, \dots, x_n на этом отрезке и даны значения $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \dots, y_n = f(x_n)$ заданной функции в этих точках. Нужно по этим данным построить для заданной функции на данном отрезке интерполяционный многочлен степени $n - 2$:
$$P_{n-2}(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{n-2} x^{n-2}.$$

Проблема заключается в том, что нам дана 1 лишняя точка, ведь многочлен степени $n - 2$ (а именно все его $n - 1$ штук коэффициентов) однозначно строится по $n - 1$ точке, а у нас дано точек n (то есть $n - 1$ неизвестных и n уравнений). Однако есть теорема, согласно которой искомый многочлен будет удовлетворять условию $f_i - P_{n-2}(x_i) = (-1)^i h; i = 1, \dots, n$, где h — это какая-то неизвестная константа. Добавляя это неизвестное h к нашим неизвестным a_0, \dots, a_{n-2} , получим n неизвестных и n уравнений вида $a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_{n-2} x_i^{n-2} + (-1)^i h = f_i$ $i = 1, \dots, n$. Найдем коэффициенты $a_0, a_1, \dots, a_{n-2}, h$ как решение этой СЛУ, используя какой-нибудь точный метод решения системы (я буду использовать метод отражений).

Требуется построить этот многочлен по равноотстоящим узлам (то есть $x_i = a + (i - 1) \frac{b-a}{n-1}; i = 1 \dots n$) и по системе чебышевских узлов (то есть $x_i = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{2i-1}{2n} \pi\right); i = n \dots 1$).

Построить графики функции и ее многочлена, а также график зависимости h от n для своей функции, функции Рунге и функции модуль.

Решение: Для запуска программы в текущей директории должен лежать makefile и файл `mnog_lagranzh_N.cpp`.

Запускаем в командной строке `make`, а потом строки наподобие
`./a.out -1 1 10 ravnom myfunc`

Инструкция по использованию:

Usage: `./a.out a b n ravnom/chebushov myfunc/runge/modul`

Здесь a, b — концы отрезка, n — число узлов (в случае равноотстоящих узлов оба конца отрезка являются первым и последним узлом соответственно, в случае чебышевских узлов — все n узлов лежат

внутри отрезка, концы отрезка не являются узлами),
ravnom/chebushov отвечает за вид узлов; вид загаданной функции регулируется функцией `double func(double x)`.
Функция `int generate_input(double a, double b, int n, char* tip_uzlov, const char* filename)` записывает входные данные (узлы и значения функции `func`) в файл `filename`, потом функция `main` открывает этот файл, считывает массив точек в `mas1`, массив значений в `mas2`, вычисляет значение $P_{n-2}(x)$ в исходных узлах и в добавочных узлах (по два добавочных узла между каждыми старыми узлами) и записывает их в файл типа `output_5ravnomrunge.txt` в 4 столбика в формате

`x_i, f(x_i), P_n_2(x_i), f(x_i)- P_n_1(x_i)`.

Еще дополнительно в файл `commands_for_gnuplot.txt` дописывается что-то наподобие

```
set terminal png size 640,480
set output 'output_10ravnommyfunc.txt.png'
plot 'output_10ravnommyfunc.txt' using 1:2 with lines,
'output_10ravnommyfunc.txt' using 1:3 with lines,
'output_10ravnommyfunc.txt' using 1:2 with points
```

А в файл `'file_of_h.txt'` записываются значения n и h в 2 столбика.

После того, как все нужные расчеты были выполнены, следует запустить в командной строке `gnuplot`, после приглашения написать
>`gnuplot load 'comands_for_gnuplot.txt'`

И все графики сами нарисуются и сохранятся в файлы типа
'output_10ravnommyfunc.txt.png'

Наконец, запусив

```
>gnuplot set terminal png size 640,480
>gnuplot set output 'h_for_ravnom_myfunc.png'
>gnuplot plot 'file_of_h.txt' with lines
```

Получим график зависимости $h(n)$.

Моя функция

а)Равномерные узлы

Запускаем `make clean, make, ./a.out -1 1 7 ravnom myfunc`

Получаем вывод

Hello!

```

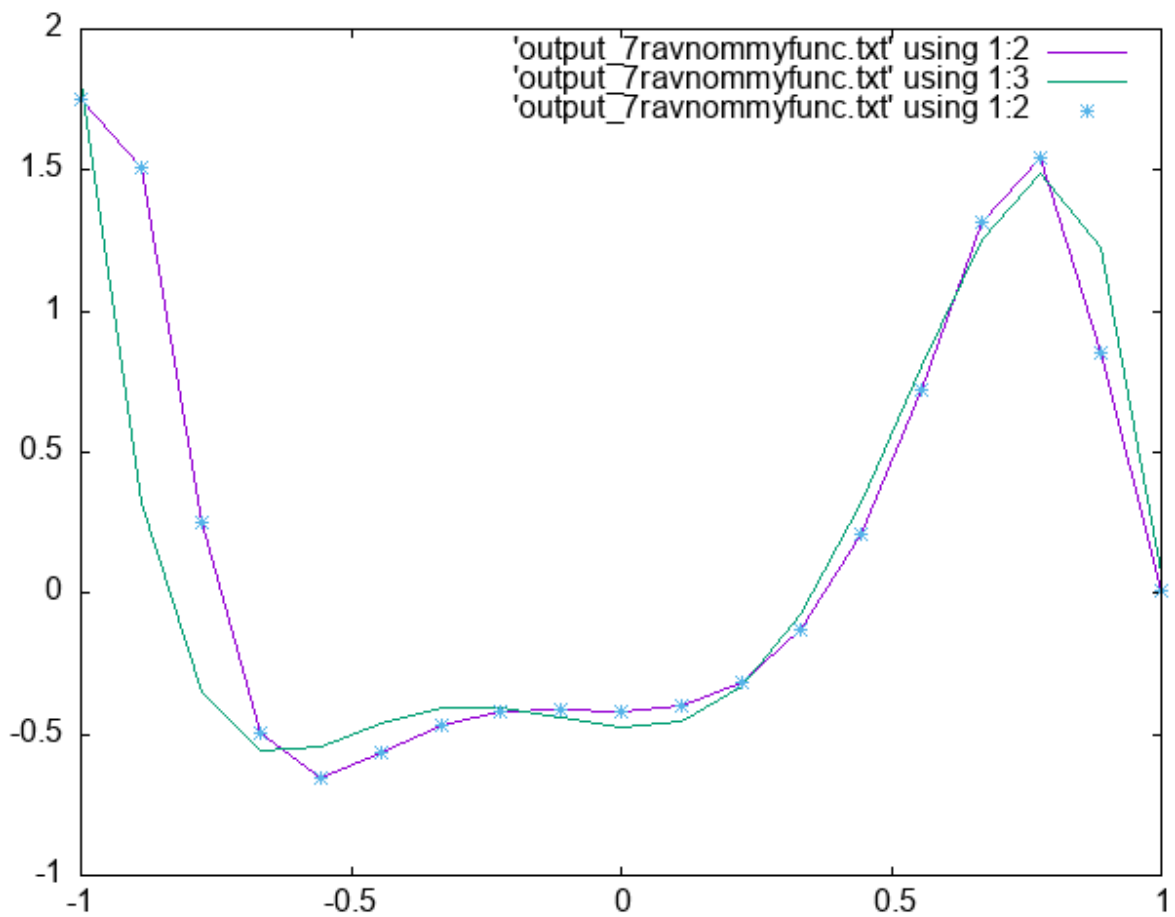
a=-1.000000 b=1.000000 n=7 is_ravnom=0 myfunc
ravnom uzl
-1.000000 -0.666667 -0.333333 0.000000 0.333333 0.666667
1.000000
1.753902 -0.498347 -0.465348 -0.416147 -0.130493 1.312999
0.010008
flag=0
h=-5.841649e-02
tmp_str=7
output_name=output_7ravnommyfunc.txt
-1.000000 1.753902 1.812318 -5.841624e-02
-0.888889 1.506971 0.322552 1.184419e+00
-0.777778 0.252803 -0.350951 6.037547e-01
-0.666667 -0.498347 -0.556764 5.841639e-02
-0.555556 -0.651229 -0.540980 -1.102490e-01
-0.444444 -0.565611 -0.462271 -1.033402e-01
-0.333333 -0.465348 -0.406932 -5.841654e-02
-0.222222 -0.416006 -0.403936 -1.206991e-02
-0.111111 -0.410028 -0.439986 2.995763e-02
0.000000 -0.416147 -0.474563 5.841666e-02
0.111111 -0.397555 -0.454984 5.742898e-02
0.222222 -0.316270 -0.331444 1.517381e-02
0.333333 -0.130493 -0.072076 -5.841738e-02
0.444444 0.207285 0.322003 -1.147187e-01
0.555556 0.723817 0.801637 -7.781990e-02
0.666667 1.312999 1.254581 5.841743e-02
0.777778 1.543438 1.490452 5.298565e-02
0.888889 0.849226 1.225673 -3.764474e-01
1.000000 0.010008 0.068424 -5.841699e-02
Goodbuy!

```

Видим, что **$h=-5.841649e-02$**

Причем в 4 столбике в исходных узлах значение разности $f_i - P_{n-2}(x_i)$ принимает значения $h, -h, h, -h, h, -h$, как и предполагалось.

Посмотрим на графики исходной функции и полученного многочлена



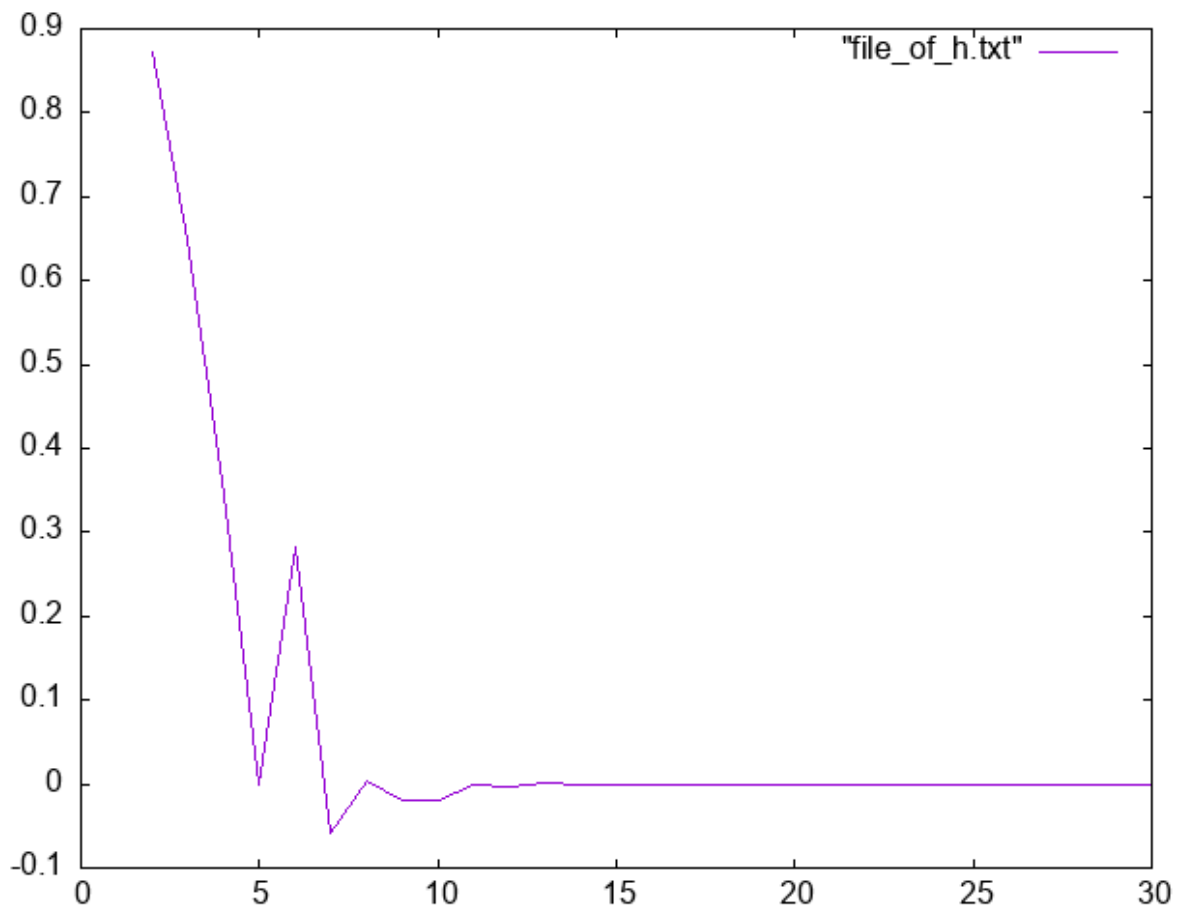
Посмотрим график зависимости h от n (для этого нужно последовательно запустить в терминале

```
./a.out -1 1 2 ravnom myfunc
./a.out -1 1 3 ravnom myfunc
```

.....

```
./a.out -1 1 30 ravnom myfunc
```

И построить график из файла 'file_of_h.txt'



Видим, что при росте n число h уменьшается.

б) Чебышевские узлы

Запускаем `make clean, make, ./a.out -1 1 7 chebushov myfunc`

Получаем вывод

Hello!

`a=-1.000000 b=1.000000 n=7 is_ravnom=-15 myfunc`

`chebushov uzl`

`flag=0`

`h=-1.416061e-01`

`tmp_str=7`

`output_name=output_7chebushovmyfunc.txt`

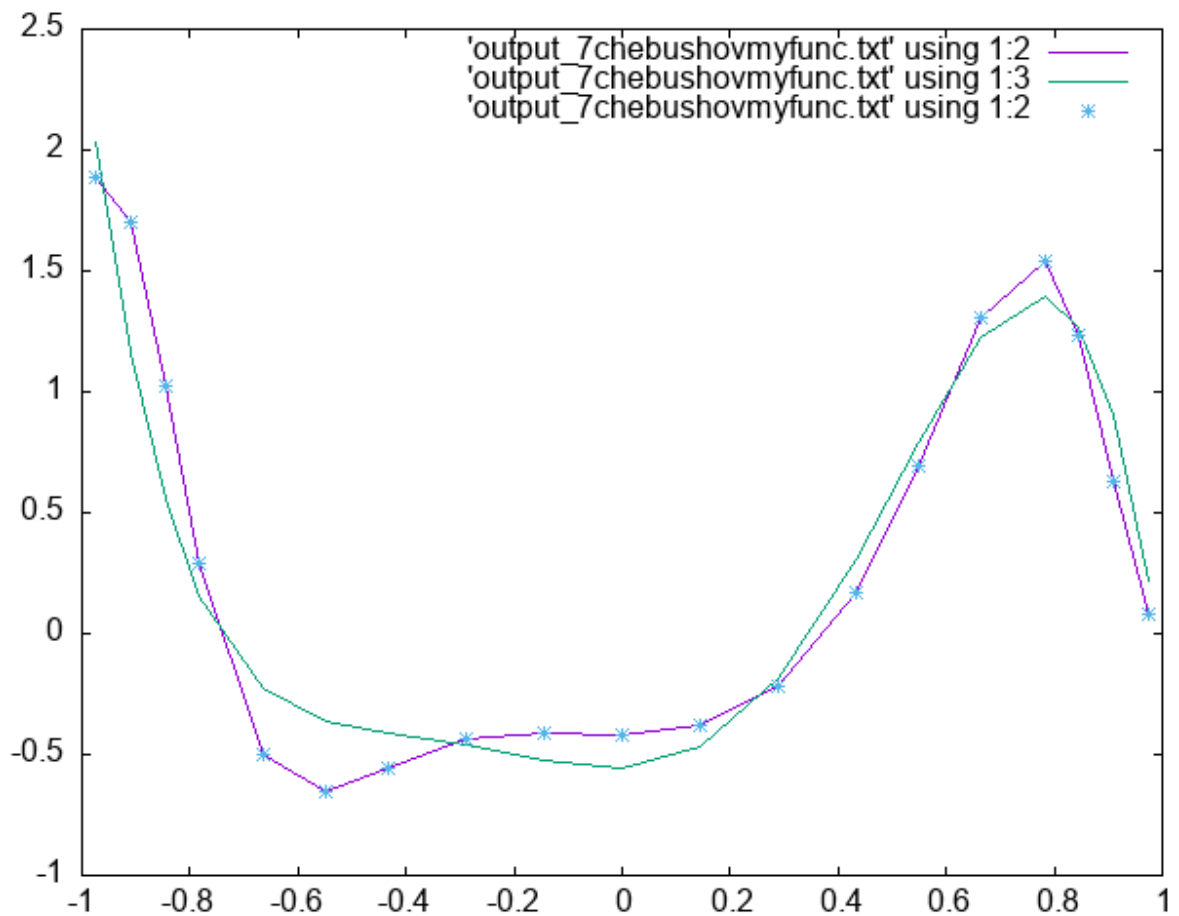
```
0.974928 0.076922 0.218529 -1.416068e-01
0.910562 0.626489 0.903858 -2.773695e-01
0.846197 1.231219 1.269431 -3.821209e-02
0.781831 1.536355 1.394748 1.416075e-01
0.665849 1.309197 1.223175 8.602188e-02
0.549866 0.693672 0.792007 -9.833442e-02
0.433884 0.167458 0.309063 -1.416051e-01
0.289256 -0.219670 -0.183605 -3.606495e-02
0.144628 -0.381428 -0.468429 8.700016e-02
0.000000 -0.416147 -0.557753 1.416063e-01
-0.144628 -0.408936 -0.526290 1.173548e-01
-0.289256 -0.439199 -0.461368 2.216910e-02
-0.433884 -0.554789 -0.413183 -1.416066e-01
```

```

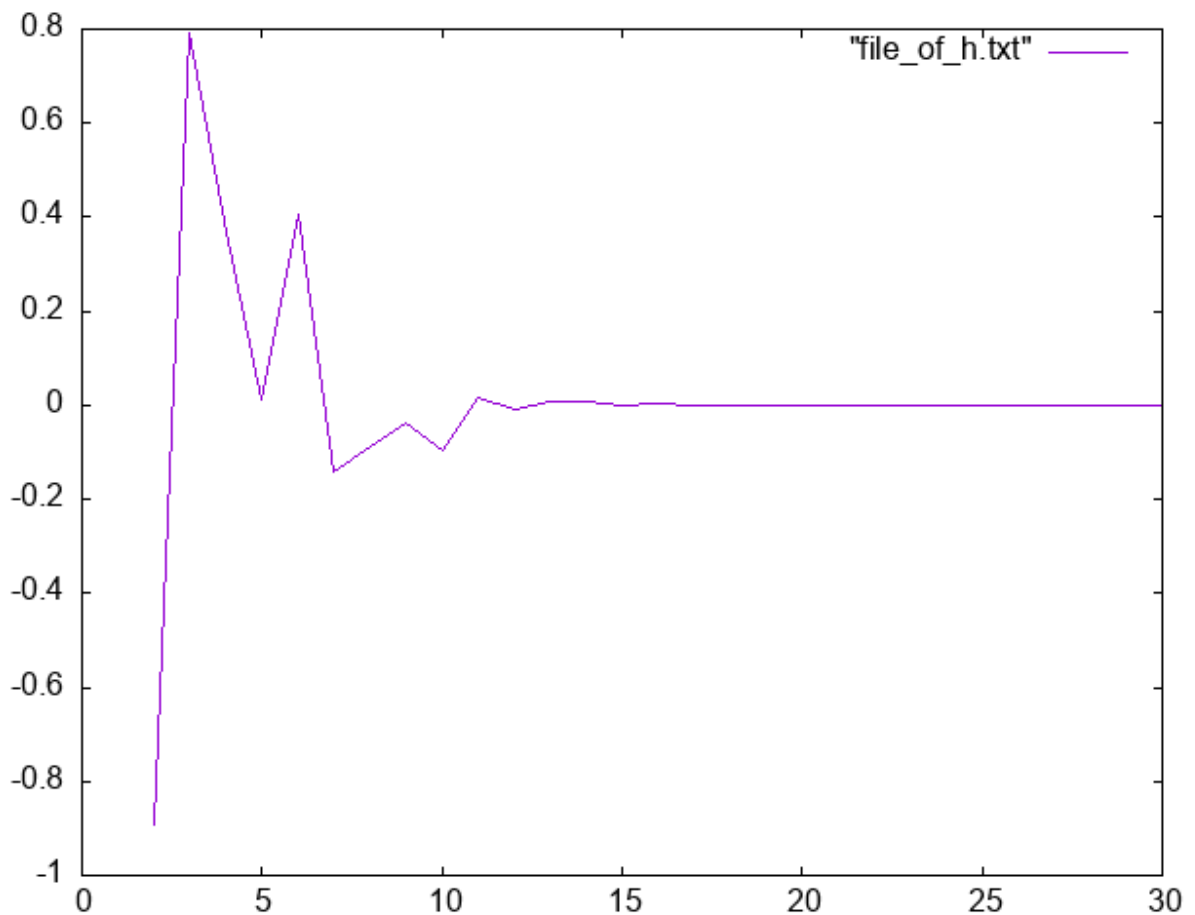
-0.549866 -0.649882 -0.366044 -2.838378e-01
-0.665849 -0.501239 -0.228571 -2.726679e-01
-0.781831 0.293961 0.152360 1.416008e-01
-0.846197 1.027958 0.553827 4.741309e-01
-0.910562 1.702677 1.158187 5.444897e-01
-0.974928 1.889828 2.031434 -1.416059e-01
Goodbuy!

```

Посмотрим на графики исходной функции и полученного многочлена



Посмотрим график зависимости h от n



Функция Рунге

а)Равномерные узлы

Запускаем make clean, make, ./a.out -1 1 7 ravnom runge

Hello!

a=-1.000000 b=1.000000 n=7 is_ravnom=0 runge

ravnom uzl

-1.000000 -0.666667 -0.333333 0.000000 0.333333 0.666667 1.000000

0.038462 0.082569 0.264706 1.000000 0.264706 0.082569 0.038462

flag=0

h=-2.026992e-01

tmp_str=7

output_name=output_7ravnomrunge.txt

-1.000000 0.038462 0.241161 **-2.026996e-01**

-0.888889 0.048186 -0.092266 1.404520e-01

-0.777778 0.062021 -0.187872 2.498938e-01

-0.666667 0.082569 -0.120130 **2.026986e-01**

-0.555556 0.114731 0.046418 6.831290e-02

-0.444444 0.168399 0.257157 -8.875820e-02

-0.333333 0.264706 0.467405 **-2.026987e-01**

-0.222222 0.447514 0.642405 -1.948917e-01

-0.111111 0.764151 0.757336 6.815159e-03

0.000000 1.000000 0.797301 **2.026992e-01**

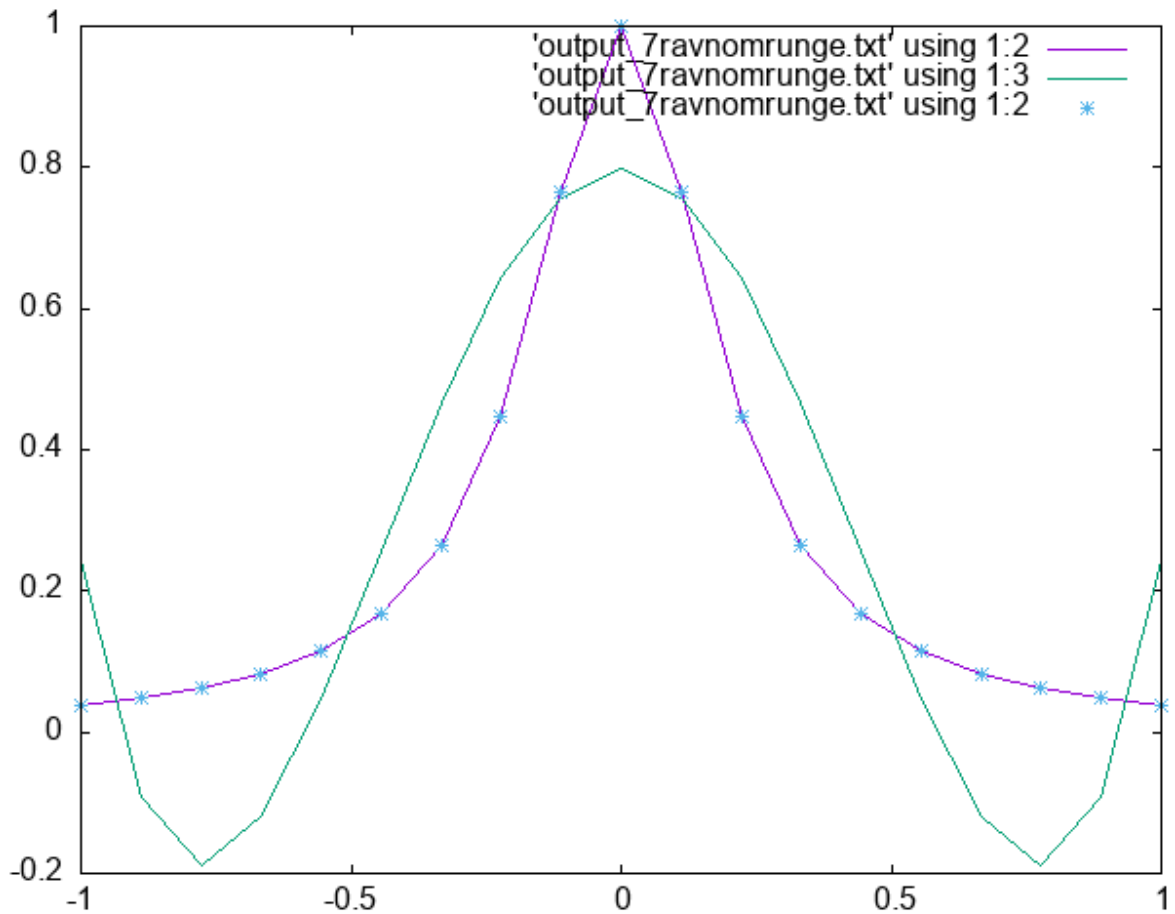
0.111111 0.764151 0.757336 6.815159e-03

```

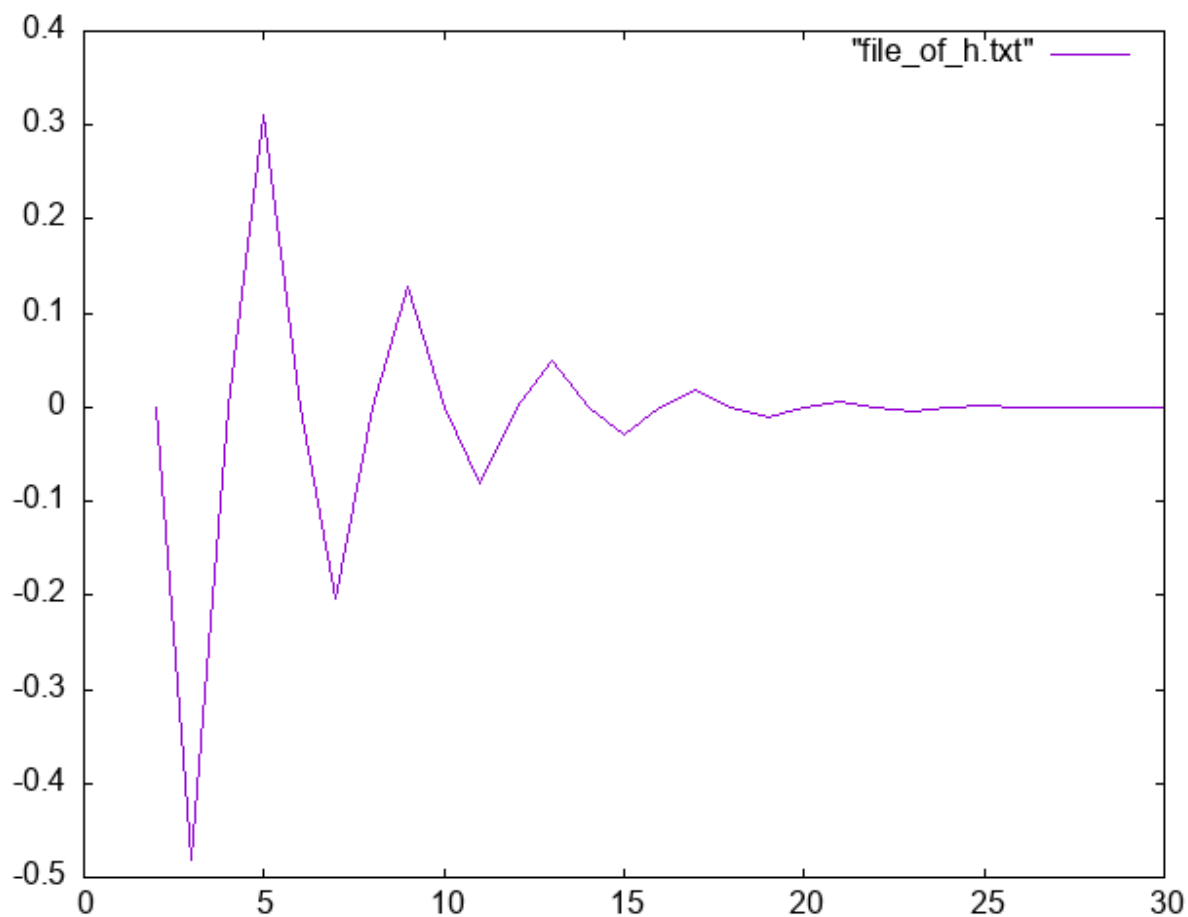
0.222222 0.447514 0.642405 -1.948917e-01
0.333333 0.264706 0.467405 -2.026987e-01
0.444444 0.168399 0.257157 -8.875820e-02
0.555556 0.114731 0.046418 6.831290e-02
0.666667 0.082569 -0.120130 2.026986e-01
0.777778 0.062021 -0.187872 2.498938e-01
0.888889 0.048186 -0.092266 1.404520e-01
1.000000 0.038462 0.241161 -2.026996e-01
Goodbuy!

```

Посмотрим на графики исходной функции и полученного многочлена



Посмотрим график зависимости h от n



б)Чебышевские узлы

Запускаем make clean, make, ./a.out -1 1 7 chebushov runge

Получаем вывод

Hello!

a=-1.000000 b=1.000000 n=7 is_ravnom=-15 runge

chebushov uzl

flag=0

h=-1.652970e-01

tmp_str=7

output_name=output_7chebushovrunge.txt

0.974928 0.040384 0.205681 **-1.652967e-01**

0.910562 0.046023 0.026835 1.918831e-02

0.846197 0.052907 -0.071525 1.244317e-01

0.781831 0.061419 -0.103878 **1.652974e-01**

0.665849 0.082755 -0.037791 1.205458e-01

0.549866 0.116838 0.129889 -1.305079e-02

0.433884 0.175242 0.340540 **-1.652977e-01**

0.289256 0.323444 0.592537 -2.690932e-01

0.144628 0.656628 0.770781 -1.141525e-01

0.000000 1.000000 0.834703 **1.652970e-01**

-0.144628 0.656628 0.770781 -1.141525e-01

-0.289256 0.323444 0.592537 -2.690932e-01

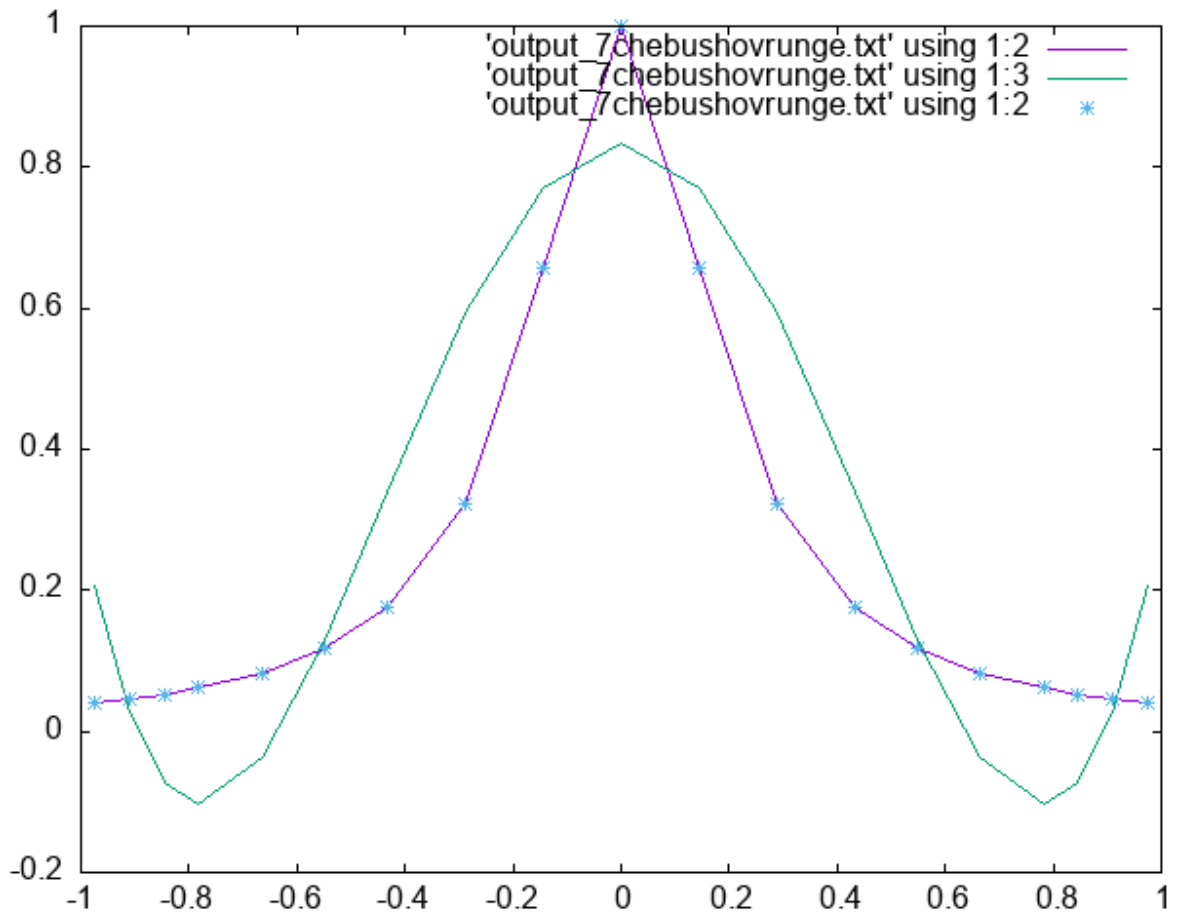
-0.433884 0.175242 0.340540 **-1.652977e-01**

```

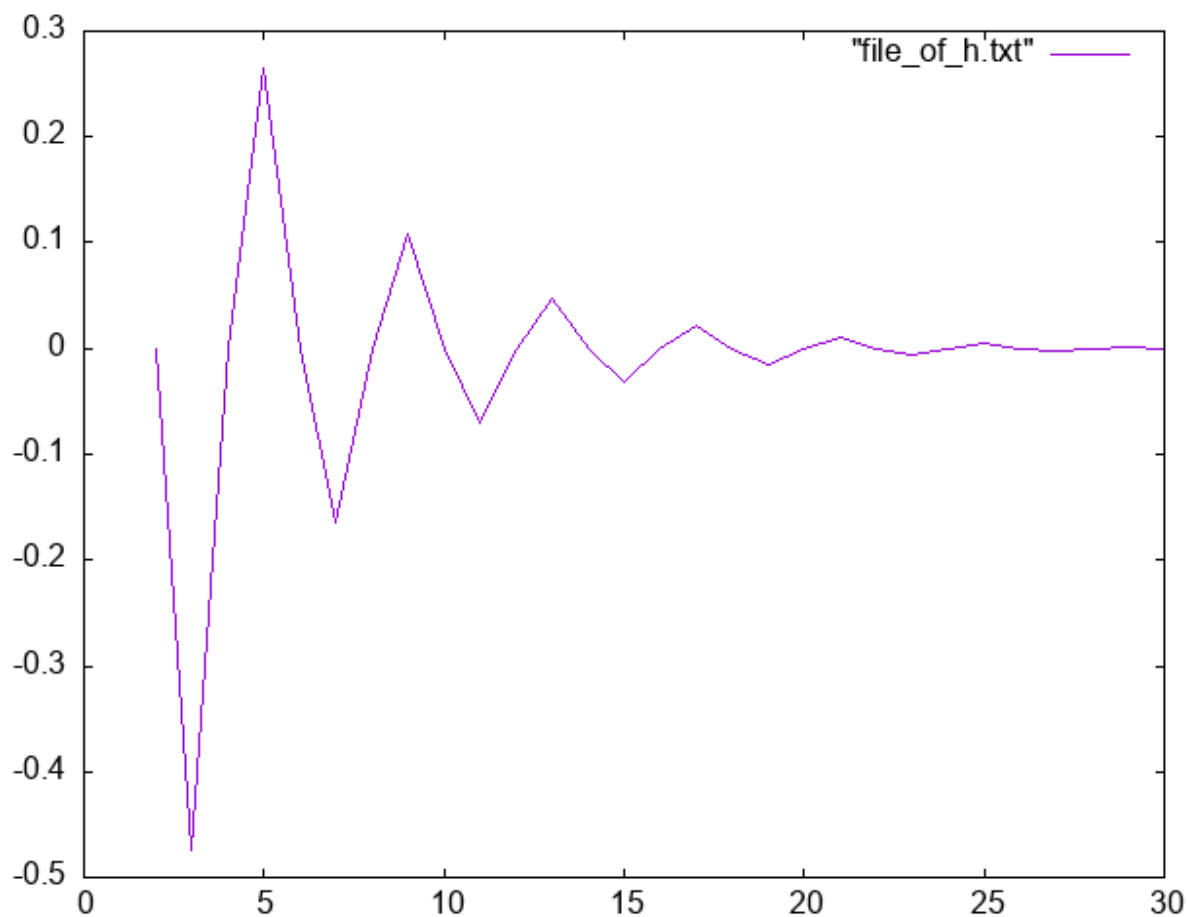
-0.549866  0.116838  0.129889 -1.305079e-02
-0.665849  0.082755 -0.037791  1.205458e-01
-0.781831  0.061419 -0.103878  1.652974e-01
-0.846197  0.052907 -0.071525  1.244317e-01
-0.910562  0.046023  0.026835  1.918831e-02
-0.974928  0.040384  0.205681  -1.652967e-01
Goodbuy!

```

Посмотрим на графики исходной функции и полученного многочлена



Посмотрим график зависимости h от n



Функция модуль

а)Равномерные узлы

Запускаем `make clean, make, ./a.out -1 1 7 ravnom modul`

Hello!

`a=-1.000000 b=1.000000 n=7 is_ravnom=0 modul`

`ravnom uzl`

`-1.000000 -0.666667 -0.333333 0.000000 0.333333 0.666667 1.000000`

`1.000000 0.666667 0.333333 -0.000000 0.333333 0.666667 1.000000`

`flag=0`

`h=6.250005e-02`

`tmp_str=7`

`output_name=output_7ravnommodul.txt`

`-1.000000 1.000000 0.937500 6.250005e-02`

`-0.888889 0.888889 0.940415 -5.152599e-02`

`-0.777778 0.777778 0.860682 -8.290459e-02`

`-0.666667 0.666667 0.729167 -6.249994e-02`

`-0.555556 0.555556 0.572617 -1.706100e-02`

`-0.444444 0.444444 0.413666 3.077848e-02`

`-0.333333 0.333333 0.270833 6.249999e-02`

`-0.222222 0.222222 0.158522 6.370025e-02`

`-0.111111 0.111111 0.087020 2.409118e-02`

`0.000000 -0.000000 0.062500 -6.250005e-02`

`0.111111 0.111111 0.087020 2.409118e-02`

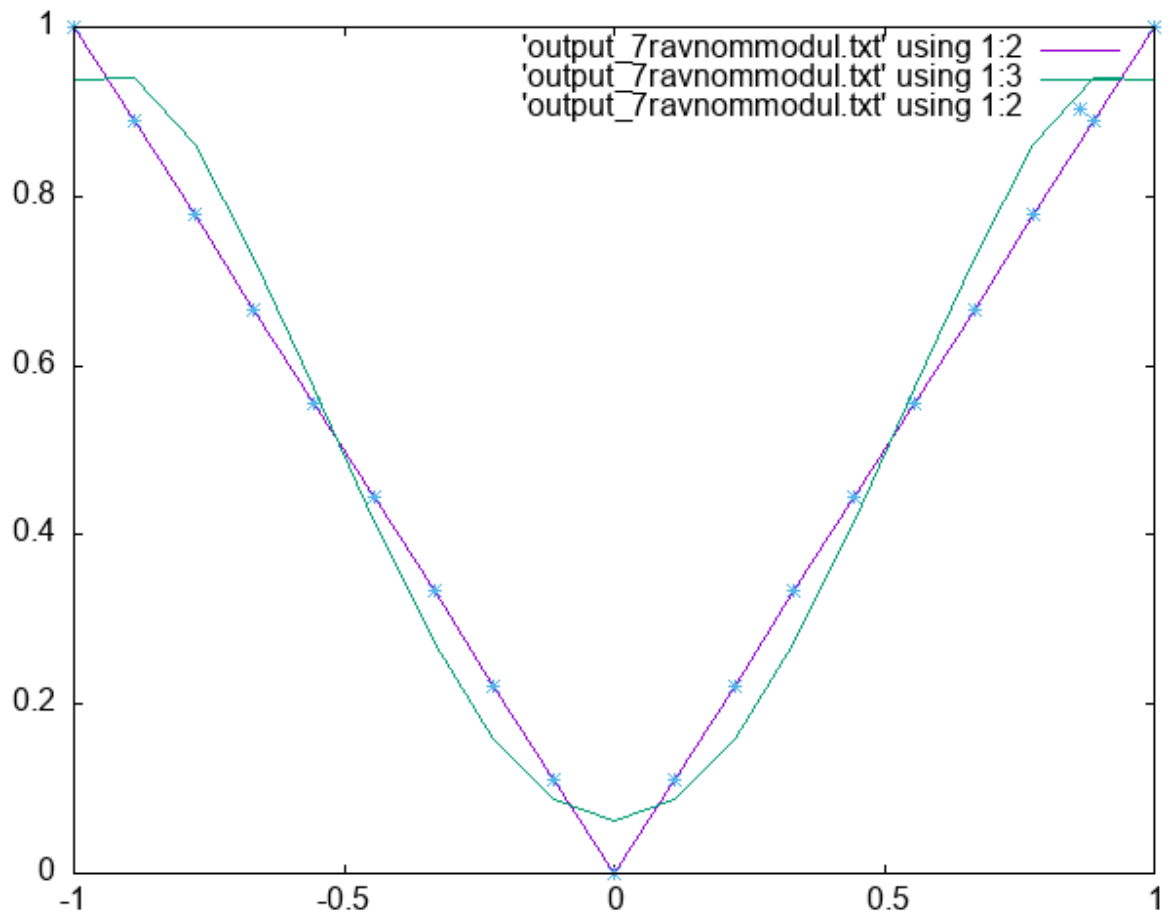
`0.222222 0.222222 0.158522 6.370025e-02`

`0.333333 0.333333 0.270833 6.249999e-02`

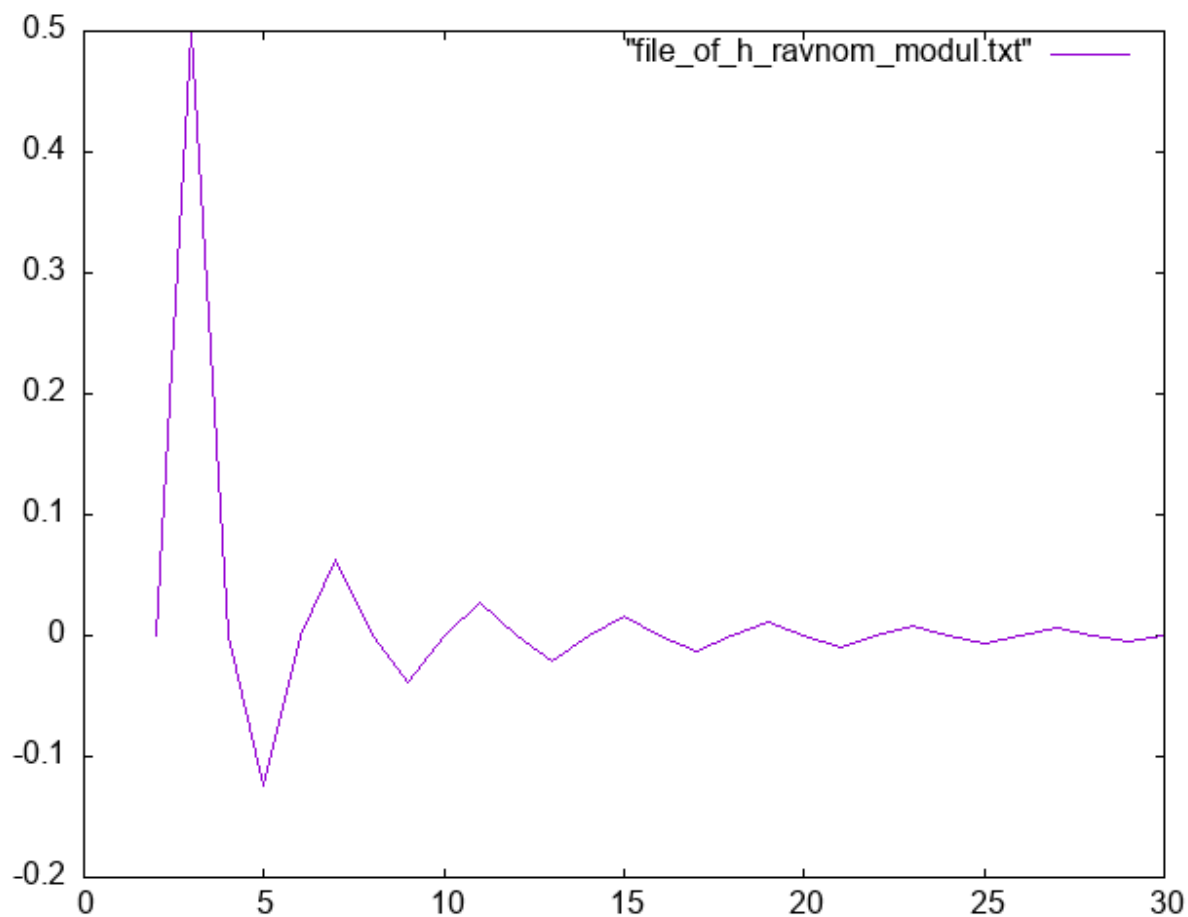
0.444444	0.444444	0.413666	3.077848e-02
0.555556	0.555556	0.572617	-1.706100e-02
0.666667	0.666667	0.729167	-6.249994e-02
0.777778	0.777778	0.860682	-8.290459e-02
0.888889	0.888889	0.940415	-5.152599e-02
1.000000	1.000000	0.937500	6.250005e-02

Goodbuy!

Посмотрим на графики исходной функции и полученного многочлена



Посмотрим график зависимости h от n



б)Чебышевские узлы

Запускаем make clean, make, ./a.out -1 1 7 chebushov modul

Получаем вывод

Hello!

a=-1.000000 b=1.000000 n=7 is_ravnom=-15 modul

chebushov uzl

flag=0

h=5.358020e-02

tmp_str=7

output_name=output_7chebushovmodul.txt

0.974928 0.974928 0.921348 **5.358020e-02**

0.910562 0.910562 0.919136 -8.573788e-03

0.846197 0.846197 0.888468 -4.227175e-02

0.781831 0.781831 0.835411 **-5.358020e-02**

0.665849 0.665849 0.700986 -3.513718e-02

0.549866 0.549866 0.541096 8.770416e-03

0.433884 0.433884 0.380304 **5.358020e-02**

0.289256 0.289256 0.208234 8.102205e-02

0.144628 0.144628 0.093660 5.096788e-02

0.000000 -0.000000 0.053580 **-5.358020e-02**

-0.144628 0.144628 0.093660 5.096788e-02

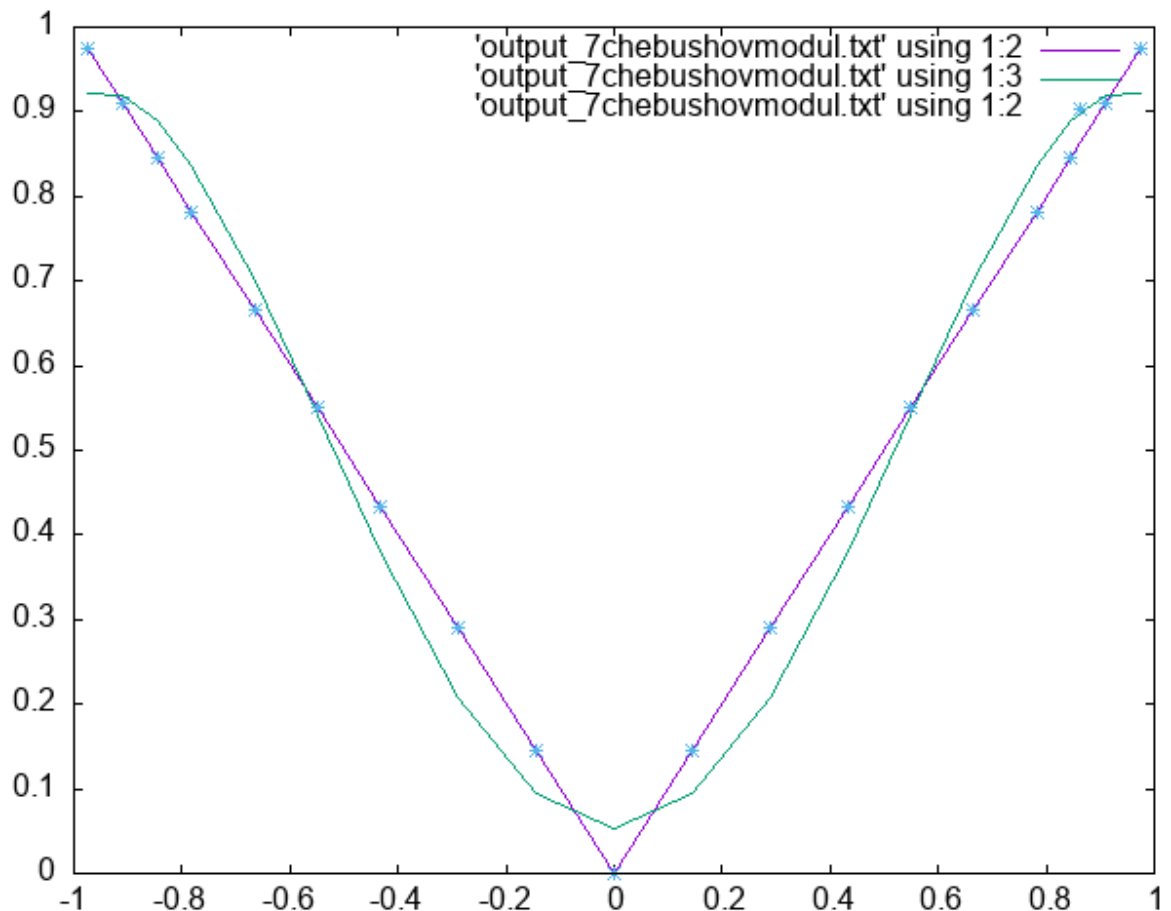
-0.289256 0.289256 0.208234 8.102205e-02

-0.433884 0.433884 0.380304 **5.358020e-02**

-0.549866	0.549866	0.541096	8.770416e-03
-0.665849	0.665849	0.700986	-3.513718e-02
-0.781831	0.781831	0.835411	-5.358020e-02
-0.846197	0.846197	0.888468	-4.227175e-02
-0.910562	0.910562	0.919136	-8.573788e-03
-0.974928	0.974928	0.921348	5.358020e-02

Goodbuy!

Посмотрим на графики исходной функции и полученного многочлена



Посмотрим график зависимости h от n

