**Токаева Александра, 409 группа**

**Отчет по практикуму на ЭВМ**

**Задание 3 (по x: 1010, по y: 0010)**:

загадана некоторая функция f=f (x, y) с условиями

; ; ; ;

дан квадрат [, ] [, ],

на этом квадрате дана (+1) \* (+1) точка

, i = 0 … , j = 0 …

даны значения загаданной функции в этих точках.

Мы хотим приблизить нашу функцию так:

.

То есть =

Где - собственная функция задачи по оси x

- собственная функция задачи по оси y

;

;

Тогда матрица имеет размерность (+1) \* (+1), а матрица имеет размерность (-1) \* (-1); Для чисто технического удобства мы хотим равенства размерностей матриц f и c, поэтому мы введем фиктивные нулевые значения

.

Отметим, что по оси x и по оси y скалярные произведения, вообще говоря, разные (но нам повезло, что они одинаковые по форме):

;

Теперь нам надо найти коэффициенты ;

Это можно сделать за , а можно за ;

Сделаем за

Для этого заметим, что благодаря ортогональности собственных функций (по каждому направлению отдельно) :

Поэтому

То есть мы нашли нужный коэффициент

Еще нам требуется найти, какой степени h= пропорционален err=максимум по всем узлам (а мы между каждыми двумя исходными узлами поместим еще по 2 дополнительных узла) модулей разностей между и нашим тригонометрическим многочленом;

Пусть мы из каких-то соображений надеемся, что этот максимум пропорционален h в какой-то степени p; чтобы приблизительно оценить значение p (то есть понять, p примерно равно 1, 3/2, 5, 10 и тд), мы посчитаем err для N=2,2,4…30 и построим график зависимости log(1/err) от log(). Если наша гипотеза про то что err=C\*h^p верна, то на графике мы увидим прямую, и тангенс угла наклона этой прямой и будет искомым значением p, потому что =>

=>

=>

Но будет очень близок к (-infinity) при растущих , поэтому график зависимости от мы строить не будем, а построим график зависимости log(1/err) от log().

Для начала проверим, что наша программа вообще правильно работает. Для этого введем в качестве функции

f=sin(pi\*2.5\*x)\* sin(pi\*2\*y);

тогда очевидно, что все коэффициенты, кроме , будут равны нулю.

Проверяем это для , :

(base) MacBook-Pro-Aleksandra:task3\_0101\_0010 aleksandra$ ./a.out 0 1 4 0 1 6 ravnom myfunc2

Hello!

a\_x=0.000000 b\_x=1.000000 N\_x=4 a\_y=0.000000 b\_y=1.000000 N\_y=6 is\_ravnom=0 myfunc2

ravnom uzl

Matrix c:

0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000

0.000000 -0.000000 -0.000000 0.000000 0.000000

0.000000 -0.000000 0.000000 1.000000 0.000000

0.000000 -0.000000 0.000000 -0.000000 0.000000

0.000000 0.000000 -0.000000 0.000000 0.000000

0.000000 -0.000000 -0.000000 -0.000000 0.000000

0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000

tmp\_str=46

output\_name=output\_46ravnommyfunc2.txt

-0.090909:0.000000 -0.000000 0.000000 -0.000000e+00

-0.090909:0.095238 -0.367729 -0.367729 1.429026e-08

-0.090909:0.190476 -0.539129 -0.539129 1.324371e-08

-0.090909:0.285714 -0.422690 -0.422690 -1.179404e-08

-0.090909:0.380952 -0.080578 -0.080578 -5.931423e-08

-0.090909:0.476190 0.304554 0.304554 -1.189324e-07

-0.090909:0.571429 0.527086 0.527086 -1.765977e-07

-0.090909:0.666667 0.468209 0.468209 -2.209510e-07

-0.090909:0.761905 0.159357 0.159357 -2.476093e-07

-0.090909:0.857143 -0.234575 -0.234575 -2.593972e-07

-0.090909:0.952381 -0.503268 -0.503268 -2.627797e-07

-0.090909:1.047619 -0.503268 -0.503268 -2.627797e-07

-0.090909:1.142857 -0.234575 -0.234575 -2.593972e-07

-0.030303:0.000000 -0.000000 0.000000 -0.000000e+00

-0.030303:0.095238 -0.128724 -0.128724 -1.010018e-08

-0.030303:0.190476 -0.188722 -0.188722 -1.899227e-08

-0.030303:0.285714 -0.147963 -0.147963 -2.640337e-08

-0.030303:0.380952 -0.028206 -0.028206 -3.334920e-08

-0.030303:0.476190 0.106609 0.106609 -4.165148e-08

-0.030303:0.571429 0.184506 0.184506 -5.284179e-08

-0.030303:0.666667 0.163896 0.163896 -6.703988e-08

-0.030303:0.761905 0.055783 0.055783 -8.244593e-08

-0.030303:0.857143 -0.082113 -0.082113 -9.578868e-08

-0.030303:0.952381 -0.176169 -0.176169 -1.035776e-07

-0.030303:1.047619 -0.176169 -0.176169 -1.035776e-07

-0.030303:1.142857 -0.082113 -0.082113 -9.578868e-08

0.030303:0.000000 0.000000 0.000000 0.000000e+00

0.030303:0.095238 0.128724 0.128724 1.010018e-08

0.030303:0.190476 0.188722 0.188722 1.899227e-08

0.030303:0.285714 0.147963 0.147963 2.640337e-08

0.030303:0.380952 0.028206 0.028206 3.334920e-08

0.030303:0.476190 -0.106609 -0.106609 4.165148e-08

0.030303:0.571429 -0.184506 -0.184506 5.284179e-08

0.030303:0.666667 -0.163896 -0.163896 6.703988e-08

0.030303:0.761905 -0.055783 -0.055783 8.244593e-08

0.030303:0.857143 0.082113 0.082113 9.578868e-08

0.030303:0.952381 0.176169 0.176169 1.035776e-07

0.030303:1.047619 0.176169 0.176169 1.035776e-07

0.030303:1.142857 0.082113 0.082113 9.578868e-08

0.090909:0.000000 0.000000 0.000000 0.000000e+00

0.090909:0.095238 0.367729 0.367729 -1.429026e-08

0.090909:0.190476 0.539129 0.539129 -1.324371e-08

0.090909:0.285714 0.422690 0.422690 1.179404e-08

0.090909:0.380952 0.080578 0.080578 5.931423e-08

0.090909:0.476190 -0.304554 -0.304554 1.189324e-07

0.090909:0.571429 -0.527086 -0.527086 1.765977e-07

0.090909:0.666667 -0.468209 -0.468209 2.209510e-07

0.090909:0.761905 -0.159357 -0.159357 2.476093e-07

0.090909:0.857143 0.234575 0.234575 2.593972e-07

0.090909:0.952381 0.503268 0.503268 2.627797e-07

0.090909:1.047619 0.503268 0.503268 2.627797e-07

0.090909:1.142857 0.234575 0.234575 2.593972e-07

0.151515:0.000000 0.000000 0.000000 0.000000e+00

0.151515:0.095238 0.554052 0.554052 -1.251714e-07

0.151515:0.190476 0.812298 0.812298 -1.826713e-07

0.151515:0.285714 0.636861 0.636861 -1.369512e-07

0.151515:0.380952 0.121406 0.121406 -4.441651e-10

0.151515:0.476190 -0.458867 -0.458867 1.745969e-07

0.151515:0.571429 -0.794153 -0.794153 3.235359e-07

0.151515:0.666667 -0.705443 -0.705444 4.014277e-07

0.151515:0.761905 -0.240100 -0.240101 4.030129e-07

0.151515:0.857143 0.353431 0.353431 3.606891e-07

0.151515:0.952381 0.758267 0.758267 3.224452e-07

0.151515:1.047619 0.758267 0.758267 3.224452e-07

0.151515:1.142857 0.353431 0.353431 3.606891e-07

0.212121:0.000000 0.000000 0.000000 0.000000e+00

0.212121:0.095238 0.661000 0.661000 -2.656641e-07

0.212121:0.190476 0.969094 0.969095 -4.021500e-07

0.212121:0.285714 0.759793 0.759793 -3.422045e-07

0.212121:0.380952 0.144841 0.144841 -1.108590e-07

0.212121:0.476190 -0.547441 -0.547441 1.907877e-07

0.212121:0.571429 -0.947446 -0.947447 4.390444e-07

0.212121:0.666667 -0.841614 -0.841614 5.498231e-07

0.212121:0.761905 -0.286446 -0.286447 5.170298e-07

0.212121:0.857143 0.421653 0.421653 4.078728e-07

0.212121:0.952381 0.904634 0.904634 3.191101e-07

0.212121:1.047619 0.904634 0.904634 3.191101e-07

0.212121:1.142857 0.421653 0.421653 4.078728e-07

0.272727:0.000000 0.000000 0.000000 0.000000e+00

0.272727:0.095238 0.673250 0.673250 -3.202586e-07

0.272727:0.190476 0.987054 0.987054 -4.912660e-07

0.272727:0.285714 0.773874 0.773874 -4.347156e-07

0.272727:0.380952 0.147525 0.147525 -1.781430e-07

0.272727:0.476190 -0.557586 -0.557586 1.633895e-07

0.272727:0.571429 -0.965005 -0.965005 4.482342e-07

0.272727:0.666667 -0.857211 -0.857211 5.792011e-07

0.272727:0.761905 -0.291755 -0.291756 5.476009e-07

0.272727:0.857143 0.429467 0.429467 4.282620e-07

0.272727:0.952381 0.921399 0.921398 3.300308e-07

0.272727:1.047619 0.921399 0.921398 3.300308e-07

0.272727:1.142857 0.429467 0.429467 4.282620e-07

0.333333:0.000000 0.000000 0.000000 0.000000e+00

0.333333:0.095238 0.589047 0.589047 -2.147076e-07

0.333333:0.190476 0.863604 0.863604 -3.305578e-07

0.333333:0.285714 0.677086 0.677086 -2.941788e-07

0.333333:0.380952 0.129074 0.129075 -1.204234e-07

0.333333:0.476190 -0.487849 -0.487850 1.185482e-07

0.333333:0.571429 -0.844312 -0.844313 3.313340e-07

0.333333:0.666667 -0.750000 -0.750000 4.521920e-07

0.333333:0.761905 -0.255265 -0.255266 4.695034e-07

0.333333:0.857143 0.375754 0.375754 4.238528e-07

0.333333:0.952381 0.806160 0.806160 3.783053e-07

0.333333:1.047619 0.806160 0.806160 3.783053e-07

0.333333:1.142857 0.375754 0.375754 4.238528e-07

0.393939:0.000000 0.000000 0.000000 0.000000e+00

0.393939:0.095238 0.420455 0.420455 1.043668e-08

0.393939:0.190476 0.616430 0.616430 2.269038e-08

0.393939:0.285714 0.483296 0.483296 3.989649e-08

0.393939:0.380952 0.092132 0.092132 6.658622e-08

0.393939:0.476190 -0.348221 -0.348221 1.070529e-07

0.393939:0.571429 -0.602660 -0.602661 1.626456e-07

0.393939:0.666667 -0.535341 -0.535342 2.294440e-07

0.393939:0.761905 -0.182206 -0.182206 2.978088e-07

0.393939:0.857143 0.268209 0.268209 3.544928e-07

0.393939:0.952381 0.575428 0.575428 3.867408e-07

0.393939:1.047619 0.575428 0.575428 3.867408e-07

0.393939:1.142857 0.268209 0.268209 3.544928e-07

0.454545:0.000000 0.000000 0.000000 0.000000e+00

0.454545:0.095238 0.191627 0.191627 2.193676e-07

0.454545:0.190476 0.280945 0.280944 3.606126e-07

0.454545:0.285714 0.220267 0.220267 3.825748e-07

0.454545:0.380952 0.041990 0.041990 2.991586e-07

0.454545:0.476190 -0.158706 -0.158706 1.696117e-07

0.454545:0.571429 -0.274669 -0.274669 6.656494e-08

0.454545:0.666667 -0.243988 -0.243988 3.890184e-08

0.454545:0.761905 -0.083042 -0.083042 8.890532e-08

0.454545:0.857143 0.122239 0.122239 1.751935e-07

0.454545:0.952381 0.262257 0.262257 2.390172e-07

0.454545:1.047619 0.262257 0.262257 2.390172e-07

0.454545:1.142857 0.122239 0.122239 1.751935e-07

0.515152:0.000000 -0.000000 0.000000 -0.000000e+00

0.515152:0.095238 -0.064655 -0.064655 2.826088e-07

0.515152:0.190476 -0.094790 -0.094791 4.784213e-07

0.515152:0.285714 -0.074318 -0.074318 5.360344e-07

0.515152:0.380952 -0.014167 -0.014168 4.580647e-07

0.515152:0.476190 0.053547 0.053547 2.947709e-07

0.515152:0.571429 0.092673 0.092673 1.170283e-07

0.515152:0.666667 0.082321 0.082321 -1.691227e-08

0.515152:0.761905 0.028018 0.028018 -8.407535e-08

0.515152:0.857143 -0.041243 -0.041243 -9.842762e-08

0.515152:0.952381 -0.088485 -0.088485 -9.279302e-08

0.515152:1.047619 -0.088485 -0.088485 -9.279302e-08

0.515152:1.142857 -0.041243 -0.041243 -9.842762e-08

0.575758:0.000000 -0.000000 0.000000 -0.000000e+00

0.575758:0.095238 -0.311673 -0.311673 1.788328e-07

0.575758:0.190476 -0.456945 -0.456946 3.323502e-07

0.575758:0.285714 -0.358256 -0.358256 4.352035e-07

0.575758:0.380952 -0.068295 -0.068296 4.646709e-07

0.575758:0.476190 0.258128 0.258128 4.067373e-07

0.575758:0.571429 0.446738 0.446738 2.635383e-07

0.575758:0.666667 0.396836 0.396836 5.819569e-08

0.575758:0.761905 0.135065 0.135065 -1.667270e-07

0.575758:0.857143 -0.198817 -0.198817 -3.584694e-07

0.575758:0.952381 -0.426551 -0.426551 -4.687567e-07

0.575758:1.047619 -0.426551 -0.426551 -4.687567e-07

0.575758:1.142857 -0.198817 -0.198817 -3.584694e-07

0.636364:0.000000 -0.000000 0.000000 -0.000000e+00

0.636364:0.095238 -0.514040 -0.514040 1.191940e-08

0.636364:0.190476 -0.753636 -0.753636 7.158115e-08

0.636364:0.285714 -0.590869 -0.590869 1.899080e-07

0.636364:0.380952 -0.112639 -0.112639 3.260993e-07

0.636364:0.476190 0.425729 0.425728 4.044097e-07

0.636364:0.571429 0.736801 0.736801 3.546575e-07

0.636364:0.666667 0.654498 0.654498 1.548324e-07

0.636364:0.761905 0.222761 0.222761 -1.479515e-07

0.636364:0.857143 -0.327907 -0.327907 -4.511573e-07

0.636364:0.952381 -0.703507 -0.703507 -6.401276e-07

0.636364:1.047619 -0.703507 -0.703507 -6.401276e-07

0.636364:1.142857 -0.327907 -0.327907 -4.511573e-07

0.696970:0.000000 -0.000000 0.000000 -0.000000e+00

0.696970:0.095238 -0.642764 -0.642764 -7.313820e-08

0.696970:0.190476 -0.942358 -0.942358 -8.392213e-08

0.696970:0.285714 -0.738831 -0.738831 -8.529515e-09

0.696970:0.380952 -0.140845 -0.140845 1.214222e-07

0.696970:0.476190 0.532338 0.532338 2.334623e-07

0.696970:0.571429 0.921308 0.921307 2.530280e-07

0.696970:0.666667 0.818395 0.818395 1.457033e-07

0.696970:0.761905 0.278544 0.278544 -6.008552e-08

0.696970:0.857143 -0.410020 -0.410020 -2.828805e-07

0.696970:0.952381 -0.879676 -0.879676 -4.263270e-07

0.696970:1.047619 -0.879676 -0.879676 -4.263270e-07

0.696970:1.142857 -0.410020 -0.410020 -2.828805e-07

0.757576:0.000000 -0.000000 0.000000 -0.000000e+00

0.757576:0.095238 -0.679402 -0.679402 -7.950760e-09

0.757576:0.190476 -0.996074 -0.996074 -2.059788e-08

0.757576:0.285714 -0.780946 -0.780946 -3.807345e-08

0.757576:0.380952 -0.148873 -0.148873 -5.423164e-08

0.757576:0.476190 0.562682 0.562682 -5.903225e-08

0.757576:0.571429 0.973824 0.973824 -4.393278e-08

0.757576:0.666667 0.865044 0.865044 -7.409248e-09

0.757576:0.761905 0.294421 0.294421 4.252663e-08

0.757576:0.857143 -0.433392 -0.433392 9.049111e-08

0.757576:0.952381 -0.929819 -0.929820 1.198326e-07

0.757576:1.047619 -0.929819 -0.929820 1.198326e-07

0.757576:1.142857 -0.433392 -0.433392 9.049111e-08

0.818182:0.000000 -0.000000 0.000000 -0.000000e+00

0.818182:0.095238 -0.618707 -0.618707 1.444295e-07

0.818182:0.190476 -0.907088 -0.907089 1.814835e-07

0.818182:0.285714 -0.711179 -0.711179 6.857163e-08

0.818182:0.380952 -0.135574 -0.135573 -1.434239e-07

0.818182:0.476190 0.512414 0.512414 -3.340861e-07

0.818182:0.571429 0.886826 0.886826 -3.779152e-07

0.818182:0.666667 0.787764 0.787765 -2.148799e-07

0.818182:0.761905 0.268119 0.268119 1.112750e-07

0.818182:0.857143 -0.394675 -0.394675 4.686346e-07

0.818182:0.952381 -0.846753 -0.846753 6.998180e-07

0.818182:1.047619 -0.846753 -0.846753 6.998180e-07

0.818182:1.142857 -0.394675 -0.394675 4.686346e-07

0.878788:0.000000 -0.000000 0.000000 -0.000000e+00

0.878788:0.095238 -0.469373 -0.469373 2.430162e-07

0.878788:0.190476 -0.688149 -0.688150 3.220085e-07

0.878788:0.285714 -0.539525 -0.539526 1.693314e-07

0.878788:0.380952 -0.102851 -0.102851 -1.431502e-07

0.878788:0.476190 0.388735 0.388736 -4.386347e-07

0.878788:0.571429 0.672777 0.672778 -5.300006e-07

0.878788:0.666667 0.597626 0.597626 -3.239443e-07

0.878788:0.761905 0.203404 0.203404 1.217629e-07

0.878788:0.857143 -0.299414 -0.299415 6.199111e-07

0.878788:0.952381 -0.642376 -0.642377 9.446281e-07

0.878788:1.047619 -0.642376 -0.642377 9.446281e-07

0.878788:1.142857 -0.299414 -0.299415 6.199111e-07

0.939394:0.000000 -0.000000 0.000000 -0.000000e+00

0.939394:0.095238 -0.252795 -0.252795 1.868531e-07

0.939394:0.190476 -0.370623 -0.370623 2.519937e-07

0.939394:0.285714 -0.290577 -0.290578 1.444809e-07

0.939394:0.380952 -0.055393 -0.055393 -8.404667e-08

0.939394:0.476190 0.209365 0.209365 -3.044536e-07

0.939394:0.571429 0.362344 0.362344 -3.792116e-07

0.939394:0.666667 0.321869 0.321869 -2.386271e-07

0.939394:0.761905 0.109549 0.109549 7.703416e-08

0.939394:0.857143 -0.161258 -0.161259 4.329689e-07

0.939394:0.952381 -0.345971 -0.345971 6.657541e-07

0.939394:1.047619 -0.345971 -0.345971 6.657541e-07

0.939394:1.142857 -0.161258 -0.161259 4.329689e-07

err=9.446281e-07

Goodbuy!

Видим, что действительно коэффициент = 1, а остальные-нулевые;

Теперь для построения графика зависимости log(1/err) от log() запусим программу на функции f=x\*(x-2)\*y\*(y-1) для =2,3,4…25 и запишем результаты в формате , log() , log(1/err) в файл "fout\_for\_find\_p.txt"

А потом построим график plot "fout\_for\_find\_p.txt" using 2:3 with lines

2 1.386294 1.540222

3 2.197225 2.522914

4 2.772589 3.204017

5 3.218876 3.701125

6 3.583519 4.104466

7 3.891820 4.436868

8 4.158883 4.723874

9 4.394449 4.973461

10 4.605170 5.196144

11 4.795791 5.396151

12 4.969813 5.578077

13 5.129899 5.744888

14 5.278115 5.898522

15 5.416100 6.041504

16 5.545177 6.174951

17 5.666427 6.299991

18 5.780744 6.417383

19 5.888878 6.528360

20 5.991465 6.633889

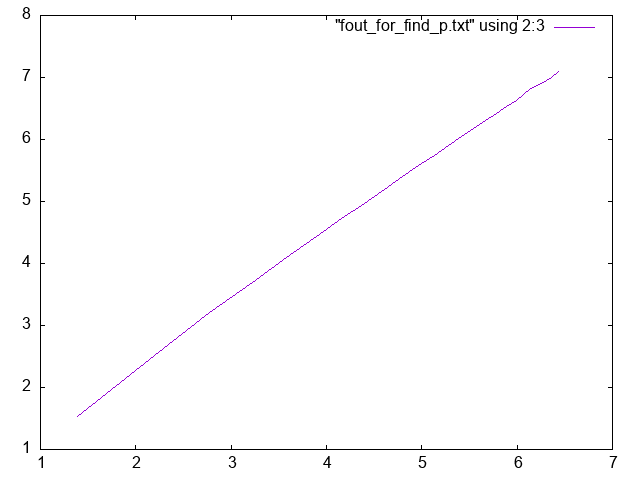
21 6.135565 6.828738

23 6.270988 6.920404

24 6.356108 7.006540

25 6.437752 7.089998

Получим график



Это явно почти прямая, и p=тангенс угла наклона

Посчитаем разность значений для строчек с N=5 и N=20

5 3.218876 3.701125

20 5.991465 6.633889

=>p=(6.633889-3.701125)/( 5.991465-3.218876)= 2.932765/2.772589=1.05777

То есть p примерно равно 1.057

То есть эмпирически получилось, что C\*h^(1.057)