Практикум на ЭВМ

Токаева Александра 409

**Задание 5: 1-мерный итерационный процесс для 0101**

Мы хотим решить уравнение с начальными условиями

;

После дискретизации задачи на смещенной справа сетке с

получаем матрицу A

Такую систему Ay=f мы методом Фурье не решим, потому что мы не знаем собственных функций и собственных значений матрицы A, потому что диагональные добавки зависят от номера строки.

Но если бы вместо на всей диагонали стояло бы одинаковое константное число (которое мы выбираем так, чтобы оно как-то было похоже на поведение , то такую систему Bx=g мы легко решим методом Фурье, поскольку собственные функции матрицы B — такие же, как у просто матрицы оператора Лапласа на нашей сетке, без диагональных добавок, а собственные значения — это собственные значения матрицы оператора Лапласа плюс . По собственным функциям мы правую часть легко раскладываем, а именно где

А поскольку каждая базисная функция в процессе применения к ней матрицы B умножается , то решением системы Bx=f будет вектор

*где*

Внимание! Поскольку дальше мы из вектора x будем делать вектор , который именно вектор значений, а не вектор коэффициентов разложения по базису из синусов, то нужно не забыть из вектора коэффициентов сделать именно вектор значений, применив к функцию trig\_mnog (которая имеет смысл c2f);

Напомним, какие в нашей задаче собственные функции и собственные значения (вывод функций см. В отчете по 1-мерному Фурье):

*n-номер функции, k-координата внутри вектора*

Найдем из условия :

Отсюда

И теперь, умея решать матрицу Bx=g методом Фурье, решение исходной задачи мы будем искать как то, к чему сходится итерационный процесс

Теория обещает, что при правильном выборе сходиться он будет с любого начального приближения, поэтому положим

Тогда для нахождения по достаточно перенести вправо, решить методом Фурье систему BZ=, и потом выразить из условия

Разберемся, какое выбрать .

Мы на семинаре по численным методам выяснили, что оптимальным параметром будет , где m и M — какие-то константы, ограничивающие отношение

На семинаре по ЭВМ мы выяснили, что

А чтобы ограничить такую дробь, достаточно найти минимальное и максимальное собственные значения матрицы

А собственные значения такой матрицы равны ; минимум почти единица при n=N-1, максимум при n=1.

Гоняем итерационный процесс, пока

Проверяем нашу программу:

1) Если , то просто матрицы A и B совпадают, и процесс должен сойтись за 1 шаг. В программе надо поставить p=10, =p и tau=get\_tau() (а не get\_tau(N, mas\_x), которое для случая когда p существенно зависит от x )

(base) MacBook-Pro-Aleksandra:task5\_iter\_process aleksandra$ ./a.out 0 1 10 ravnom myfunc2

Hello!

a=0.000000 b=1.000000 N=10 is\_ravnom=0 myfunc2

ravnom uzl

m=1.000000 M=1.000000 tau=1.000000 tau\_new=0.666667

k=1 err=5.402451e-06

k=2 err=4.303521e-11

END: k=2

Goodbuy!

Ну за 2 шага сошлось, причем на 1 шаге err уже в принципе и так нулем было, так что все хорошо.

2) Меняем на . Тогда , , поэтому должно сойтись примерно за 21 шаг.

(base) MacBook-Pro-Aleksandra:task5\_iter\_process aleksandra$ ./a.out 0 1 1000 ravnom myfunc2

Hello!

a=0.000000 b=1.000000 N=1000 is\_ravnom=0 myfunc2

ravnom uzl

m=1.000001 M=1.669577 tau=0.666667 tau\_new=0.545022

k=1 err=2.078845e-01

k=2 err=6.627017e-02

k=3 err=2.258121e-02

k=4 err=7.975068e-03

k=5 err=2.848546e-03

k=6 err=1.015849e-03

k=7 err=3.598631e-04

k=8 err=1.264669e-04

k=9 err=4.410228e-05

k=10 err=1.527372e-05

k=11 err=5.258208e-06

k=12 err=1.801065e-06

k=13 err=6.142781e-07

k=14 err=2.087570e-07

k=15 err=7.073073e-08

k=16 err=2.390419e-08

k=17 err=8.061651e-09

k=18 err=2.713936e-09

k=19 err=9.120997e-10

k=20 err=3.061868e-10

k=21 err=1.026898e-10

k=22 err=3.450666e-11

END: k=22

Goodbuy!

3) Меняем на p(x) на , , get\_tau() на get\_tau(N,mas\_x), получаем:

(base) MacBook-Pro-Aleksandra:task5\_iter\_process aleksandra$ ./a.out 0 1 1000 ravnom myfunc2

Hello!

a=0.000000 b=1.000000 N=1000 is\_ravnom=0 myfunc2

ravnom uzl

m=1.000000 M=1.168498 tau=0.856980 tau\_new=0.631214

k=1 err=1.203557e-01

k=2 err=2.430637e-02

k=3 err=4.620355e-03

k=4 err=8.225524e-04

k=5 err=1.396809e-04

k=6 err=2.294513e-05

k=7 err=3.678897e-06

k=8 err=5.792526e-07

k=9 err=8.992859e-08

k=10 err=1.380707e-08

k=11 err=2.100690e-09

k=12 err=3.174124e-10

k=13 err=4.766504e-11

END: k=13

Goodbuy!