Проверяем численно:

1) Запускаем ./a.out 100 100 1

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Видим, что все, кроме явной схемы - работает хорошо. Явная и не должна работать, потому что у нас тут tau=h, а она работает (в смысле не разбалтывается) только при tau<=C\*h^2;

2) Запускаем ./a.out 100 100000 1

Надеемся, что явная тоже заработает, потому что tau=10h^2.

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Заработала, но с маленькой точностью. Чтобы точность росла, надо увеличить M.

3) Проверим, что схема порядка O(tau+h^2);

Для этого запустим 100 100 1 (см выше)

Точность у неявного метода err=2.582503e-03

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

И запустим 1000 10000 1

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Увидим, что у него err=2.585766e-05

То есть прям в 100 раз точность увеличилась при уменьшении h в 10 раз, а tau в 100 раз.

Это и доказывает нужное O(tau+h^2);

4) Построим поверхность, как u(x,t) эволюционировало при t от 0 до 1.

Для этого все y\_next из неявного метода сложим в файл “file\_for\_surface.txt”;

Потом пишем в командной строке gnuplot, потом в гнуплоте:

gnuplot> set pm3d

gnuplot> splot "file\_for\_surface.txt" matrix with lines

qt.qpa.fonts: Populating font family aliases took 433 ms. Replace uses of missing font family "Sans" with one that exists to avoid this cost.

gnuplot>

И рисуется поверхность, которую можно поворачивать.

