Tiefpassfilter zeigt Abb. 12.18. Zur Dimensionierung gibt man die Grenzfrequenz, die hier negative Gleichspannungsverstärkung A_0 und die Kapazität C_1 vor. Dann folgt durch Koeffizientenvergleich mit (12.26):

$$R_2 = \frac{a_1}{2\pi f_g C_1} \quad \text{und} \quad R_1 = -\frac{R_2}{A_0}$$

Abbildung 12.19 zeigt den analogen Hochpass. Durch Koeffizientenvergleich mit (12.25) folgt die Dimensionierung:

$$R_1 = \frac{1}{2\pi f_g a_1 C_1} \quad \text{und} \quad R_2 = -R_1 A_\infty$$

Die bei den vorhergehenden Schaltungen angegebenen Übertragungsfunktionen besitzen nur in dem Frequenzbereich Gültigkeit, in dem der Betrag der Differenzverstärkung des Operationsverstärkers groß ist gegenüber dem Betrag von $\underline{A}$. Diese Bedingung ist bei höheren Frequenzen nur schwer zu erfüllen, da der Betrag der Differenzverstärkung wegen der notwendigen Frequenzgangkorrektur mit 20 dB/Dekade abnimmt und bei einem Standardverstärker bei 10 kHz nur noch etwa 100 beträgt.

12.4 Realisierung von Tief- und Hochpassfiltern 2. Ordnung

Nach (12.19) lautet die Übertragungsfunktion eines Tiefpasses 2. Ordnung allgemein:

$$A(s_n) = \frac{A_0}{1 + a_1 s_n + b_1 s_n^2} \tag{12.27}$$

Wie man der Abb. 12.15 entnehmen kann, besitzen die optimierten Übertragungsfunktionen zweiter und höherer Ordnung konjugiert komplexe Pole. Im Abschnitt 12.1 wurde gezeigt, dass solche Übertragungsfunktionen nicht mit passiven RC-Schaltungen realisierbar sind. Eine Realisierungsmöglichkeit besteht in der Verwendung von Induktivitäten, wie das folgende Beispiel zeigt.

12.4.1 LRC-Filter

Die klassische Realisierung von Filtern 2. Ordnung besteht im Einsatz von LRC-Filtern wie in Abb. 12.20. Der Koeffizientenvergleich mit Gl. (12.27) liefert die Dimensionierung:

$$R = \frac{a_1}{2\pi f_g C} \quad \text{und} \quad L = \frac{b_1}{4\pi^2 f_g^2 C}$$

Für einen Butterworth-Tiefpass 2. Ordnung entnimmt man aus Abb. 12.15 die Koeffizienten $a_1 = 1{,}414$ und $b_1 = 1{,}000$. Gibt man eine Grenzfrequenz $f_g = 10\,\text{Hz}$ und eine Kapazität $C = 10\,\mu\text{F}$ vor, folgt $R = 2{,}25\,\text{k}\Omega$ und $L = 25{,}3\,\text{H}$. Man erkennt, dass sich ein solches Filter wegen der Größe der Induktivität außerordentlich schlecht realisieren lässt. Die Verwendung von Induktivitäten lässt sich umgehen, indem man sie mit einer aktiven RC-Schaltung simuliert. Dazu kann man die Gyratorschaltung in Abb. 11.36 auf S.781 heranziehen. Der schaltungstechnische Aufwand ist jedoch beträchtlich.

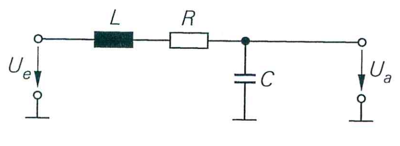
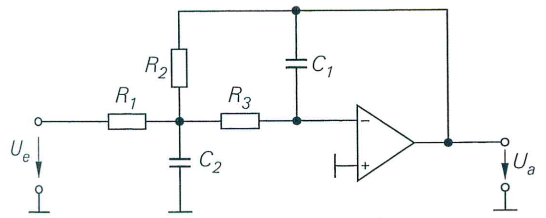


Abb. 12.20.
Passiver Tiefpass 2. Ordnung

$$A(s_n) = \frac{1}{1 + \omega_g RC s_n + \omega_g^2 LC s_n^2}$$



$$A(s_n) = -\frac{R_2/R_1}{1 + \omega_g C_1 \left(R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right) s_n + \omega_g^2 C_1 C_2 R_2 R_3 s_n^2}$$

Abb. 12.21. Aktives Tiefpassfilter 2. Ordnung mit Mehrfachgegenkopplung

Die gewünschten Übertragungsfunktionen lassen sich wesentlich einfacher durch geeignete RC-Beschaltung von Operationsverstärkern ohne den Umweg über die Simulation von Induktivitäten realisieren.

12.4.2 Filter mit Mehrfachgegenkopplung

Ein aktiver RC-Tiefpass 2. Ordnung ist in Abb. 12.21 dargestellt. Durch Koeffizientenvergleich mit (12.27) erhalten wir die Beziehungen:

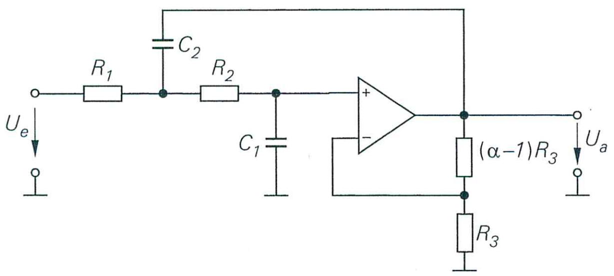
$$\begin{aligned} A_0 &= -R_2/R_1 \\ a_1 &= \omega_g C_1 \left(R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right) \\ b_1 &= \omega_g^2 C_1 C_2 R_2 R_3 \end{aligned}$$

Zur Dimensionierung kann man z.B. die Widerstände R_1 und R_3 vorgeben und aus den Dimensionierungsgleichungen R_2, C_1 und C_2 berechnen. Wie man sieht, ist eine Dimensionierung für alle positiven Werte von a_1 und b_1 möglich. Man kann also jeden gewünschten Filtertyp realisieren. Die Gleichspannungsverstärkung A_0 ist negativ. Das Filter bewirkt bei tiefen Frequenzen demnach eine Signalinvertierung.

Um wirklich die gewünschten Frequenzgänge zu erhalten, dürfen die Bauelemente keine zu großen Toleranzen besitzen. Diese Forderung ist für Widerstände leicht zu erfüllen, da sie in der Normreihe E 96 mit einprozentiger Toleranz lagermäßig geführt werden. Auch die Kondensatoren sollten einprozentige Toleranz besitzen; sie sind jedoch meist nur in der Normreihe E 6 erhältlich. Daher ist es vorteilhaft, bei der Dimensionierung von Filtern die Kondensatoren vorzugeben und die Widerstandswerte zu berechnen. Dazu lösen wir die Dimensionierungsgleichungen nach den Widerständen auf und erhalten:

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{a_1 C_2 - \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4 C_1 C_2 b_1 (1 - A_0)}}{4\pi f_g C_1 C_2} \\ R_1 &= \frac{R_2}{-A_0} \\ R_3 &= \frac{b_1}{4\pi^2 f_g^2 C_1 C_2 R_2} \end{aligned}$$

Damit sich für R_2 ein reeller Wert ergibt, muss die Bedingung



$$A(s_n) = \frac{\alpha}{1 + \omega_g\Big[C_1(R_1 + R_2) + (1-\alpha)R_1C_2\Big]s_n + \omega_g^2 R_1R_2C_1C_2s_n^2}$$

Abb. 12.22. Aktives Tiefpassfilter 2. Ordnung mit Einfachmitkopplung „Sallen–Key"-Schaltung

$$C_2 \geq \frac{4b_1(1-A_0)}{a_1^2}C_1$$

erfüllt sein. Die günstigste Dimensionierung ergibt sich, wenn man C_1 vorgibt und für C_2 den nächst größeren Normwert wählt. Die Daten des Filters sind relativ unempfindlich gegenüber Bauteiltoleranzen. Daher ist die Schaltung besonders geeignet zur Realisierung von Filtern mit höherer Güte.

Damit der Operationsverstärker als ideal angesehen werden kann, muss er bei der Grenzfrequenz des Filters noch eine hohe Schleifenverstärkung besitzen. Aus diesem Grund sind selbst bei niedrigen Grenzfrequenzen schnelle Operationsverstärker erforderlich.

12.4.3 Filter mit Einfachmitkopplung

Aktive Filter lassen sich auch durch mitgekoppelte Verstärker realisieren. Allerdings muss die Verstärkung durch eine interne Gegenkopplung auf einen genau definierten Wert festgelegt werden („controlled source"). Der Spannungsteiler R_3, $(\alpha - 1)R_3$ in Abb. 12.22 bewirkt diese Gegenkopplung und stellt die innere Verstärkung auf den Wert α ein. Die Mitkopplung erfolgt über den Kondensator C_2.

Die Dimensionierung lässt sich wesentlich vereinfachen, wenn man von vornherein gewisse Spezialisierungen vornimmt. Eine mögliche Spezialisierung ist, die *innere Verstärkung* $\alpha = \mathbf{1}$ zu wählen. Dann wird $(\alpha - 1)R_3 = 0$, und beide Widerstände R_3 können entfallen. Solche voll gegengekoppelten Operationsverstärker sind als Spannungsfolger integriert erhältlich. Oft genügt auch ein einfacher Impedanzwandler, z.B. in Form eines Emitter- oder Sourcefolgers. Damit lassen sich auch Filter im MHz-Bereich realisieren. Für den Sonderfall $\alpha = 1$ lautet die Übertragungsfunktion:

$$A(s_n) = \frac{1}{1 + \omega_g C_1(R_1 + R_2)s_n + \omega_g^2 R_1R_2C_1C_2s_n^2}$$

Gibt man C_1 und C_2 vor, erhält man durch Koeffizientenvergleich mit (12.27):

$$A_0 = 1$$

$$R_{1/2} = \frac{a_1C_2 \mp \sqrt{a_1^2C_2^2 - 4b_1C_1C_2}}{4\pi f_g C_1 C_2}$$

Damit sich reelle Werte ergeben, muss die Bedingung

N	i	a_i	b_i	f_{gi}/f_g	Q_i
Butterworth-Filter					
1	1	1,0000	0,0000	1,000	–
2	1	1,4142	1,0000	1,000	0,71
3	1	1,0000	0,0000	1,000	–
	2	1,0000	1,0000	1,272	1,00
4	1	1,8478	1,0000	0,719	0,54
	2	0,7654	1,0000	1,390	1,31
5	1	1,0000	0,0000	1,000	–
	2	1,6180	1,0000	0,859	0,62
	3	0,6180	1,0000	1,448	1,62
6	1	1,9319	1,0000	0,676	0,52
	2	1,4142	1,0000	1,000	0,71
	3	0,5176	1,0000	1,479	1,93
7	1	1,0000	0,0000	1,000	–
	2	1,8019	1,0000	0,745	0,55
	3	1,2470	1,0000	1,117	0,80
	4	0,4450	1,0000	1,499	2,25
8	1	1,9616	1,0000	0,661	0,51
	2	1,6629	1,0000	0,829	0,60
	3	1,1111	1,0000	1,206	0,90
	4	0,3902	1,0000	1,512	2,56
9	1	1,0000	0,0000	1,000	–
	2	1,8794	1,0000	0,703	0,53
	3	1,5321	1,0000	0,917	0,65
	4	1,0000	1,0000	1,272	1,00
	5	0,3473	1,0000	1,521	2,88
10	1	1,9754	1,0000	0,655	0,51
	2	1,7820	1,0000	0,756	0,56
	3	1,4142	1,0000	1,000	0,71
	4	0,9080	1,0000	1,322	1,10
	5	0,3129	1,0000	1,527	3,20

Abb. 12.15. Filterkoeffizienten, 2. Fortsetzung