

$$a_1 = 1 \quad a_2 = 2$$

$$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} \quad ; \quad n \geq 3$$

ยังไม่เข้าใจที่มาของวิธีทำ

① หา a_4 โดยใช้สมการเวียนเกิด

$$\begin{aligned} a_4 &= 2a_3 - a_2 = 2(2a_2 - a_1) - a_2 \\ &= 3a_2 - 2a_1 \\ &= 6 - 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

② หาผลเฉลยของ a_n <https://brilliant.org/wiki/linear-recurrence-relations/>

หา characteristic polynomial.

$$\begin{aligned} a_n &= 2a_{n-1} - a_{n-2} \quad \rightarrow \quad X^2 = 2X - 1 \\ 0 &= X^2 - 2X + 1 \\ &= (X-1)(X-1) \end{aligned}$$

$$(X-1)(X-1) = 0 \rightarrow$$

$r=1$ และ multiplicity = 2

$$a_n = C_1(1)^n + C_2 n (1)^n ; \quad \text{แทน } n=1 \text{ และ } n=2 \text{ เพื่อหา } C_1, C_2$$

$$\begin{aligned} 1 &= C_1 + C_2 \\ 2 &= C_1 + 2C_2 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad C_2 = 1, \quad C_1 = 0$$

$$a_n = n$$

③ ใช้สูตรจากข้อ 2

$$a_4 = 4$$