

Task 6

Задача

Функция: $F(x) = -x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 \rightarrow \min$

Ограничения: $x_1 + 4x_2 + 4x_3 + x_4 = 5$ $x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 9$

Начальное условие: $x_0 = (1, 0, 1, 0)$

Алгоритм

Подготовка

Нужно найти опорное решение - такое решение, у которого нули при свободных переменных, и значения - при базисных. У нас в начальном значении $x_1, x_3 \neq 0$, поэтому их надо внести в базис, чтобы задача соответствовала начальному значению.

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	b	D
-	1	4	4	1	5	5/4
-	1	7	8	2	9	9/8
F	-1	3	5	1	0	—

Вносим в базис x_3 , разрешающий элемент (РЭ) = 8

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	b	D
-	1/2	1/2	0	0	1/2	1
x_3	1/8	7/8	1	1/4	9/8	9
F	-13/8	-11/8	0	-1/4	-45/8	—

Вносим в базис x_1 , разрешающий элемент (РЭ) = 1/2

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	b	D
x_1	1	1	0	0	1	—
x_3	0	3/4	1	1/4	1	—
F	0	1/4	0	-1/4	-4	—

Избавимся от отрицательных чисел в крайнем правом столбце:

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	b	D
x_1	1	1	0	0	1	—
x_3	0	3/4	1	1/4	1	—
F	0	-1/4	0	1/4	4	—

Это таблица нашей задачи, соответствующая начальному условию $x_0 = (1, 0, 1, 0)$.

Решение не оптимальное, так как есть положительные числа в нижней строке. Продолжаем алгоритм (точнее, начинаем его...).

Итерация 1

Решаем задачу минимизации, поэтому надо убрать все положительные числа. Вносим в базис x_4 вместо x_3 :

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	b	D
x_1	1	1	0	0	1	—
x_3	0	3/4	1	1/4	1	—
F	0	-1/4	0	1/4	4	—

Получаем:

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	b	D
x_1	1	1	0	0	1	—
x_4	0	3	4	1	4	—
F	0	-1	-1	0	3	—

Все числа в строке функции, соответствующей x -ам, не положительные, поэтому данное решение является оптимальным. При этом базисные x_1 и x_4 лежат в столбце b , свободные x_2 и x_3 равны нулю, а значение функции на пересечении столбца b и строки F .

Ответ

$$x = (1, 0, 0, 4)$$

$$F(x) = -1 + 3 * 0 + 5 * 0 + 4 = 3$$

Проверим условия:

$$1 * 1 + 4 * 0 + 4 * 0 + 1 * 4 = 5 \text{ - верно}$$

$$1 * 1 + 7 * 0 + 8 * 0 + 2 * 4 = 9 \text{ - верно}$$