

제10강(9장)

다구치 실험계획 1

이번 시간

- 9.1 직교배열표의 기본개념
- 9.2 $L_4(2^3)$ 직교배열표
- 9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표
- 9.4 $L_{16}(2^{15})$ 직교배열표

제10강(9장)

다구치 실험계획 1

다음 시간

- 9.5 다구치 품질공학의 개념
- 9.6 손실함수와 SN비
- 9.7 파라미터 설계

제10강 다구치 실험계획1

9.1

직교배열표의 기본개념

9.1 직교배열표의 기본개념

◆ 2수준 직교배열표(table of orthogonal arrays)

$$L_{2^m}(2^{2^m-1}), m \geq 2$$

- 첫 번째 L : Latin Square(라틴정방)
- 두 번째 2^m : 실험의 크기
- 세 번째 2 : 모든 인자의 수준이 두 수준
- 마지막 2^m-1 : 직교배열표에 있는 열의 수
- $m=2 \rightarrow L_4(2^3)$

9.1 직교배열표의 기본개념

〈표 9-1〉 요인효과

	A	B	A×B
y_{00}	-	-	+
y_{01}	-	+	-
y_{10}	+	-	-
y_{11}	+	+	+

제10강 다구치 실험계획1

9.2 $L_4(2^3)$ 직교배열표

9.2 $L_4(2^3)$ 직교배열표

〈표 9-2〉 $L_4(2^3)$ 직교배열표

실험번호	열 번 호			실험 조건
	1	2	3	
1	0	0	0	
2	0	1	1	
3	1	0	1	
4	1	1	0	
기본표시	a	b	ab	
실험배치				

◆ 실험절차

- 1단계 : 인자들을 직교배열표의 열에 합리적 (어떤 것이 합리적인가?)으로 배치한다.
- 2단계 : 각 열에 배치된 인자의 2수준을 랜덤하게 0과 1에 할당한다.
- 3단계 : 4번의 실험을 완전히 랜덤한 순서대로 실시한다.



$L_4(2^3)$ 형 선점도*

선점도* : 직교배열표의 어느 열에 어떤 인자를 배치할 것인지 결정하는 것을 알려주는 그림

9.2 $L_4(2^3)$ 직교배열표

〈표 9-3〉 $L_4(2^3)$ 직교배열표 활용 예

실험번호	열 번 호			실험 조건	특성값
	1	2	3		
1	0	0	0	A_0B_0	y_1
2	0	1	1	A_0B_1	y_2
3	1	0	1	A_1B_0	y_3
4	1	1	0	A_1B_1	y_4
기본표시	a	b	ab		
실험배치	A	B			

9.2 $L_4(2^3)$ 직교배열표

예 다음 표에서 SS_A 의 값은?

NO.	1	2	3	실험결과
1	0	0	0	7
2	0	1	1	4
3	1	0	1	5
4	1	1	0	4
배치	A	B		

- 인자 A의 효과 = $\frac{1}{2}$ [(수준 1의 데이터의 합) - (수준 0의 데이터 합)]
$$= \frac{1}{2} [9 - 11] = -1 \quad \text{----- (7.10)}$$

- 인자 A의 변동 SS_A 는 '인자 A의 효과'의 제곱
즉, $SS_A = \frac{1}{4} [(수준 1의 데이터의 합) - (수준 0의 데이터 합)]^2$
$$= \frac{1}{4} [9 - 11]^2 = 1 \quad \text{----- (7.17)}$$

제10강 다구치 실험계획1

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

〈표 9-5〉 $L_8(2^7)$ 직교배열표

실험번호	열 번호							실험조건
	1	2	3	4	5	6	7	
1	0	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	1	1	1	1	
3	0	1	1	0	0	1	1	
4	0	1	1	1	1	0	0	
5	1	0	1	0	1	0	1	
6	1	0	1	1	0	1	0	
7	1	1	0	0	1	1	0	
8	1	1	0	1	0	0	1	
기본표시	a	b	ab	c	ac	bc	abc	
실험배치								

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

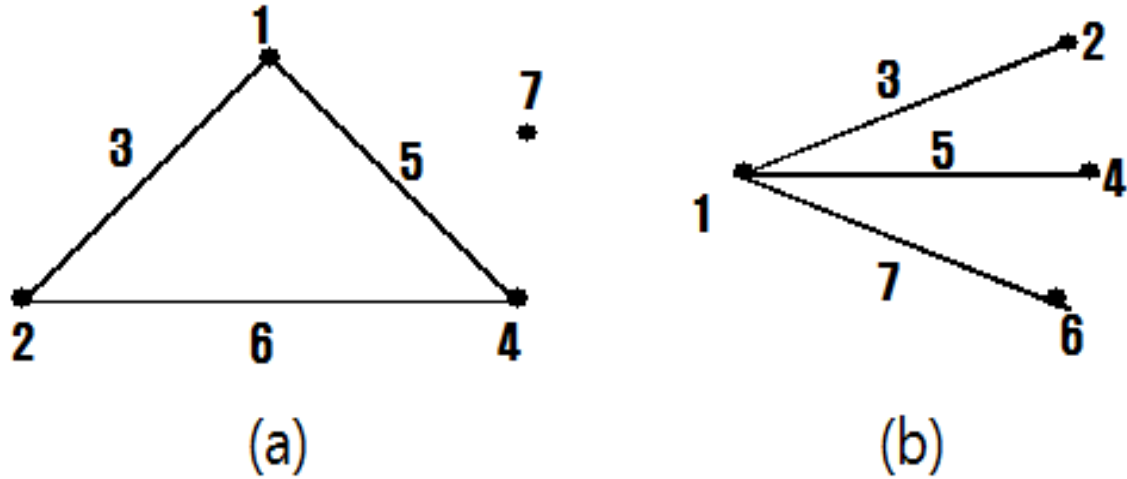
◆ 기본표시의 의미

- 열 번호 2, 4, 6(기본표시 b, c, bc)에 각각 A, B, C 를 배치하는 경우 A 와 B 의 상호작용효과는 C 의 효과와 교락되어 나타난다.
- 열 번호 1, 5, 4(기본표시 a, ac, c)에 각각 A, B, C 를 배치하는 경우 A 와 B 의 상호작용효과는 C 의 효과와 교락되어 나타난다.

〈표 9-6〉 2개의 열 간의 상호작용효과를 구하는 표

열	1	2	3	4	5	6	7
(1)	3	2	5	4	7	6	
(2)		1	6	7	4	5	
(3)			7	6	5	4	
(4)				1	2	3	
(5)					3	2	
(6)						1	

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

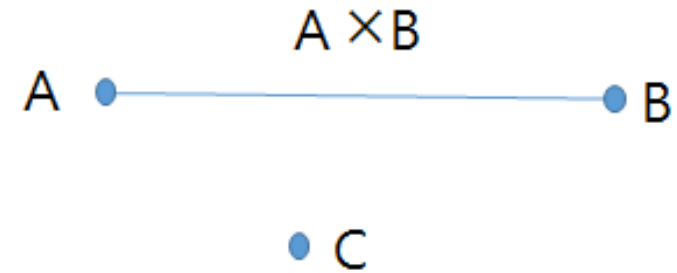


[그림 9-1] $L_8(2^7)$ 형 선점도



직교배열표의 어느 열에 어떤 인자를 배치할 것인지
결정하는 것을 알려주는 그림

예 A, B, $A \times B$, C가 우리의 관심사인 경우
적절한 산점도는?



[그림 9-2] 우리의 관심 선점도

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

예 A, B, C인자를 1, 3, 5열에 배치하고 $B \times C$ 의 편차 제곱합 ($SS_{B \times C}$)을 구하면?

실험번호	열 번호							특정치
	1	2	3	4	5	6	7	
1	0	0	0	0	0	0	0	-10
2	0	0	0	1	1	1	1	5
3	0	1	1	0	0	1	1	-5
4	0	1	1	1	1	0	0	20
5	1	0	1	0	1	0	1	10
6	1	0	1	1	0	1	0	-5
7	1	1	0	0	1	1	0	5
8	1	1	0	1	0	0	1	5
기본표시	a	b	ab	c	ac	bc	abc	

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

풀이 $ab \times ac = bc$ 이므로 6열에서 '1'데이터와 '0'데이터를 비교하면 $B \times C$ 의 효과가 나오고,

$$\begin{aligned} SS_{B \times C} &= \frac{1}{8} \{ (5 - 5 - 5 + 5) - (-10 + 20 + 10 + 5) \}^2 \\ &= 78.1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

제공합을 구하는 통상적인 식을 적용해도

$$SS_{B \times C} = \frac{1}{4} (25^2 + 0^2) - \frac{25^2}{8} = 78.1$$

이다.

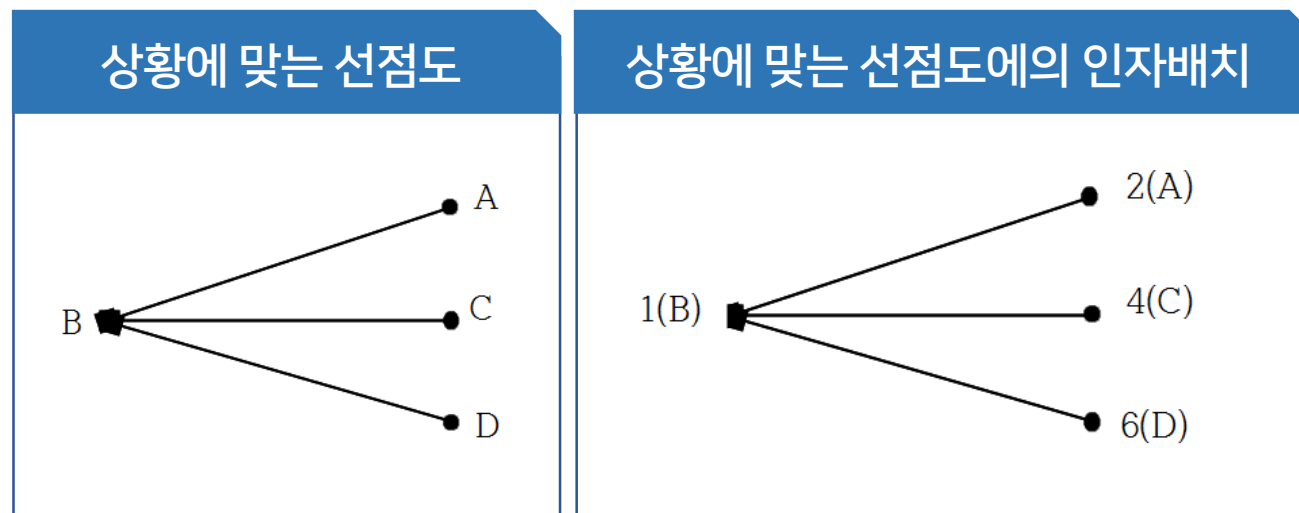
9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

예 주효과 A, B, C, D 이외에 2요인 교호작용 중 $A \times B, B \times C, B \times D$ 를 추정하고 싶다.
적절한 직교배열표를 선정하여 요인을 배치하라.

풀이 최소한의 필요한 실험 수

요 인	자 유 도
A	$2 - 1 = 1$
B	$2 - 1 = 1$
C	$2 - 1 = 1$
D	$2 - 1 = 1$
AB	$(2 - 1)(2 - 1) = 1$
BC	$(2 - 1)(2 - 1) = 1$
BD	$(2 - 1)(2 - 1) = 1$
총 평균	1
총 자유도 = 8	

상황에 맞는 선점도를 그리고 (주 효과는 점, 교호작용효과는 선으로!) 인자를 배치한다.



우선 $L_8(2^7)$ 직교배열표가 선정된다.

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

풀이(계속)

직교배열표에의 인자 배치현황

실험번호 \ 요인	1(B)	2(A)	3(AB)	4(C)	5(BC)	6(D)	7(ABC)
1	B_0	A_0		C_0		D_0	
2	B_0	A_0		C_1		D_1	
3	B_0	A_1		C_0		D_1	
4	B_0	A_1		C_1		D_0	
5	B_1	A_0		C_0		D_1	
6	B_1	A_0		C_1		D_0	
7	B_1	A_1		C_0		D_0	
8	B_1	A_1		C_1		D_1	

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

예 9.1 플라스틱 제품의 신도(伸度)를 향상시키기 위한 실험을 실시하려 한다.
4요인 A, B, C, D 가 신도에 영향을 주리라 기대되어 각각 2수준씩 선택하여
직교배열표를 이용하여 실험을 실시한 결과가 다음과 같이 주어졌다.

<표 9-7> 실험자료

실험번호	열 번 호							실험조건	특성치
	1	2	3	4	5	6	7		
1	0	0	0	0	0	0	0	$A_0B_0C_0D_0$	13
2	0	0	0	1	1	1	1	$A_0B_0C_1D_1$	10
3	0	1	1	0	0	1	1	$A_0B_1C_0D_1$	19
4	0	1	1	1	1	0	0	$A_0B_1C_1D_0$	9
5	1	0	1	0	1	0	1	$A_1B_0C_0D_1$	14
6	1	0	1	1	0	1	0	$A_1B_0C_1D_0$	10
7	1	1	0	0	1	1	0	$A_1B_1C_0D_0$	18
8	1	1	0	1	0	0	1	$A_1B_1C_1D_1$	17
기본표시	a	b	ab	c	ac	bc	abc		
실험배치	A	B	e	C	e	e	D		

- 1) 분산분석을 통해서
특성값에 영향을 주리라고
기대되는 요인들을 검출하라.
- 2) 신도를 가장 크게 하는
최적수준조합에서의
모평균에 대한 95%
신뢰구간을 구하라.

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

풀이

<표 9-8> 각 열의 변동을 구하는 계산표

열 번호	1	2	3	4	5	6	7
요인효과	A	B	e	C	e	e	D
T_0	51	47	58	64	59	53	50
T_1	59	63	52	46	51	57	60
$SS = \frac{(T_1 - T_0)^2}{8}$	8	32	4.5	40.5	8	2	12.5

$$\begin{aligned}\text{오차변동 } SS_E &= SS_3 + SS_5 + SS_6 \dots\dots\dots(9.12) \\ &= 4.5 + 8 + 2 = 14.5\end{aligned}$$

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

풀이

〈표 9-9〉 분산분석표

요 인	제공합	자유도	평균제공	F_0	유의확률
A	8	1	8	1.66	0.289
B	32	1	32	6.62	0.082
C	40.5	1	40.5	8.38	0.062
D	12.5	1	12.5	2.59	0.206
오차 E	14.5	3	4.8		
T	107.5	7			

일반적인 법칙: 유의확률이 0.25이상이면 오차 항에 풀링(pooling)함

$$SS_{E'} = SS_E + SS_A = 14.5 + 8 = 22.5 \quad \dots \dots \dots (9.13)$$

$$\phi_{E'} = \phi_E + \phi_A = 3+1=4 \quad \dots \dots \dots (9.14)$$

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

풀이

<표 9-10> 풀링한 후의 분산분석표

요 인	제 곱합	자 유도	평 균제 곱	F_0	유 의 확 률
B	32	1	32	5.69	0.076
C	40.5	1	40.5	7.20	0.055
D	12.5	1	12.5	2.22	0.210
오 차 E'	22.5	4	5.6		
T	107.5	7			

➡ 요인 B 와 C 가 신도에 영향을 줄 것이다.

마지막 모형 $Y_{ijk} = y + b_i + c_j + \varepsilon_{ijk}$ (9.15)

실험조건 B_i, C_j 에서 특성 값의 모평균 추정치

$$\begin{aligned}
 \hat{\mu}(B_i C_j) &= \widehat{\mu + b_i} + \widehat{\mu + c_j} - \hat{\mu} \\
 &= \hat{\mu}(B_i) + \hat{\mu}(C_j) - \hat{\mu} \\
 &= \bar{y}_{i.} + \bar{y}_{.j} - \bar{\bar{y}}
 \end{aligned}
 \quad \text{..... (9.16)}$$

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

풀이

〈표 9-8〉의 계산표로부터 B_1, C_0 의 수준이 최적조건임

$$\begin{aligned}\hat{\mu}(B_1C_0) &= \bar{y}_{1.} + \bar{y}_{.0} - \bar{\bar{y}} \\ &= \frac{63}{4} + \frac{64}{4} - \frac{110}{8} = 18\end{aligned}\quad \text{..... (9.17)}$$

$\hat{\mu}(B_1C_0)$ 의 유효반복수 n_e ?

$$\frac{1}{n_e} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \rightarrow n_e = \frac{8}{3} \quad \text{..... (9.18)}$$

$\mu(B_1C_0)$ 의 95% 신뢰구간

$$\begin{aligned}&(\bar{y}_{1.} + \bar{y}_{.0} - \bar{\bar{y}}) \pm t(4; .025) \sqrt{\frac{MS_E}{n_e}} \\ &= 18 \pm 2.776 \sqrt{5.6 \times \frac{3}{8}} = 18 \pm 4.02 \quad \text{..... (9.19)}\end{aligned}$$

9.3 $L_8(2^7)$ 직교배열표

R 실습

```
elastic <- c(13, 10, 19, 9, 14, 10, 18, 17)
```

```
temp <- c(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)
```

```
humid <- c(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)
```

```
press <- c(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1)
```

```
vib <- c(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1)
```

```
elastic.data <- data.frame(elastic, temp, humid, press, vib)
```

```
elastic.data$temp <- factor(elastic.data$temp, levels=c(0, 1), labels=c("A0", "A1"))
```

```
elastic.data$humid <- factor(elastic.data$humid, levels=c(0, 1), labels=c("B0", "B1"))
```

```
elastic.data$press <- factor(elastic.data$press, levels=c(0, 1), labels=c("C0", "C1"))
```

```
elastic.data$vib <- factor(elastic.data$vib, levels=c(0, 1), labels=c("D0", "D1"))
```

```
modell <- aov(elastic~temp+ humid+ press+ vib, data=elastic.data)
```

```
summary(modell)
```

	<i>Df</i>	<i>Sum Sq</i>	<i>Mean Sq</i>	<i>F value</i>	<i>Pr(>F)</i>
<i>temp</i>	1	8.0	8.00	1.655	0.2885
<i>humid</i>	1	32.0	32.00	6.621	0.0823 .
<i>press</i>	1	40.5	40.50	8.379	0.0628 .
<i>vib</i>	1	12.5	12.50	2.586	0.2062
<i>Residuals</i>	3	14.5	4.83		

<i>Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.'</i>					

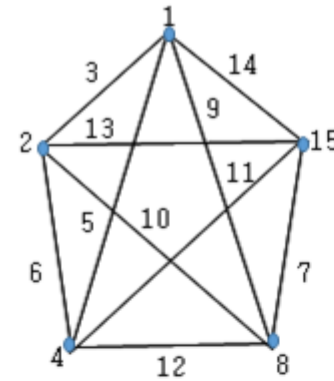
제10강 다구치 실험계획1

9.4 $L_{16}(2^{15})$ 직교배열표

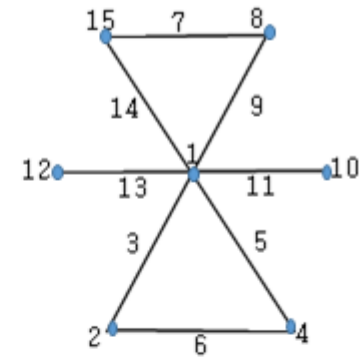
9.4 $L_{16}(2^{15})$ 직교배열표

< 표 9 - 11 > $L_{16}(2^{15})$ 직교배열표

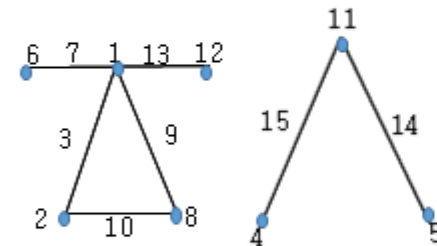
실험번호	열 번 호															실험조건
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	
3	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	
4	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	
5	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	
6	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	
8	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	
9	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	
10	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	
11	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	
12	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	
13	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	
14	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	
15	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	
16	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	
기본표시	a	b	a	c	a	b	a	d	a	b	a	c	a	b	a	
			b		c	c	b		d	d	b	d	c	c	b	
							c				d		d	d	c	
															d	
실험배치																



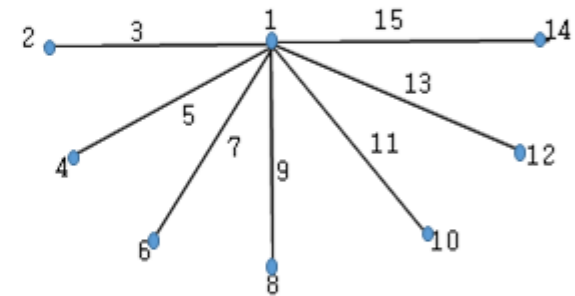
(a)



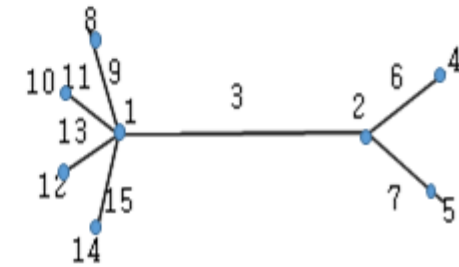
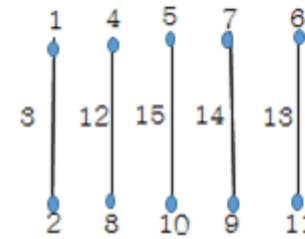
(b)



(c)



(d)

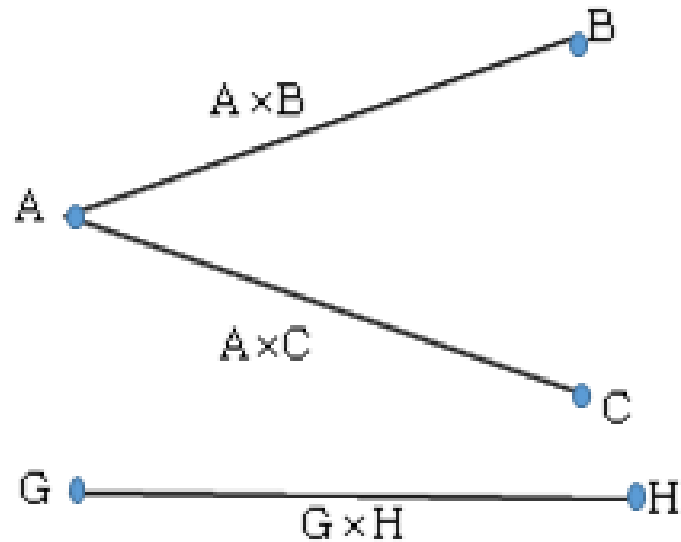


< 그림 9 - 3 > $L_{16}(2^{15})$ 형 선점도

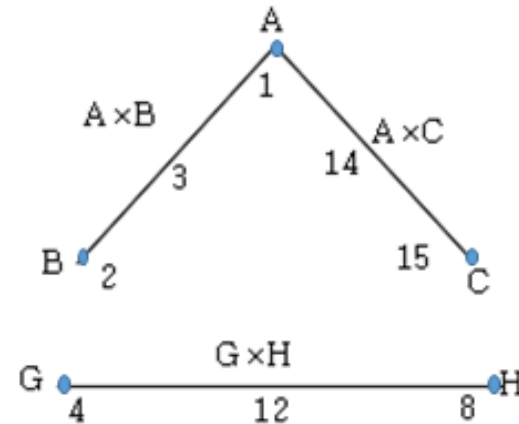
9.4 $L_{16}(2^{15})$ 직교배열표

예 9.1 2수준 요인 A, B, C, D, E, F, G, H와 상호작용효과 $A \times B, A \times C, G \times H$ 의 효과를 구하고 싶다. 2수준 직교배열표의 열에 각각의 요인을 어떻게 배치하겠는가?

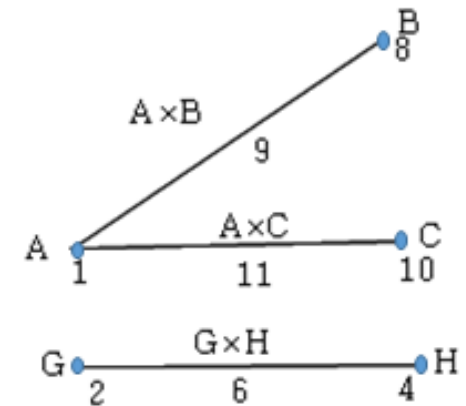
풀이



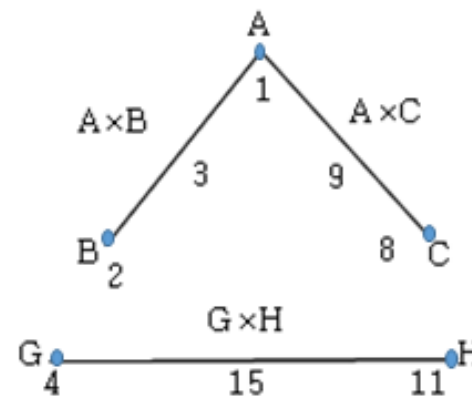
<그림 9-4> 만족해야 될 선점도



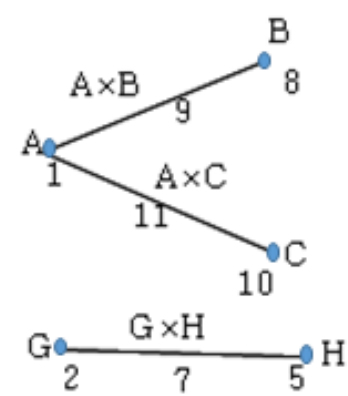
(1)



(2)



(3)



(4)

<그림 9-5> 이용가능한 선점도

9.4 $L_{16}(2^{15})$ 직교배열표

풀이

<표 9-12> 여러 가지 배치현황

열번호	1 2 3	4 5 6	7	8 9	10 11	12	13 14	15
배치1	$A B A \times B$	$G D P$	e	$H e$	$e e$	$G \times H$	$e A \times C$	C
배치2	$A G e$	$H e G \times H$	e	$B A \times B$	$C A \times C$	D	$e e$	P
배치3	$A B A \times B$	$G e D$	e	$C A \times C$	$e H$	P	$e e$	$G \times H$
배치4	$A G e$	$D H e$	$G \times H$	$B A \times B$	$C A \times C$	P	$e e$	e

다음 시간 안내

제11강 (9장)

다구치 실험계획 2