

# **Сети. Потоки в сетях**

Толстов Роберт Сергеевич,  
Рудяк Артём Станиславович.

Для ситуаций, когда **важна пропускная способность рёбер** была описана теория потоковых сетей.

Для ситуаций, когда **важна пропускная способность рёбер** была описана теория потоковых сетей.

В рамках данной лекции мы успеем:

Для ситуаций, когда **важна пропускная способность рёбер** была описана теория потоковых сетей.

В рамках данной лекции мы успеем:

- познакомиться с теоретическими основами;

Для ситуаций, когда **важна пропускная способность рёбер** была описана теория потоковых сетей.

В рамках данной лекции мы успеем:

- познакомиться с теоретическими основами;
- рассмотреть ключевые практические задачи теории потоков;

Для ситуаций, когда **важна пропускная способность рёбер** была описана теория потоковых сетей.

В рамках данной лекции мы успеем:

- познакомиться с теоретическими основами;
- рассмотреть ключевые практические задачи теории потоков;
- изучить алгоритмы для их решения.

## Теоретические основы

**Сеть**  $G = \langle V, E \rangle$  — это ориентированный граф, такой что:

$$\forall (u, v) \in E \quad c(u, v) > 0;$$

$$\forall (u, v) \notin E \quad c(u, v) = 0.$$

Функцию  $c(u, v)$  называют **пропускной способностью** ребра  $(u, v)$ .

## Теоретические основы

Сеть  $G = \langle V, E \rangle$  – это ориентированный граф, такой что:

$$\forall (u, v) \in E \quad c(u, v) > 0;$$

$$\forall (u, v) \notin E \quad c(u, v) = 0.$$

Функцию  $c(u, v)$  называют **пропускной способностью** ребра  $(u, v)$ .

В сетях выделяют две вершины: исток  $s$  и сток  $t$ .

## Теоретические основы

**Поток  $f$  в сети  $G$**  — это функция  $f : V \times V \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$

## Теоретические основы

**Поток  $f$  в сети  $G$**  — это функция  $f : V \times V \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ , такая что  $\forall u, v \in V$ :

1.  $f(u, v) = -f(v, u)$  (антисимметричность);

## Теоретические основы

**Поток  $f$  в сети  $G$**  — это функция  $f : V \times V \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ , такая что  $\forall u, v \in V$ :

1.  $f(u, v) = -f(v, u)$  (антисимметричность);
2.  $f(u, v) \leq c(u, v)$ ;

## Теоретические основы

**Поток  $f$  в сети  $G$**  — это функция  $f : V \times V \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ , такая что  $\forall u, v \in V$ :

1.  $f(u, v) = -f(v, u)$  (антисимметричность);
2.  $f(u, v) \leq c(u, v)$ ;

**Величина потока** — это объём потока, выходящий из истока.  $|f| = \sum_{u \in V} f(s, v)$ .

## Теоретические основы

**Закон сохранения потока.** Для сети  $G = \langle V, E \rangle$  с потоком  $f$  верно, что:

$$\forall v \in V \setminus \{s, t\} \quad \sum_{\substack{u \in V \\ (u, v) \in E}} f(u, v) = \sum_{\substack{w \in V \\ (v, w) \in E}} f(v, w).$$

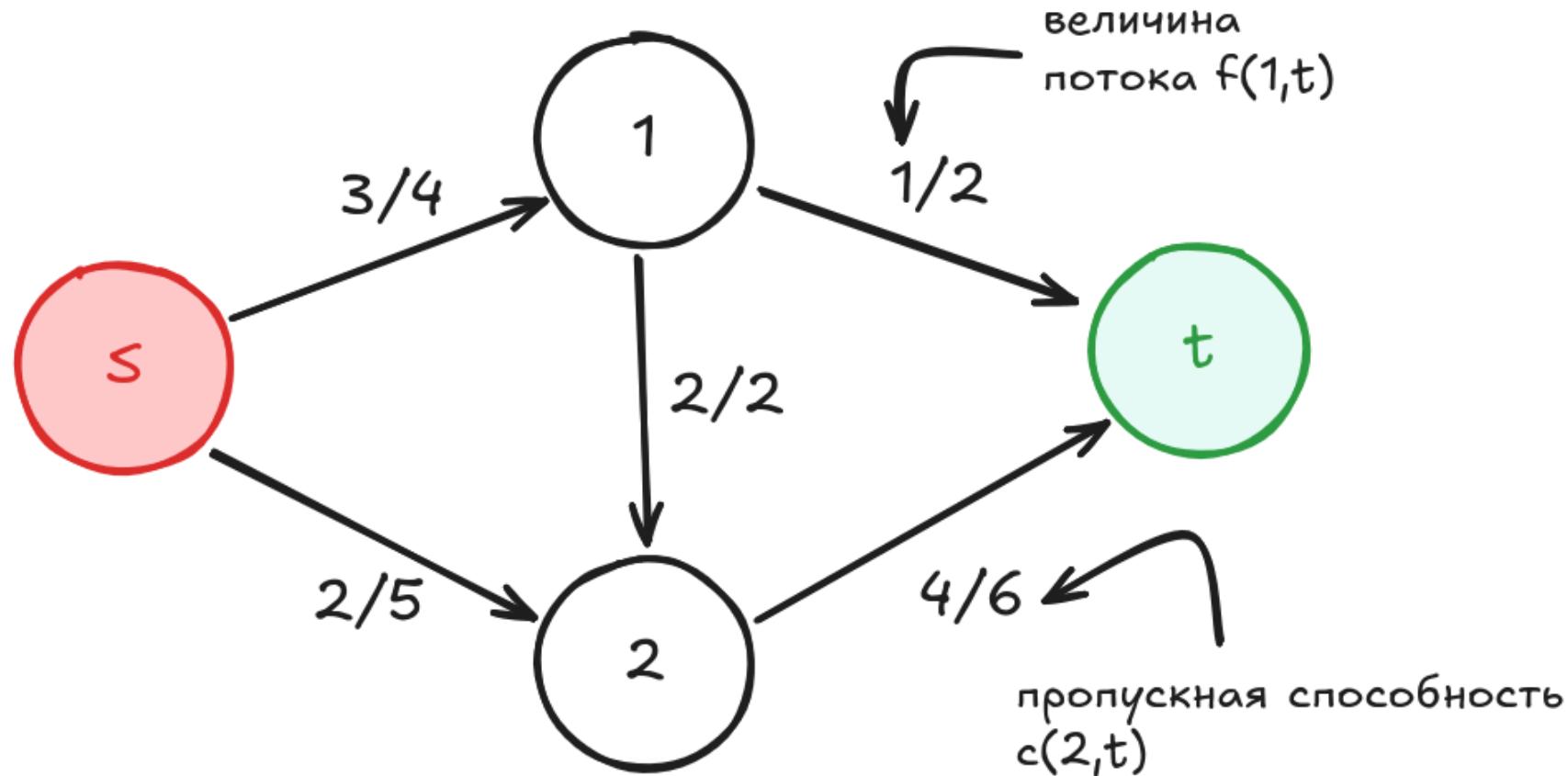
## Теоретические основы

**Закон сохранения потока.** Для сети  $G = \langle V, E \rangle$  с потоком  $f$  верно, что:

$$\forall v \in V \setminus \{s, t\} \quad \sum_{\substack{u \in V \\ (u, v) \in E}} f(u, v) = \sum_{\substack{w \in V \\ (v, w) \in E}} f(v, w).$$

Проще говоря, сумма входящих потоков равна сумме выходящих. Очевидно, что выполняется для всех вершин кроме истока и стока.

# Теоретические основы



**Интерактив на крутой суперприз**

# Вопросы

1. Чем такое источник?

# Вопросы

1. **Что такое источник?** Вершина, из которой исходит поток

## Вопросы

1. **Что такое источник?** Вершина, из которой исходит поток
2. **Что такое сток?**

## Вопросы

- Что такое источник?** Вершина, из которой исходит поток
- Что такое сток?** Вершина, в которую поток должен поступить

## Вопросы

1. **Что такое источник?** Вершина, из которой исходит поток
2. **Что такое сток?** Вершина, в которую поток должен поступить
3. **Что такое пропускная способность?**

# Вопросы

- Что такое источник?** Вершина, из которой исходит поток
- Что такое сток?** Вершина, в которую поток должен поступить
- Что такое пропускная способность?** Максимальный объём потока, разрешённый на дуге

# Вопросы

1. **Что такое источник?** Вершина, из которой исходит поток
2. **Что такое сток?** Вершина, в которую поток должен поступить
3. **Что такое пропускная способность?** Максимальный объём потока, разрешённый на дуге
4. **Что такое поток?**

## Вопросы

1. **Что такое источник?** Вершина, из которой исходит поток
2. **Что такое сток?** Вершина, в которую поток должен поступить
3. **Что такое пропускная способность?** Максимальный объём потока, разрешённый на дуге
4. **Что такое поток?** Реальное значение ресурса, которое протекает по дуге.

## Задача максимального потока

**Задача.** Пусть дана сеть  $G = \langle V, E \rangle$ . Требуется найти функцию потока:

$$f_{\max} = \max_f |f|,$$

которая, очевидно, удовлетворяет всем свойствам функции потока. Такую функцию и называют функцией максимального потока.

## Задача максимального потока

**Задача.** Пусть дана сеть  $G = \langle V, E \rangle$ . Требуется найти функцию потока:

$$f_{\max} = \max_f |f|,$$

которая, очевидно, удовлетворяет всем свойствам функции потока. Такую функцию и называют функцией максимального потока.

Далее рассмотрим различные алгоритмы для решения этой задачи.

# **Итоги**

## Домашнее задание

Если тут пусто, то ничего не задали, полагаю. Возможно, тут что-то будет.

**Спасибо за внимание. Вопросы?**

**Приз BMW x5 за лучший вопрос**