



# **SERVIZIO RISKSize**

*Modalità Base – Metodologia*

OTTOBRE '19

## INDICE

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUZIONE.....</b>   | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>DATI DI INPUT .....</b>   | <b>3</b>  |
| 2.1      | FONTI DATI.....  | 3         |
| 2.1.1    | Tassi Overnight.....   | 3         |
| 2.1.2    | Mercato Monetario.....   | 3         |
| 2.1.3    | Curve dei tassi Governativi e Swap.....                            | 4         |
| 2.1.3.1  | Tassi Governativi .....  | 4         |
| 2.1.3.2  | Tassi Swap .....   | 4         |
| 2.1.4    | Curve governative di spread.....                                   | 4         |
| 2.1.5    | Curve settoriali di spread .....                                   | 5         |
| 2.1.6    | Curve dei tassi reali .....  | 5         |
| 2.1.7    | Indici di Piazza del Mercato Azionario .....                       | 6         |
| 2.1.8    | Indici Settoriali del Mercato Azionario .....                      | 6         |
| 2.1.9    | Cambi.....   | 6         |
| 2.1.10   | Indici Benchmark per Fondi Comuni di Investimento e Sicav .....    | 6         |
| 2.1.11   | Commodities.....   | 6         |
| 2.1.12   | Hedge Funds .....  | 7         |
| 2.1.13   | Orari di rilevazione dei dati .....                                | 7         |
| 2.2      | ULTERIORI ELABORAZIONI DEI DATI DI INPUT .....                     | 8         |
| 2.2.1    | Tassi di interesse (Tassi monetari).....                           | 8         |
| 2.2.2    | Tassi di interesse (Titoli Governativi e Swap) .....               | 9         |
| 2.2.2.1  | Elaborazione del tasso swap a un anno .....                        | 9         |
| 2.2.2.2  | Interpolazione lineare.....  | 9         |
| 2.2.2.3  | Bootstrap .....  | 10        |
| 2.2.2.4  | Spread .....   | 10        |
| 2.2.2.5  | Curva Financial Sub-Investment Grade .....                         | 11        |
| 2.2.3    | Indicatori Benchmark per Fondi Comuni d'Investimento e Sicav ..... | 11        |
| <b>3</b> | <b>DATI DI OUTPUT .....</b>  | <b>13</b> |
| 3.1      | LE STIME PRODOTTE .....  | 13        |
| 3.1.1    | Il livello indicato.....   | 13        |
| 3.1.2    | Price e Yield Volatility .....                                     | 13        |
| 3.1.3    | Rendimenti storici .....   | 15        |
| 3.1.4    | Codifica dei fattori .....   | 15        |
| 3.2      | LE MATRICI PRODOTTE.....   | 15        |
| <b>4</b> | <b>ASPETTI METODOLOGICI .....</b>                                  | <b>16</b> |
| 4.1      | CALCOLO DELLE VOLATILITÀ E DELLE CORRELAZIONI .....                | 16        |
| 4.1.1    | I rendimenti giornalieri .....                                     | 16        |
| 4.1.2    | La media dei rendimenti giornalieri.....                           | 16        |
| 4.1.3    | Lo schema di ponderazione esponenziale .....                       | 17        |
| 4.1.4    | Metodologia di stima per gli Indici di Hedge Fund .....            | 19        |
| 4.1.5    | Trattamento dei dati mancanti .....                                | 21        |
| 4.1.6    | Lo sfasamento temporale nei dati.....                              | 22        |
| 4.2      | CALCOLO DEI RENDIMENTI STORICI.....                                | 23        |

## 1 INTRODUZIONE

---

Scopo di questo documento è illustrare la metodologia utilizzata da PROMETEIA per la stima del vettore di volatilità e della matrice di correlazione per i diversi fattori di rischio scelti a rappresentare i mercati finanziari.

Le tecniche utilizzate sono conformi alle best practice del mercato, ormai ampiamente consolidate e documentate<sup>1</sup>.

Il processo che conduce alle stime fornite quotidianamente è sostanzialmente identificabile in tre momenti fondamentali:

- la raccolta dei dati, il loro controllo ed eventuale ulteriore elaborazione;
- la stima vera e propria;
- la fornitura dei dati in output.

A monte del processo si impone la scelta più delicata, ossia quella di selezionare quei fattori di rischio da inserire in matrice. Come già sottolineato, la scelta operata da PROMETEIA è conforme alla direzione già seguita da altri provider internazionali, ma privilegia quei fattori di rischio che risultano più significativi e rappresentativi per un investitore europeo.

Si riporta in questa sede una panoramica generale, distinta per macro classi, sui fattori di rischio presenti nella matrice RISKSize.

Relativamente ai titoli del mercato monetario, che colgono le caratteristiche di rischio dei titoli con duration finanziaria breve (al di sotto dell'anno), viene garantita un'ampia copertura sia per mercati sia per nodi temporali, con una griglia rispetto ai 30, 90, 180, 270 e 360 giorni. E' stato inoltre introdotto anche il tasso overnight di riferimento per il mercato Europeo (EONIA).

Relativamente al comparto obbligazionario, sono disponibili all'interno del dataset RISKSize le strutture a termine di titoli governativi e swap per i principali paesi di emissione. In particolare, sono disponibili fattori di rischio suddivisi in base alla scadenza temporale compresa tra 3 mesi e 30 anni<sup>2</sup>. Sono inoltre disponibili strutture a termine di spread riferite a curve di settore. Queste ultime sono suddivise in base alla divisa di emissione, al settore industriale e al merito creditizio dell'emittente. In quest'ultimo caso, i fattori di rischio disponibili in matrice hanno scadenza compresa tra 3 mesi e 20 anni<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup> J.P. Morgan, RiskMetricsTM, Technical Document, Fourth Edition, New York, 1996.

<sup>2</sup> Le scadenze elaborate variano a seconda del paese di emissione e dipendono dalla disponibilità di dati di mercato. Per un elenco completo dei fattori di rischio disponibili in matrice, si rinvia al documento "RISKSize – modalità base Contenuti".

<sup>3</sup> Per l'elenco dettagliato si rinvia al documento "RISKSize – modalità base Contenuti"

Relativamente al mercato azionario, si fornisce il monitoraggio giornaliero della volatilità sui principali mercati mondiali, attraverso i maggiori indici di riferimento per ognuno di quei mercati. Tuttavia, al fine di perfezionare la valutazione del rischio anche per specifici comparti di attività economica per ogni mercato preso ad esame, si sono inseriti una serie di indici azionari settoriali diversificati sia per macro aree geografiche sia per settori di attività.

Sono inoltre forniti fattori di rischio relativi a indici benchmark per Fondi Comuni d'Investimento e Sicav suddivisi per tipologia di Asset Class (Azionario, Obbligazionario e Monetario, Misto) e per localizzazione geografica.

Completa il quadro, il monitoraggio delle volatilità dei cambi sulle principali valute mondiali, delle commodity relative ai beni più scambiati sui mercati internazionali e degli indici di hedge fund relativi alle principali "strategie pure" di investimento.

La prima parte di questo lavoro è dedicata alla descrizione dei dati di input utilizzati e dei dati di output prodotti, mentre per l'elenco completo dei Fattori di Rischio si rimanda al documento "SERVIZIO RISKSize – Modalità Base Contenuti". Nella parte finale del presente documento sono invece contenuti gli aspetti più propriamente metodologici.

Si segnala che, in un'ottica di costante aggiornamento e monitoraggio, il perimetro di Fattori di Rischio, il framework metodologico e le modalità di scarico dei dati mercato possono essere oggetto di revisione e aggiornamento nel continuo.

## 2 DATI DI INPUT

---

### 2.1 FONTI DATI

Attualmente sono utilizzati i servizi di diversi provider internazionali per raccogliere e tenere aggiornata la base dati dalla quale attingere per la successiva fase di stima. Tali dati vengono controllati, corretti e integrati (dati mancanti, anomali, non significativi) utilizzando metodi statistici ed incrociando le informazioni provenienti da diversi data provider e operatori di mercato. Segue una panoramica generale delle più importanti fonti dati utilizzate, nonché un rinvio, qualora possibile, ad eventuali approfondimenti.

#### 2.1.1 Tassi Overnight

Per venire incontro alle esigenze degli operatori che effettuano transazioni sul mercato interbancario overnight è stato inserito in matrice l'“Euro OverNight Index Average” (EONIA), indicato come “EUR.R001”. Il rinvio è al sito [www.euribor.org](http://www.euribor.org).

A partire dal 2 ottobre 2019 è stato incluso nel servizio il tasso overnight “Euro short-term rate” (€STR). Tale tasso viene pubblicato dalla Banca Centrale Europea ai fini di adempiere al regolamento (UE) 2016/1011 relativo alla Benchmark Regulation (BMR). Il tasso è presente nel servizio con la decodifica “ESTR.R001”. La serie storica per la stima delle volatilità e correlazioni a partire dal giorno di pubblicazione del tasso si basa sui livelli del tasso “pre-€STR” forniti dalla BCE. Il rinvio alle informazioni ufficiali sul tasso “€STR” è al sito [www.ecb.europa.eu/stats/financial\\_markets\\_and\\_interest\\_rates/euro\\_short-term\\_rate](http://www.ecb.europa.eu/stats/financial_markets_and_interest_rates/euro_short-term_rate)

#### 2.1.2 Mercato Monetario

I tassi monetari sono ottenuti da diverse fonti. Tra queste vi sono la BBA (*British Bankers Association*) e la FBE (*Fédération Bancaire de l'Union Européenne*).

In particolare, il tasso LIBOR (London Interbank Offered Rate) è fornito da BBA per le divise CHF, GBP, JPY, USD e per le *maturities* overnight, 1 week, 1 months, 2 months, 3 months, 6 months, 12 months. Sul mercato monetario Europeo il tasso preso a riferimento è l'EURIBOR calcolato giornalmente dalla FBE. Il rinvio è al sito [www.euribor.org](http://www.euribor.org).

Le altre divise considerano come base per l'elaborazione i tassi provenienti dal mercato interbancario locale o i *deposit-rates*.

Qualora non vi sia disponibilità di tassi interbancari con dati mercato significativi, vengono utilizzati come tassi “monetari” a breve termine i tassi par swap con scadenze fino all'anno qualora disponibili. L'utilizzo di tali tassi permette infatti di utilizzare strumenti liquidi per rappresentare la parte a breve delle curve e di mantenere coerenza con i nodi più a lungo termine.

Qualora tali tassi Swap dispongano di dati intraday, per coerenza sia con gli altri nodi delle curve swap che con gli altri tassi interbancari, l'orario di rilevazione è alle 13 GMT.

### 2.1.3 Curve dei tassi Governativi e Swap

In generale, le curve dei tassi dei titoli governativi e dei contratti swap sono ricavate a partire dalle rilevazioni intraday degli yield to maturity per i titoli governativi o dei par swap rate sui principali mercati regolamentati ed OTC (dati di input).

Sostanzialmente, i dati tick by tick di prezzo forniti da diverse fonti (in particolare, da parte di alcuni dei market maker più attivi su ciascun mercato) vengono confrontati e mediati fra loro attraverso l'impiego di procedure automatiche ed eventuali interventi di hand fitting. In questo modo, nel caso in cui qualche contributor episodicamente fornisca dati non in linea con l'andamento del mercato, l'impatto sui dati di input viene ad essere minimizzato.

Particolarmente critica è la scelta dell'orario di rilevazione del dato, che deve contemperare due esigenze diverse e spesso contrastanti: la ricerca della massima sincronia possibile fra i dati raccolti e la necessità di garantire al massimo la liquidità del dato stesso. In pratica, la soluzione che offre il miglior profilo da questo duplice punto di vista consiste nello scaricare la gran parte dei dati necessari all'elaborazione delle curve dei governativi e degli swap attorno alle ore 13.00 GMT. Per ciò che concerne il reddito fisso, fanno eccezione i dati dei governativi e degli swap relativi ad Australia, Giappone, Hong Kong e Nuova Zelanda che si è preferito rilevare alle 8.00 GMT, data la significativa differenza del fuso orario rispetto agli altri paesi.

#### 2.1.3.1 Tassi Governativi

Al fine di meglio rappresentare l'andamento dei tassi governativi oggetto di analisi, è necessario, per ciascuna delle principali scadenze, scegliere quei titoli governativi che sui rispettivi mercati presentano le caratteristiche di maggiore liquidità. A tal fine, per ogni paese e per ogni scadenza rilevante, è stata costituita una lista proprietaria di titoli benchmark che viene costantemente verificata ed aggiornata.

#### 2.1.3.2 Tassi Swap

Le stime della struttura a termine dei tassi zero coupon sono ricavate a partire dai valori giornalieri dei tassi cedolari del contratto nozionale.

### 2.1.4 Curve governative di spread

Il servizio RISKSize contiene anche i fattori di rischio relativi agli spread delle curve governative relative quali ad esempio alle divise ESP (Spagna), FRF (Francia), ITL (Italia) e ITLCPI (Italia indicizzato all'inflazione)<sup>4</sup>. Tali spread sono calcolati come semplice differenza tra i bucket della curva zero coupon governativa e i bucket della curva zero coupon Swap di riferimento.

---

<sup>4</sup> L'elenco completo dei fattori di rischio è consultabile nel documento *RiskSize – Contenuti*.

### 2.1.5 Curve settoriali di spread

Nel dataset RISKSize sono presenti fattori di rischio relativi agli spread di settore, calcolati come differenza tra i tassi zero coupon della curva di settore rispetto ai tassi zero coupon della curva riskfree di riferimento.

Le curve di settore sono classificate in base alle principali divise di emissione (EUR, USD e GBP) e rappresentativi dei principali settori economici (Financial e Industrial) e merito creditizio di emittenti di titoli corporate. Esse sono individuate da un codice composto in cui le prime tre lettere identificano la divisa (EUR, GBP o USD) seguite dal simbolo “.”, le successive tre il settore economico di appartenenza dell'emittente (Financial e Industrial) e l'ultima parte identifica le curve subordinate e il merito creditizio. Quest'ultimo è costituito da un identificativo sintetico dei valori HIGH, MEDIUM, LOW, JUNK e SUBINV.

La fase preliminare alla determinazione degli spread delle curve di settore, si basa sui seguenti step:

- raccolta dei dati di chiusura dei CDS spread<sup>5</sup> e dei prezzi di quotazione dei titoli obbligazionari plain<sup>6</sup> presenti su alcuni dei principali mercati di quotazione europei. Sulla base delle informazioni anagrafiche dei titoli e degli emittenti disponibili si procede all'associazione qualitativa di ciascun titolo o emittente ad una curva di settore;
- calcolo dell'yield to maturity per ciascun titolo di cui al punto precedente;
- *clearing* giornaliero dei dati: consiste nell'individuazione, per ciascuna curva, di eventuali *outliers* tra i titoli o tra gli emittenti (si escludono in tal caso tutti i titoli dell'emittente).

### 2.1.6 Curve dei tassi reali

Nel dataset RISKSize sono presenti fattori di rischio “reali” da cui è possibile estrapolare l'andamento dell'inflazione attesa. I livelli sono espressi in termini “reali” ossia depurando dai tassi swap nominali la componente legata all'indice di inflazione. Il livello di ciascun nodo è elaborato a partire dai tassi zero coupon nominali (IRS) e da quelli relativi agli inflation swap. Questi ultimi sono tassi swap, rilevati al medesimo orario previsto per gli swap nominali (come specificato nel paragrafo 2.1.13), che impegnano le due parti che li sottoscrivono a scambiarsi, alla data di scadenza fissata dopo M anni, un pagamento fisso contro un pagamento variabile che dipende dall'andamento del Consumer Price Index. La gamba variabile dello swap è quindi indicizzata all'inflazione che si realizzerà tra le date (0, M).

---

<sup>5</sup> Si rinvia al paragrafo 2.2.2.5.

<sup>6</sup> Per titoli obbligazionari plain si intendono titoli bullet, a tasso fisso o multi coupon.

### **2.1.7 Indici di Piazza del Mercato Azionario**

Il livello utilizzato nelle elaborazioni viene rilevato indicativamente alle ore 15.30 GMT ottenendo così un dato intraday per quasi tutti i mercati che, come illustrato più dettagliatamente nella parte metodologica del presente documento, permette di ridurre l'asincronia con gli altri fattori di rischio presenti in matrice. Naturalmente, per paesi quali il Giappone, l'Australia e la Nuova Zelanda il mercato è già chiuso a quell'ora e pertanto il valore utilizzato è relativo al dato di chiusura delle contrattazioni.

### **2.1.8 Indici Settoriali del Mercato Azionario**

Tra i vari fattori di rischio sono stati scelti alcuni indici settoriali per i mercati azionari, con una macro diversificazione per aree geografiche, al fine di poter seguire con maggiore accuratezza le diverse componenti azionarie che possono rientrare in un generico portafoglio. Si è infatti ritenuto troppo debole il legame che si poteva stabilire attraverso l'utilizzo di un unico indice di mercato in quanto un simile approccio non permette di cogliere le caratteristiche intrinseche dei vari titoli in termini di volatilità e struttura correlativa multivariata. Al contrario, una suddivisione per aree geografiche e categorie settoriali consente di dare conto di tali caratteristiche specifiche dei vari asset.

La codifica degli indici permette di individuare l'area geografica di riferimento nonché il settore interessato.

Il codice settoriale indicato nella matrice RISKS/ze si compone di due parti: una prima che identifica il Codice area geografica a cui appartiene quell'indice ed una seconda che identifica il Settore di riferimento, nonché il Mercato specifico (effettivamente necessario solo per l'area Euro dove vengono considerati più mercati).

### **2.1.9 Cambi**

I tassi di cambio sono rilevati presso alcuni tra i principali market makers ad un'unica ora che corrisponde indicativamente alle 14.00 GMT.

### **2.1.10 Indici Benchmark per Fondi Comuni di Investimento e Sicav**

Gli indici forniti costituiscono una griglia sufficientemente ampia all'interno della quale poter collocare ogni Fondo Comune d'investimento e Sicav, indipendentemente dalla sua natura (Azionario, Bilanciato, Obbligazionario o Misto) ed area geografica di attività, permettendo inoltre alcune focalizzazioni su particolari settori di riferimento.

### **2.1.11 Commodities**

Le tipologie di commodity inserite in matrice tra i fattori di rischio riguardano sia metalli preziosi, quali oro, argento e platino, sia altri beni, quali alluminio e rame, quotati al London Metal Exchange (LME). Vi sono anche fattori di rischio relativi al mercato energetico (petrolio, benzina e gas naturale) e quotati al New York Mercantile Exchange (NYMEX).



Il nome utilizzato per identificare ciascuno di tali fattori di rischio si compone di due parti. La prima parte è comune a tutte le commodity e rappresenta la valuta di riferimento che, nel nostro caso, corrisponde a EUR, seguita dal prefisso 'C' e dall'identificativo della singola commodity.

### 2.1.12 Hedge Funds

Tra i fattori di rischio presenti in matrice, vi sono anche indici di Hedge Fund suddivisi in base a diverse strategie di gestione ("strategie pure"). Tali fattori di rischio sono di solito convertiti in euro. Tuttavia, qualora vi fosse l'esigenza di coprire dei fondi hedge o fondi di fondi hedge che seguono strategie di copertura al 100% dal rischio cambio possono essere aggiunti anche degli indici di hedge fund in divisa. Infatti, in questo ultimo caso, un indice in divisa spiega meglio la variabilità del fondo rispetto a un indice convertito in euro.

A differenza delle serie degli altri fattori di rischio, vi sono indici di hedge funds i cui dati hanno frequenza mensile. Questo porta alla necessità di modificare la metodologia per la stima della volatilità e delle correlazioni scegliendo un diverso decay factor. Il tema verrà approfondito nella sezione di metodologia.

### 2.1.13 Orari di rilevazione dei dati

Nella tabella seguente vengono riepilogate le modalità di raccolta dei dati di input suddivise per tipologia di strumento. In particolare, la colonna "Orari di Rilevazione" elenca gli orari in cui sono rilevati i dati, la colonna "Disponibilità Dati" contiene l'informazione relativa al fatto che il dato sia disponibile il giorno stesso in cui viene distribuita la matrice RISKSize oppure sia invece aggiornato al giorno precedente di mercato aperto. Nell'ultima colonna della tabella viene infine evidenziato come i dati sono rilevati.

| Tipo di Strumento  | Orari di Rilevazione  | Disponibilità Dati  | Fonte Dati  |
|--------------------|---|---|---|
| <i>Commodities</i> | Alla chiusura del mercato di quotazione   | Disponibile penultimo dato  | Dati quotati sul LME e sul NYMEX  |
| <i>Currencies</i>  | Ore 14.00 GMT   | Disponibile ultimo dato   | Dati <i>tick by tick intraday</i> dei maggiori <i>contributor</i>       |
| <i>Hedge Funds</i> | Non applicabile   | Dato rilevato mensilmente   | Indici medi di strumenti caratterizzati dalla medesima "strategia pura" |
| Indici Azionari    | Ore 15.30 GMT per gli indici di piazza europei e americani, alla chiusura dei vari mercati per gli indici di piazza dell'area pacifico (Giappone, Australia, Nuova Zelanda, ...) e per gli indici azionari settoriali | Disponibile ultimo dato per gli indici di piazza e penultimo dato per gli indici settoriali | Principali indici azionari mondiali                                     |
| Indici di Fondi    | Alla chiusura del mercato di quotazione   | Disponibile penultimo dato  | Indici di mercato   |

| Tipo di Strumento  | Orari di Rilevazione  | Disponibilità Dati   | Fonte Dati  |
|--------------------|---|--|---|
| Spread di settore  | Alla chiusura del mercato di quotazione   | Disponibile penultimo dato   | Dati di chiusura dei CDS e dei principali mercati di quotazione delle obbligazioni corporate  |
| Swap               | Ore 8.00 GMT per Australia, Giappone, Hong Kong e Nuova Zelanda, ore 13.00 GMT per gli altri paesi  | Disponibile ultimo dato  | Dati <i>tick by tick intraday</i> OTC dei maggiori contributor  |
| Tassi monetari     | Ore 13.00 GMT o alla chiusura del mercato di quotazione.  | Disponibile ultimo dato per le principali divise (es. Euribor), oppure disponibile penultimo dato. | Dati derivanti da fonte BBA per le principali divise, fonte FBE per l'Euribor e dai mercati interbancari locali per le rimanenti divise |
| Titoli governativi | Ore 8.00 GMT per i titoli di Australia, Giappone e Nuova Zelanda, ore 13.00 GMT per gli altri paesi | Disponibile ultimo dato  | Dati <i>tick by tick intraday</i> dei maggiori contributor  |

Tabella 2.1 Orari di rilevazione dei dati

## 2.2 ULTERIORI ELABORAZIONI DEI DATI DI INPUT

Non sempre è possibile utilizzare per la derivazione delle stime di volatilità e correlazione direttamente i dati provenienti dal mercato, dunque dai diversi data provider. Se il livello del cambio o quello di un dato indice azionario può essere immediatamente disponibile, non è così per il livello del tasso di interesse sui titoli governativi di un determinato paese ad una data scadenza, pur essendo esso implicito nei prezzi dei titoli governativi del paese considerato.

I dati relativi ad indici azionari, anche settoriali, livelli del cambio e commodity sono sottoposti ad accurato controllo ma non sono rielaborati mentre gli altri dati sono soggetti ad una preliminare elaborazione.

### 2.2.1 Tassi di interesse (Tassi monetari)

I tassi di mercato monetario che vengono scaricati quotidianamente dai Data Provider sono espressi sulla base di differenti convenzioni di calcolo dei giorni a seconda dell'area geografica a cui si riferiscono e delle prassi adottate. Ad esempio, il LIBOR (fonte BBA) relativo al dollaro americano (USD) segue una 'Day Convention' pari a ACT/360, mentre il LIBOR (fonte BBA) relativo alla sterlina inglese (GBP) segue una convenzione ACT/365. Per rendere comparabili tali tassi di interesse si è scelto di esprimerli secondo una convenzione uniforme, pari a ACT/365, attraverso una conversione semplificata per i tassi non disponibili nella convenzione ACT/365. La conversione effettuata è un'approssimazione basata su un fattore di correzione che tiene conto della differenza dei giorni della base. Ad esempio, il livello dei tassi 'ACT/360' viene moltiplicato per il rapporto 365/360 ottenendo così un tasso ACT/365 approssimato.

Quindi, qualunque tasso di interesse monetario viene uniformemente espresso come tasso zero coupon annual compound ACT/365.

### 2.2.2 Tassi di interesse (Titoli Governativi e Swap)

Per ricavare i rendimenti alle diverse scadenze riportati nella matrice RISKSize è necessario prima di tutto procedere alla derivazione della struttura a termine dei tassi zero coupon ricavabili a partire dai prezzi dei titoli osservati.

Per ciascuna curva governativa o swap (nominale) viene individuata una griglia di scadenze standard da elaborare. Tale griglia è compresa tra una scadenza minima di 3 mesi e una scadenza massima di 30 anni secondo la disponibilità dei dati.

I dati di input sono gli yield to maturity dei titoli governativi benchmark sulle diverse scadenze o i par swap rate negoziati sul mercato.

Di seguito sono descritte le elaborazioni preliminari riguardanti le curve governative e swap.

#### 2.2.2.1 Elaborazione del tasso swap a un anno

Per le principali divise (EUR, CHF, GBP, USD), viene elaborato il tasso swap zero coupon a un anno attraverso l'utilizzo dei FRA (Forward Rate Agreement). Ciò permette di ottenere un livello del tasso coerente con gli altri bucket della curva.

In pratica, per poter ricavare il tasso swap a un anno si utilizza la formula basata sull'ipotesi di assenza di arbitraggio sotto l'ipotesi del regime di capitalizzazione semplice (sia il tasso monetario che il tasso forward sono espressi come tassi semplici), ossia:

$$(1 + r_{6M}t_1)(1 + F_{6x12}t_2) = (1 + s_{1Y}t_3)$$

dove:

- $r_{6M}$  è il tasso monetario a sei mesi (ad esempio Euribor a 6 mesi)
- $F_{6x12}$  è il FRA con data iniziale posticipata a 6 mesi dalla data di cut-off e con scadenza a 12 mesi dalla data di cut-off;
- $s_{1Y}$  è il tasso swap a un anno;
- $t_1, t_2$  e  $t_3$  indicano la durata espressa in anni dei tassi  $r_{6M}$ ,  $F_{6x12}$  e  $s_{1Y}$ .

Una volta determinato il tasso swap a un anno, risolvendo la precedente formula rispetto alla variabile  $s_{1Y}$ , tale tasso viene convertito in annual compound, coerentemente con la convenzione adottata su tutti i bucket della curva.

#### 2.2.2.2 Interpolazione lineare

A partire dai dati di input, la prima fase per ricavare i tassi zero coupon, consiste nel calcolare una struttura a termine su tutti i bucket della griglia di scadenze definita in precedenza.

Tale approccio prende il nome di interpolazione. Esistono diverse metodologie per ricavare i tassi interpolati (ad esempio utilizzando un'interpolazione lineare o attraverso la costruzione di

splines aventi diverse forme funzionali). Nel caso delle curve governative e swap si è scelto di utilizzare un'interpolazione lineare. Infatti, essa consente di tracciare una curva in linea con i dati dei titoli benchmark o swap essendo questi disponibili in numero limitato e ben distribuiti in base alle diverse scadenze.

#### **2.2.2.3 Bootstrap**

Per ricavare i tassi zero coupon è possibile utilizzare diverse impostazioni: sostanzialmente la scelta di fondo consiste nell'optare tra l'utilizzo di un modello parametrico oppure utilizzare la metodologia bootstrap .

Nell'obiettivo di fornire un'informazione più neutrale possibile sulla situazione di mercato per i diversi fattori di rischio, si è evitato di scegliere arbitrariamente un modello parametrico con cui definire l'evoluzione della struttura a termine.

L'algoritmo del bootstrap consiste in un metodo iterativo che, partendo dal primo tasso disponibile, permette di ricavare tutta la struttura a termine.

#### **2.2.2.4 Spread**

Per ricavare le curve settoriali degli spread si procede, innanzitutto, alla derivazione della struttura a termine dei tassi zero coupon di ciascuna curva corporate settoriale.

Anche in questo caso, ad una prima fase di interpolazione segue quella del bootstrap necessaria per ricavare i tassi zero coupon da cui poi ottenere gli spread.

Per quanto riguarda l'interpolazione, essendo disponibili numerosi titoli con una elevata dispersione degli yield to maturity, non è conveniente utilizzare il metodo di interpolazione lineare impiegato nel caso delle curve governative e swap. A tal fine, esistono numerosi metodi di interpolazione, i quali ipotizzano innanzitutto la scelta di una forma funzionale. Quest'ultima deve essere tale da fittare bene la nuvola dei punti individuati dalla coppia yield to maturity e year to maturity dei titoli appartenenti alla curva settoriale.

Tra diverse forme funzionali proposte in letteratura, è stata scelta una forma esponenziale che rappresenta una variante del modello di Nelson & Siegel e che permette di catturare strutture a termine aventi andamento monotono, con gobba o sigmoidale ed eventuali punti di flesso presenti nella distribuzione dei titoli di una curva. Inoltre si tratta di un modello parsimonioso nei parametri.

Una volta stimati i parametri del modello si determina la struttura degli yield to maturity teorici sulle scadenze della griglia definita in precedenza.

La fase successiva consiste nell'applicare l'algoritmo di bootstrap per il calcolo dei tassi zero coupon. Tale metodo è il medesimo utilizzato per i governativi e gli swap e si rinvia pertanto al paragrafo 2.2.2.3.

Infine, per ciascun bucket rilevante, si calcola lo spread come differenza tra il valore del tasso zero coupon ricavato in precedenza e il tasso zero coupon della curva riskfree associata.

#### **2.2.2.5 Curva Financial Sub-Investment Grade**

Per l'elaborazione della curva settoriale Financial Sub-Investment Grade l'approccio standard descritto nel paragrafo precedente, basato sull'extrapolazione di una curva dei tassi zero coupon a partire dagli yield to maturity di titoli quotati, potrebbe non sempre risultare robusto. Infatti i dati relativi a questo perimetro (emittenti finanziari europei sub investment grade) risultano tra loro molto eterogenei sia in termini di rendimenti che di numerosità di titoli quotati per ciascun emittente.

Al fine di elaborare tale curva è stato quindi adottato un approccio basato su dati provenienti sia dal mercato obbligazionario sia dal mercato CDS. Questa metodologia consente di ampliare il basket degli emittenti riducendo il peso di ognuno al suo interno con conseguente aumento della diversificazione e della robustezza nel tempo.

La curva Financial Sub Investment Grade è quindi ottenuta come media di curve zero-coupon *single name* elaborate per alcuni emittenti a partire dagli yield to maturity di titoli quotati e liquidi e per altri ricavando la curva zero coupon a partire dai CDS Spread.

Nel primo caso si adotta lo stesso meccanismo previsto nelle elaborazioni delle altre curve di settore. Nel secondo caso, Il processo di costruzione della curva di riferimento da CDS prevede la stima della forma funzionale della curva zero coupon utilizzando il mercato dei credit default swap. Il processo può essere riassunto nei seguenti punti:

- a) utilizzo dei credit default swap di ciascun emittente per estrarre la probabilità di default implicita per i diversi nodi della curva;
- b) stima dei relativi tassi zero coupon su ogni scadenza a partire dalla probabilità di default implicita.

Le curve zero coupon così ottenute vengono successivamente utilizzate come constituents della curva media.

Dalla curva media zero coupon così ottenuta, come per le altre curve settoriali, si ricava lo spread come differenza tra il valore del tasso zero coupon ricavato e il tasso zero coupon della curva risk-free associata.

#### **2.2.3 Indicatori Benchmark per Fondi Comuni d'Investimento e Sicav**

I valori relativi a questo comparto, così come sono forniti dai diversi data provider, sono espressi sulla base di numeri indice; da questi sono ricostruiti i rendimenti giornalieri come logaritmo del rapporto tra i livelli di due giorni successivi. I rendimenti così calcolati sono le grandezze di base per il calcolo della volatilità di prezzo.

In questo modo risulta dunque possibile monitorare le variazioni quotidiane dell'indice volta per volta considerato. Tuttavia sorge un problema in relazione agli indici espressi sulla base di una valuta diversa dall'Euro. Infatti, la variazione di valore nella posizione che un investitore detiene su tali indici non dipende solo dalla variazione del livello nell'indice ma anche dalla variazione giornaliera del cambio.

Per tenere in considerazione questo effetto combinato (variazioni di livello + variazioni di cambio), si è deciso di convertire tutti gli indici in Euro, sulla base del cambio giornaliero. In questo modo i rendimenti, considerati come log-variazioni giornaliere dei nuovi livelli così trasformati, terranno conto congiuntamente di entrambe le variazioni e non sarà più necessario considerare separatamente la componente di rischio dovuta solamente al cambio.

Analogamente, un investitore che volesse utilizzare il dato fornito per calcolare la volatilità di una sua esposizione in valuta estera rispetto ad un determinato indice, dovrebbe preliminarmente convertire tale posizione in Euro rispetto al cambio giornaliero.

### 3 DATI DI OUTPUT

---

Per ogni fattore di rischio sono aggiornati quotidianamente livello, volatilità di prezzo, volatilità di tasso (qualora tale indicatore sia applicabile), correlazione rispetto agli altri fattori e rendimento storico dell'ultimo anno.

Segue una spiegazione dei valori di stima prodotti e dell'organizzazione dei dati nelle matrici disponibili sul sito [www.risksize.com](http://www.risksize.com).

#### 3.1 LE STIME PRODOTTE

##### 3.1.1 Il livello indicato

Il valore di livello che compare nella matrice RISKSize è di natura diversa a seconda che sia riferito ad un dato direttamente osservabile sul mercato oppure sia ricavato con successive elaborazioni.

Appartengono alla prima categoria i livelli relativi agli indici azionari, ai cambi, ai tassi di interesse del mercato monetario e alle commodity; alla seconda i tassi relativi ai titoli governativi, swap e spread settoriali rispetto alle varie scadenze. I livelli per i tassi sono espressi in valori percentuali.

##### 3.1.2 Price e Yield Volatility

Nella matrice RISKSize viene indicata, per alcuni fattori di rischio, sia la volatilità di prezzo che quella di rendimento.

E' opportuno precisare che la volatilità calcolata per ciascun fattore di rischio si basa sempre sui rendimenti, intesi come log-variazioni di livello. Tuttavia i livelli dei fattori di origine possono essere espressi rispetto a scale di misura diverse (prezzi o tassi) e questo giustifica il fatto di trovare più misure di volatilità che chiameremo price volatility e yield volatility. Solo per i fattori di rischio rappresentati da tassi di interesse e spread sono fornite entrambe le misure di volatilità, mentre per gli altri l'unica volatilità calcolata è quella di prezzo.

A titolo di esempio, si consideri un investitore esposto su un determinato tasso ad una determinata scadenza (più verosimilmente sarà esposto congiuntamente su più scadenze sulla base del profilo di flussi finanziari generati dal titolo in suo possesso, ma per semplificare supponiamo si tratti di un titolo zero coupon). Per calcolare la variazione di valore del portafoglio non è sufficiente utilizzare direttamente la variazione del tasso di interesse sulla stessa scadenza, ma è necessario risalire ai prezzi ricavabili da quel tasso. Più precisamente supponiamo sia  $Z_{10T}$  il tasso a 10 anni al tempo  $T$ ; il prezzo al tempo  $T$  di un titolo che paga 100 a scadenza (tra 10 anni) sarà quindi:

$$P_T = 100 * \frac{1}{(1 + Z10_T)^{10}}$$

Sia  $Z10_{T+1}$  il tasso a 10 anni al tempo  $T+1$ ; il valore di un titolo che paga 100 a scadenza sarà quindi:

$$P_{T+1} = 100 * \frac{1}{(1 + Z10_{T+1})^{10}}$$

A questo punto è possibile ricavare il rendimento del titolo tra i due giorni come log-variazione dei due prezzi, ossia:

$$R_{T+1} = \ln \left( \frac{P_{T+1}}{P_T} \right)$$

e sulla base di questi rendimenti stimare la volatilità con lo schema di pesi esponenziali. Questo è il valore di volatilità indicato come price volatility.

Per ragioni di completezza si fornisce anche una stima della volatilità basata sulle log-variazioni direttamente dei tassi. In tal caso, i rendimenti sono calcolati nel seguente modo:

$$\bar{R}_{T+1} = \ln \left( \frac{Z10_{T+1}}{Z10_T} \right)$$

da cui si può stimare la volatilità delle variazioni di tasso. Tale valore viene indicato come yield volatility. E' da notare che, nonostante le due grandezze seguano lo stesso andamento temporale, non sono direttamente comparabili esprimendo misure basate su elementi diversi.



### 3.1.3 Rendimenti storici

E' fornito il valore del rendimento storico percentuale sull'ultimo anno di dati, indicato alla colonna "MEAN". Tale valore viene direttamente calcolato sulla base dei livelli per fattori quali azioni, cambi, commodity e indici benchmark, mentre per titoli governativi, Swap e per i tassi del mercato monetario il rendimento comprende sia il valore di variazione del prezzo, sia il valore del rateo di interessi. Tecnicamente l'intento è quello di fornire indici Total Return e Constant Maturity. Per una descrizione più accurata dell'approccio seguito si rinvia sempre alla parte di metodologia.

### 3.1.4 Codifica dei fattori

In generale ciascun fattore di rischio presente in matrice è identificato univocamente attraverso un codice composto da due parti. La prima parte, della lunghezza di tre lettere, identifica l'area geografica di appartenenza nonché la valuta in cui vengono considerati i dati di input, mentre la seconda parte permette di identificare la tipologia del fattore di rischio.

## 3.2 LE MATRICI PRODOTTE

Giornalmente sono aggiornati i dati relativi ad ognuno dei fattori di rischio. Si rinvia al paragrafo relativo ai tempi di aggiornamento per un elenco completo delle modalità e dei tempi di rilevazione dei dati per ciascun fattore di rischio.

Le matrici prodotte si differenziano per l'orizzonte di investimento scelto, che può essere giornaliero oppure mensile. Entrambe vengono trasmesse in formato compresso per agevolarne lo scarico via Internet, secondo lo standard ZipTM.

Il nome del file si basa sulla data di riferimento della matrice nel formato anno, mese, giorno, indicato in valori numerici senza alcun carattere di interruzione intermedio. Ad esempio, la matrice con orizzonte di previsione giornaliero prodotta in data 20 gennaio 2003 e relativa alle stime aggiornate al giorno 20 gennaio 2003, sarà indicata come 20030120.zip. La matrice con orizzonte di previsione mensile viene indicata con l'aggiunta del carattere "MH" (Monthly Horizon) al nome.

Ognuno di questi file compressi contiene quindi altri due file, necessari per ricostruire la matrice di varianza-covarianza, nonché le altre informazioni aggiuntive. In un primo file sono indicate le volatilità, oltre ai livelli e rendimenti storici quando applicabili. In un secondo file sono invece indicate le correlazioni tra i fattori di rischio disposte in un'unica colonna con l'indicazione dei fattori coinvolti. Le estensioni per questi file sono differenti a seconda che la matrice abbia orizzonte giornaliero (.DVF e .DCF) oppure orizzonte mensile (.MVF e .MCF).

All'interno di ognuno di questi due file vengono riportate anche due righe di intestazione che richiamano il tipo di informazioni contenute e quindi l'elenco dei fattori di rischio ed i relativi valori di stima.

## 4 ASPETTI METODOLOGICI

### 4.1 CALCOLO DELLE VOLATILITÀ E DELLE CORRELAZIONI

#### 4.1.1 I rendimenti giornalieri

L'approccio adottato si basa sulla modellazione in ipotesi di normalità dei rendimenti dei fattori di rischio calcolati in capitalizzazione continua (rendimenti logaritmici).

L'ipotesi di normalità risulta accettabile solo se riferita ai rendimenti e non ai livelli. Si vedano a tal proposito i seguenti grafici:

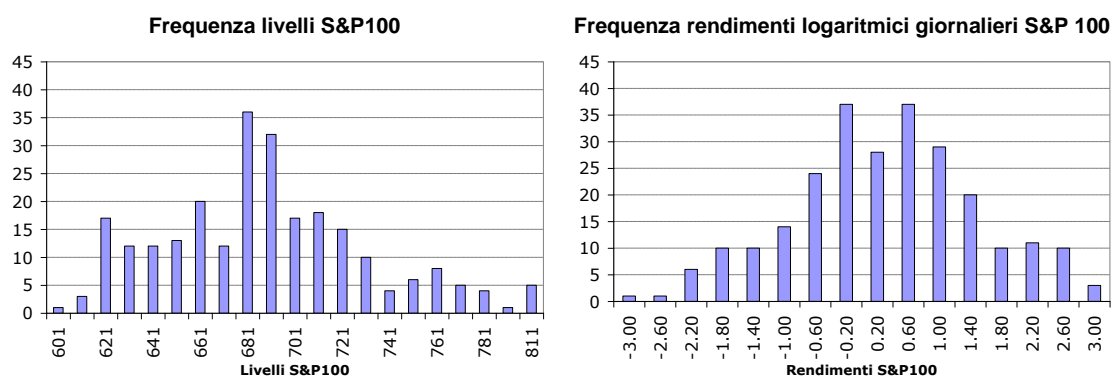


Figura 4.1 Distribuzione normale dei rendimenti

Nell'esempio riportato sono indicati gli istogrammi dei livelli giornalieri e dei rendimenti logaritmici giornalieri dell'indice S&P100 nell'anno 1999. La tipica forma "a campana" della distribuzione gaussiana è riscontrabile nella distribuzione dei rendimenti, più concentrata attorno al suo valor medio e con "code" meno spesse. L'istogramma relativo ai livelli dell'indice risente, in maniera contingente, dell'andamento crescente dell'indice durante l'anno preso in considerazione.

Tale risultato è generale sull'insieme dei fattori di rischio e rispetto a diversi orizzonti temporali. La scelta di rendimenti logaritmici (capitalizzazione continua) piuttosto che relativi (capitalizzazione composta su base annua) deriva da considerazioni pratiche. I rendimenti logaritmici permettono una facile aggregazione temporale (rendimento di periodo come somma dei rendimenti dei sottoperiodi), mentre i rendimenti relativi lo sono rispetto ad una aggregazione sulle varie componenti per uno stesso portafoglio. Al fine del calcolo di misure di rischio su diversi orizzonti temporali risulta più conveniente l'aggregazione temporale piuttosto che sul portafoglio.

#### 4.1.2 La media dei rendimenti giornalieri

Nella stima della varianza dei rendimenti di ogni fattore di rischio, come indicatore della dispersione dei rendimenti di quel fattore rispetto al loro valor medio, è necessario definire quale sia il valor medio preso come riferimento.

Il grafico seguente riporta la stima, basata su di una rolling window di 30 giorni, della media dei rendimenti giornalieri per l'indice S&P100 relativi sempre all'anno 1999. A fianco viene invece riportato l'istogramma della distribuzione complessiva di queste medie su 30 giorni.

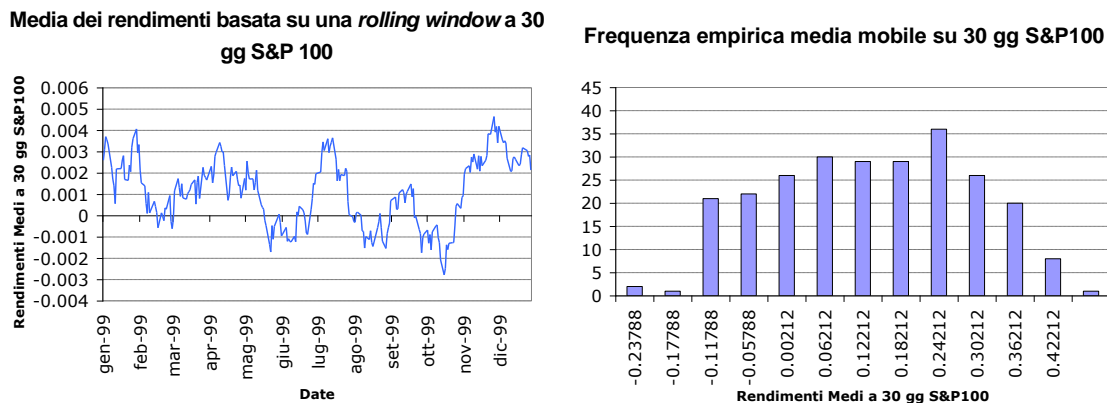


Figura 4.2 rendimenti giornalieri

Si noti come tale media oscilli attorno allo zero. Tale risultato è plausibile poiché trattandosi di rendimenti giornalieri, l'incremento di valore del relativo indice è di fatto poco percepibile in un arco di tempo così breve. In un'ottica di breve periodo, la media dei rendimenti è dominata dalla volatilità degli stessi e la sua introduzione all'interno del modello ha un effetto trascurabile. Si è scelto quindi di utilizzare un valore medio pari a zero nella stima della varianza e della correlazione.

L'effetto di questa scelta, come detto, è marginale e comunque tale da portare ad un aumento della varianza stimata specie nei periodi in cui esiste un forte effetto di trend nella serie sottostante. Infatti è sempre possibile scomporre la varianza rispetto ad una costante (in questo caso zero) come varianza effettiva più distorsione, intesa come differenza al quadrato della media effettiva della distribuzione rispetto alla costante. Quest'approccio, in primo luogo, permette di mantenere la stima più stabile nel tempo e, in secondo luogo, è in linea con un atteggiamento prudentiale opportuno qualora questi dati siano utilizzati come input ai sistemi di misurazione e controllo del rischio di mercato.

#### 4.1.3 Lo schema di ponderazione esponenziale

La scelta del numero di osservazioni e della struttura di ponderazione da utilizzare è di fondamentale importanza dal momento che tali parametri devono essere attentamente calibrati per fornire una stima che produca quotidianamente previsioni consistenti della volatilità dei diversi fattori di rischio. Infatti, tale scelta deve essere tale da adeguarsi tempestivamente alle mutevoli condizioni di mercato e al tempo stesso da garantire una certa stabilità delle stime di volatilità prodotte in modo da riflettere solo variazioni effettive nei fattori di rischio e non anche oscillazioni transitorie.

Seguendo un approccio equally weighted, che porta a ponderare tutte le osservazioni nell'arco di un dato intervallo temporale allo stesso modo, si ottiene una stima più smussata della

volatilità. Questo può rappresentare un problema in quanto si verrebbero a cogliere in ritardo gli avvenimenti che influenzano i mercati in quel momento.

Al contrario, l'utilizzo di una struttura di pesi che assegni maggiore importanza alle osservazioni recenti mentre vada via via a perdere memoria di quelle passate, potrebbe portare ad un problema di over-fitting nel senso di fornire una stima troppo legata agli avvenimenti contingenti ma poco robusta rispetto alla storia temporale del fattore di rischio considerato.

Nella matrice RISKSize si utilizza uno schema di ponderazione con pesi esponenziali e con un coefficiente diverso a seconda che si stia producendo una stima per la matrice giornaliera o per quella mensile; ciò permette di dare maggiore importanza alla storia passata quando si vuole fornire una stima mensile, mantenendo tuttavia una elevata sensibilità agli avvenimenti di mercato più recenti.

Di seguito viene rappresentata graficamente la Standard Deviation per la distribuzione dei rendimenti giornalieri calcolati sull'indice S&P100, per i mesi che vanno dall'inizio del 1999 a febbraio del 2001, già moltiplicata per il coefficiente 1.645 e considerata in termini percentuali (così come viene fornita nella matrice RISKSize). Le serie stimate si basano su uno schema di ponderazione equally weighted ed uno esponenziale. E' evidente come l'utilizzo della ponderazione esponenziale produca stime di volatilità molto più reattive agli avvenimenti di mercato.

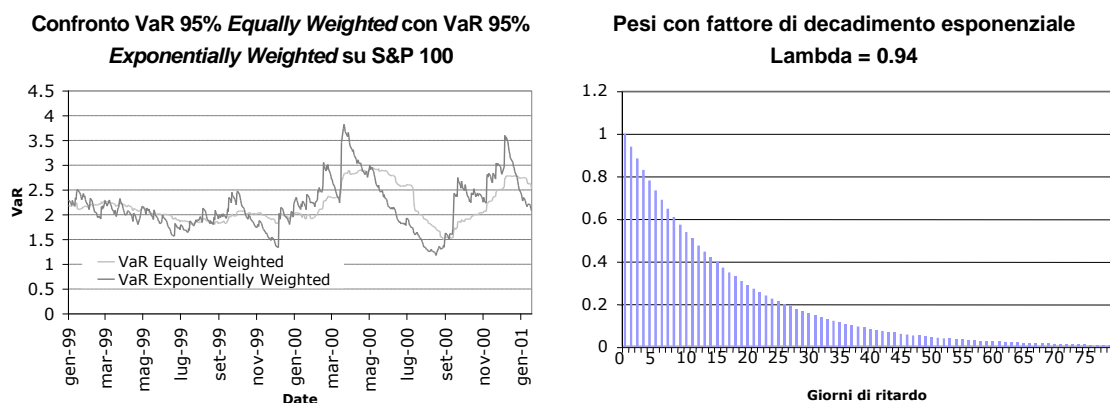


Figura 4.3 Schema di ponderazione esponenziale

Nella figura a fianco viene invece presentata la struttura di pesi esponenziali sulla base di un fattore di decadimento  $\lambda = 0.94$ , utilizzato per la matrice varianze-covarianze con orizzonte previsivo giornaliero.

In termini più rigorosi, le equazioni utilizzate per la stima della volatilità e della correlazione sono le seguenti:

- per la volatilità per ogni fattore di rischio (j):

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} r_{j,t}^2}{\sum_{t=1}^T \lambda^{t-1}}}$$

- per la covarianza tra due fattori di rischio (i, j):

$$\sigma_{i,j} = \frac{\sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} r_{i,t} r_{j,t}}{\sum_{t=1}^T \lambda^{t-1}}$$

dove, sia il fattore di decadimento esponenziale  $\lambda$ , sia il numero di osservazioni incluse nell'intervallo temporale sul quale calcolare le stime T, sono oggetto di una precisa scelta.

NB: in matrice il dato di volatilità è già moltiplicato per il quantile di ordine 0.05 di una normale standardizzata (1.645); inoltre la volatilità mensile è calcolata comunque su base giornaliera e quindi trasformata in termini mensili con la “regola della radice temporale” su 25 giorni.

Riassumendo, sia  $\sigma$  la volatilità calcolata sua base giornaliera:

|   |   |                                      |
|---|---|--------------------------------------|
| Volatilità indicata nella Matrice <b>RISKSize</b> giornaliera | → | $1.645 * \sigma_j * 100$             |
| Volatilità indicata nella Matrice <b>RISKSize</b> mensile     | → | $1.645 * \sigma_j * \sqrt{25} * 100$ |

#### 4.1.4 Metodologia di stima per gli Indici di Hedge Fund

La disponibilità di serie storiche a frequenza mensile impone un ripensamento preliminare della consistenza dell'approccio adottato prima di procedere alla stima e previsione di varianze e covarianze relativamente a tali serie utilizzando il consueto approccio EWMA.

1. innanzitutto occorre verificare che, anche alle basse frequenze, sia osservabile quell'effetto di volatility clustering che giustifica l'impiego di un approccio GARCH, che nella sua specificazione più semplice GARCH(1,1) assume la seguente forma:

$$\sigma_{t|t-1}^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1|t-2}^2$$

2. una volta appurata la presenza di un effetto GARCH, occorre valutare la possibilità di passare ad una specificazione I-GARCH (Integrated GARCH) che, in termini analitici, è esprimibile attraverso la seguente relazione:

$$\sigma_{t|t-1}^2 = (1 - \lambda) \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \lambda \cdot \sigma_{t-1|t-2}^2$$

3. infine, deve essere stimata la parametrizzazione del processo I-GARCH il quale verrà poi approssimato, in fase di stima, da un processo EWMA in varianza.

PROMETEIA ha ripercorso i passaggi logici sopra esposti per tutti i diversi indici di strategia Hedge Fund presenti in matrice appurando che, in generale, si può affermare quanto segue:

1. anche alle frequenze considerate esiste un effetto GARCH;
2. nella maggior parte dei casi tale effetto può essere ricondotto ad una specificazione I-GARCH;
3. la stima dei parametri del processo I-GARCH conduce ad un valore ottimale del parametro di decay del processo EWMA in varianza pari a 0.8.

Di seguito sono riportati, a titolo esemplificativo, i risultati ottenuti per l'indice di Hedge Fund generale relativamente al periodo dal mese di marzo 1994 al mese di giugno 2003 (110 dati mensili).

1. la tabella che segue riporta i risultati della stima di un GARCH(1,1) e, come osservato, esiste un effetto GARCH (i parametri  $\alpha$  e  $\beta$  sono significativi al 10%, al 5% e all'1%;

| <i>Dependent Variable: Hedge Fund General Index</i> |                    |                   |                     |             |
|---|--------------------|-------------------|---------------------|-------------|
| <i>Method: ML – ARCH (Marquardt)</i>                |                    |                   |                     |             |
|   | <b>Coefficient</b> | <b>Std. Error</b> | <b>z-Statistics</b> | <b>Prob</b> |
| C   | 1.62E-06           | 1.64E-05          | 0.10                | 0.92        |
| $\alpha$  | 0.29               | 0.10              | 2.96                | 0.00        |
| $\beta$   | 0.76               | 0.06              | 12.38               | 0.00        |
| <i>Log likelihood</i>                               | 246.62             |                   |                     |             |

*Tabella 4.1* Stima del decay factor per gli indici di hedge funds mensili

2. appurata l'esistenza di un effetto GARCH si procede alla stima di un I-GARCH. I risultati sono riepilogati nella tabella seguente;

| <b>Modello I-GARCH: Test di Wald per la verifica della non stazionarietà del modello GARCH</b> |                      |           |      |
|--|----------------------|-----------|------|
| <i>Null Hypothesis:</i>  | C = 0                |           |      |
|  | $\alpha + \beta = 1$ |           |      |
| <i>Chi-square</i>  | 1.06                 | P – Value | 0.59 |

*Tabella 4.2* Test di Wald

Poiché i risultati ottenuti confermano la validità della specificazione I-GARCH si può procedere ad una stima vincolata del modello per giungere a stabilire il valore del parametro  $\beta$

che può essere interpretato come il decay factor ottimale da utilizzare nella ponderazione esponenziale.

3. in base alla stima effettuata si ottiene un valore del decay factor pari a 0.8. Nella successiva tabella sono riportati i risultati di tale stima.

| Stima del modello vincolato sulla serie Hedge Fund Index generale,<br>110 dati mensili |           |           |          |
|--|-----------|-----------|----------|
| Mean log-likelihood  |           | -10.5243  |          |
| Parameters   | Estimates | Std Error | Gradient |
| $\alpha$   | 0.20      | 0.05      | -0.31    |
| $\beta$  | 0.81      | 0.05      | -0.31    |

Tabella 4.3 Stima del modello di regressione

#### 4.1.5 Trattamento dei dati mancanti

Il problema del trattamento dei dati mancanti risulta un aspetto delicato nel determinare la qualità delle stime di volatilità e correlazione prodotte con la metodologia precedentemente descritta.

Può accadere infatti che per ragioni diverse possano non essere disponibili i rendimenti di uno o più giorni anche consecutivi.

Tale problema è ancora più evidente se si considera che un dato mancante rispetto ai livelli dei prezzi, si traduce in un doppio dato mancante sui rendimenti. Inoltre, nel computo delle correlazioni i dati mancanti di un singolo asset impediscono di utilizzare anche quelli eventualmente disponibili per altri fattori di rischio.

La soluzione RISKSize consiste nel rimanere neutrali in presenza di dati mancanti, evitando in condizioni standard di rimpiazzare il dato mancante attraverso l'utilizzo di un qualsiasi algoritmo di stima. E' inevitabile, infatti, che tali algoritmi si basino su ipotesi sul modello generatore dei dati che avrebbe dovuto produrre l'informazione mancante, e questo inevitabilmente inficia la robustezza e la neutralità della stima prodotta. Preso atto della "mancanza di informazione" per quel determinato asset ed a quella determinata data, si stimano volatilità e correlazioni sulla base delle osservazioni effettivamente disponibili, riscalande la struttura di pesi esponenziali in modo opportuno. Solo nel caso in cui l'assenza di informazioni sia di particolare rilevanza (come è stato per esempio per il mercato statunitense nella settimana seguente all'11 Settembre 2001) PROMETEIA procede alla sostituzione dei dati mancanti utilizzando algoritmi del tipo EM .

#### 4.1.6 Lo sfasamento temporale nei dati

Il problema della non sincronia dei dati rilevati giornalmente è di particolare rilevanza nella stima della struttura di correlazione tra diversi fattori di rischio.

Per motivi riconducibili sia ai diversi orari di chiusura dei vari mercati, sia ai diversi fusi orari, l'istante di rilevazione del dato di chiusura su diverse borse può essere sfasato anche di molte ore. Questo ha in generale l'effetto di determinare una sottostima della correlazione, in quanto il mercato che chiude più tardi può nel frattempo essersi mosso in maniera indipendente dal valore di chiusura del mercato già chiuso.

Nell'arco della giornata lavorativa si succedono diverse chiusure ed aperture nei vari mercati, con quelli dell'Est Asiatico che addirittura aprono quando, rispetto al GMT, è ancora il giorno precedente e chiudono quando i mercati europei ed americani devono ancora aprire (in particolare questo accade per Australia e Giappone).

Per esemplificare, è plausibile che il dato di chiusura del mercato australiano o giapponese influenzi il dato di apertura dei mercati europei, come pure che il dato di chiusura di questi mercati a sua volta influenzi quello di chiusura del mercato americano. In maniera simmetrica, il dato di chiusura di oggi del mercato americano influenzerà l'apertura dei mercati asiatici di domani, con un effetto in qualche modo circolare.

Di tutto ciò si tiene conto nella stima della matrice di correlazione modellando questi effetti attraverso sistemi di equazioni con variabili latenti ; la soluzione proposta consiste nell'aumentare la correlazione simultanea calcolata rispetto ai dati disponibili con la correlazione calcolata rispetto ai dati ritardati di un giorno, avendo l'accortezza di considerare correttamente l'effetto di trasmissione dell'informazione dal mercato che chiude prima verso quello che chiude dopo. Nell'esempio precedente andrà considerata in termini ritardati la correlazione del dato giornaliero dell'Australia rispetto al dato ritardato di un giorno dell'America, e così via.

Nella tabella che segue, si riportano le correlazioni simultanea e ritardata fra i rendimenti giornalieri dell'indice azionario giapponese (NIKKEI 225) e dell'indice azionario americano (S&P 100). Tali indici, indicati come JPY.SE e USD.SE, vengono rilevati giornalmente in due istanti temporali distanti 14 ore l'uno dall'altro. Ciò fa sì che, mentre l'esperienza diretta ci porta a ritenere che la correlazione tra questi due fattori di rischio sia significativamente superiore a zero, l'analisi dei dati conduce a risultati come quelli riportati nella tabella che segue.

| Fattori di rischio               | Tipologia di Correlazione stimata | Valore della stima |
|----------------------------------|-----------------------------------|--------------------|
| JPY.SE( $t$ ) vs USD.SE( $t$ )   | Correlazione simultanea           | -0.12              |
| JPY.SE( $t$ ) vs USD.SE( $t-1$ ) | Correlazione ritardata 1 giorno   | 0.58               |
| JPY.SE( $t-1$ ) vs USD.SE( $t$ ) | Correlazione ritardata 1 giorno   | -0.01              |

*Tabella 4.4 Correlazioni matrice (elaborazioni effettuate con dati dal 24/6/2002 al 25/09/2002)*



Mentre la correlazione simultanea risulta addirittura negativa, la correlazione calcolata ritardando di un giorno il dato americano è addirittura superiore al 50%, proprio in ragione delle 14 ore di ritardo con le quali viene rilevato il dato su USD.SE.

In base a questo tipo di considerazioni, tutti i fattori di rischio vengono mappati sulla base dell'ora di rilevazione del dato e, nel calcolo della correlazione fra ciascuna coppia di fattori, vengono calcolate sia la covarianza simultanea che quella ritardata. Quindi si procede a combinare le due utilizzando un opportuno coefficiente di ponderazione.

Questa operazione risulta tuttavia particolarmente delicata in quanto, nel momento in cui si va a correggere la struttura della matrice di correlazione andandone ad aumentare arbitrariamente alcuni valori, non si è più sicuri di preservarne la coerenza interna, ed in particolare la semi-definitezza positiva.

Ecco quindi che il coefficiente di ponderazione viene scelto opportunamente in modo da garantire una struttura interna coerente nella stima della matrice di correlazione.

## 4.2 CALCOLO DEI RENDIMENTI STORICI

Una delle stime presenti nella matrice RISKSize consiste nel rendimento storico dei diversi fattori di rischio nel corso dell'ultimo anno. Tale rendimento viene espresso come rendimento relativo su base percentuale.

Il periodo di computo si riferisce ad un anno di dati, 365 giorni sulla base del calendario civile (o 366 nel caso di anni bisestili), a partire dalla data di riferimento della matrice prodotta, contemplando tuttavia un certo margine di tolleranza sia nel recuperare il valore storico più vecchio sia quello più recente.

Supponiamo ad esempio che la matrice di riferimento sia quella in data 13/11/2001. I rendimenti sono quelli effettivamente realizzati dalla data del 13/11/2000. Bisogna tuttavia considerare l'eventualità che qualcuno dei prezzi richiesti non sia disponibile rispetto ad una delle due date considerate. In questo caso si è scelto comunque di pubblicare il rendimento se esiste il prezzo per quel fattore in una data sufficientemente vicina a quella di interesse, sulla base di una tolleranza di 15 giorni (business calendar) per la data più vecchia, e di 10 giorni (sempre business calendar) per quella più recente.

In questo esempio ciò significa che in mancanza dell'ultimo dato per il 13/11/2001 verrebbe considerato eventualmente il dato del giorno prima, 12/11/2001 e, se ancora non disponibile, quello del giorno prima ancora fino a raggiungere la tolleranza di massimo 10 giorni. Nel caso della data iniziale, se il dato del 13/11/2000 non fosse disponibile, si andrà ad utilizzare quello del giorno successivo, 14/11/2001 e via così fino a violare la tolleranza di 15 giorni.

Se, nonostante la tolleranza indicata, non fosse disponibile alcun dato per il calcolo dei rendimenti, si procede ad indicare in matrice il valore di default "NC" (not calculated).

La metodologia utilizzata per il calcolo del rendimento storico si differenzia per quei fattori rappresentati da tassi (quindi titoli Governativi, Swap o tassi del mercato monetario) per i quali è necessario inglobare sia il rendimento derivante dalle variazioni di prezzo, sia il rateo di interessi dovuto per il possesso stesso dello strumento anch'esso variabile nel tempo a causa delle variazioni della curva dei tassi di riferimento.

Per cogliere correttamente il rendimento di questi fattori è necessario costruire un indice total return che inglobi giorno per giorno entrambe le componenti. Gli indici così calcolati sono per definizione indici constant maturity ed indicano il rendimento di un investitore che acquisti un titolo zero coupon con una certa scadenza, lo detenga per un giorno, ed il giorno successivo lo vada a rivendere realizzando il suo nuovo valore di mercato, andando quindi a replicare tale strategia durante tutto l'anno di riferimento.

In sintesi tale indice viene calcolato come segue: definito  $P_T$  il prezzo di uno zero coupon bond con scadenza 1 anno, sulla base del tasso spot ad un anno  $r_T$ , possiamo ricavare tale prezzo come:

$$P_T = \frac{1}{(1 + r_T)^1}$$

Il giorno successivo ipotizziamo di vendere quello stesso titolo al nuovo prezzo di mercato dove bisognerà scontare la variazione di prezzo dovuta al fatto che è trascorso un giorno, e quella dovuta alla possibile variazione del tasso di mercato. Il nuovo tasso di mercato utilizzato sarà quello della curva spot all'epoca  $T+1$ , per titoli zero coupon sintetici che scadono tra 364 giorni civili. In generale tale tasso può essere ben approssimato da quello spot ad un anno, quindi  $r_{T+1}$ . Il nuovo prezzo diventa quindi:

$$\bar{P}_{T+1} = \frac{1}{(1 + r_{T+1})^{\frac{364}{365}}}$$

Il rendimento in capitalizzazione continua di tale operazione sarà quindi calcolabile come:

$$R_{T+1} = \log\left(\frac{\bar{P}_{T+1}}{P_T}\right)$$

E' facile ricavare come tale rendimento possa essere scomposto in una componente di rendimento in conto capitale ed una di rendimento per il rateo di interessi. Sia infatti  $P_{T+1}$  il prezzo

$$R_{T+1} = \log\left(\frac{P_{T+1}}{P_T}\right) + \left(\frac{1}{365}\right) \log(1 + r_{T+1})$$

di uno zero coupon bond valutato in epoca  $T+1$  con scadenza ad un anno, il rendimento precedente può essere scomposto come:

dove la prima componente è quella derivante dalla variazione in conto capitale per uno zero coupon bond ad un anno e la seconda rappresenta il rateo di interessi in capitalizzazione continua realizzato in un giorno di possesso del titolo stesso.

I rendimenti giornalieri in capitalizzazione continua vengono sommati tra di loro (sono consistenti rispetto ad aggregazioni temporali) in modo da ricavarne il rendimento annuo, e quindi convertiti in capitalizzazione composta annua ed espressi su base percentuale.