

# Grundlagen der Regelungstechnik

## Kapitel 5: Regler

Tom P. Huck

Externer Dozent DHBW Karlsruhe

November 16, 2022

# Was Sie bisher gelernt haben:

- ▶ Systeme mittels verschiedener Beschreibungsformen beschreiben:
  - ▶ DGL
  - ▶ Sprungantwort
  - ▶ Übertragungsfunktion
  - ▶ Bode-Diagramm
  - ▶ Ortskurve
- ▶ Parameter von Systemen bestimmen.
- ▶ Systemeigenschaften (insbes. Stabilität) analysieren

# In diesem Kapitel lernen Sie:

- ▶ Welche Arten von Reglern es gibt
- ▶ Wie man einen geeigneten Regler auswählt
- ▶ Wie man die Parameter eines Reglers bestimmt

# Wiederholung: Was ist ein Regler?

- ▶ Ein Regler hat die Aufgabe, über ein sog. Stellglied ein dynamisches System so zu beeinflussen, dass es ein gewünschtes Verhalten erfüllt.
- ▶ Ein Regler implementiert eine Berechnungsvorschrift, die auf Basis der aktuellen Soll- und Istwerte (bzw. auch vergangener Soll- und Istwerte) eine geeignete Stellgröße berechnet.
- ▶ Ein Regler kann auf verschiedenste Arten (mechanisch, elektronisch analog, elektronisch digital) realisiert werden. Die konkrete Realisierung ist für uns aber unerheblich, da wir nur die abstrakte Berechnungsvorschrift betrachten.

# Reglerarten

Es existieren verschiedenste Arten von Reglern:

- ▶ Proportionalregler (P-Regler)
- ▶ Integralregler (I-Regler)
- ▶ Differentialregler (D-Regler)
- ▶ Kombinationen aus P-, I- und D-Regler (PID-Regler)
- ▶ Zustandsregler
- ▶ Adaptive Regler
- ▶ Modellprädiktive Regler
- ▶ u.v.m.

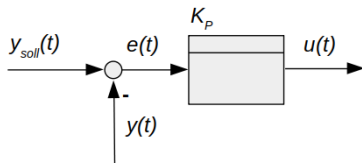
In diesem Kapitel der Vorlesung werden zunächst P-, I- und D-Regler bzw. Kombinationen davon behandelt. Die Übrigen Regler werden Sie in Kapitel 7 (fortgeschrittene Regelverfahren) kennenlernen.

# P-Regler

Der Proportionalregler (P-Regler) ist der einfachste Reglertyp. Er gibt eine Stellgröße aus, die aktuellen Regeldifferenz  $e(t)$  proportional ist:

$$u(t) = K_P \cdot e(t)$$

mit:  $e(t) = y_{soll} - y(t)$  (Regeldifferenz)

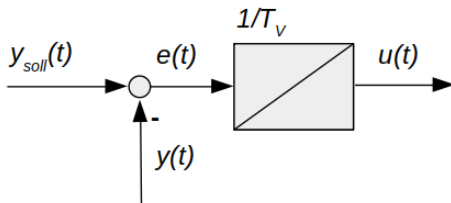


# I-Regler

Der Integralregler (I-Regler) integriert den Regelfehler über die Zeit auf und gibt den Wert des Integrals als Stellgröße aus:

$$u(t) = \frac{1}{T_n} \int_0^t e(\tau) d\tau$$

$T_V$  ist ein Parameter, über den eingestellt werden kann, wie schnell die Integration erfolgt. Je kleiner  $T_V$ , desto schneller (und stärker) reagiert der Regler.

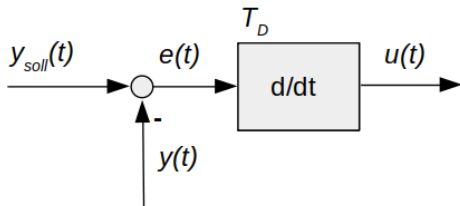


# D-Regler

Der Differentialregler (D-Regler) berechnet die Ableitung des Regelfehlers über die Zeit auf und gibt den Wert der Ableitung als Stellgröße aus:

$$u(t) = T_v \cdot \frac{e(t)}{dt}$$

$T_D$  ist ein Parameter, über den eingestellt werden kann, wie stark die Differentiation erfolgt. Je größer  $T_D$ , desto stärker reagiert der Regler.





# PID-Regler (1)

Kombiniert man P-, I-, und D-Regler, erhält man einen sog. PID-Regler:

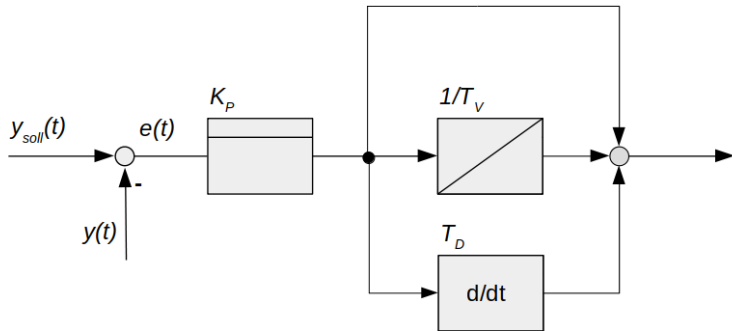
$$u(t) = K_P \cdot \left( e(t) + \frac{1}{T_n} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_v \cdot \frac{d}{dt} e(t) \right)$$

Je nach Anwendungsfall müssen nicht immer alle drei Anteile des PID-Reglers vorhanden sein (es gibt z.B. auch PD- oder PI-Regler).

**Aufgabe:** Skizzieren Sie das Strukturbild des PID-Reglers!

# PID-Regler (2)

**Lösung:**



# Übertragungsfunktionen der Regler

Sie haben auf den vorigen Folien die Berechnungsvorschriften für P-, I-, D- und PID-Regler kennengelernt:

- ▶ P:  $u(t) = K_P \cdot e(t)$
- ▶ I:  $u(t) = \frac{1}{T_V} \int_0^t e(\tau) d\tau$
- ▶ D:  $u(t) = T_D \cdot \frac{e(t)}{dt}$
- ▶ PID:  $u(t) = K_P \cdot \left( e(t) + \frac{1}{T_V} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \cdot \frac{d}{dt} e(t) \right)$

**Frage:** Wie lauten die zugehörigen Übertragungsfunktionen in der Form?

Hinweis: Die Übertragungsform eines Reglers in der Form  $R(s) = \frac{U(s)}{E(s)}$  angegeben, wobei  $U(s)$  die Laplace-Transformierte der Stellgröße und  $E(s)$  die Laplace-Transformierte des Regelfehlers ist.

# Vorgehensweise beim Reglerentwurf

1. Auswahl eines geeigneten Reglertyps (z.B. P-, PD, oder PID-Regler).
2. Bestimmung geeigneter Reglerparameter (z.B. Anhand von Einstellregeln → dazu später mehr!)
3. Berechnung des offenen ( $F_O(s)$ ) und geschlossenen ( $F_G(s)$ ) Regelkreises.
4. Analyse des geregelten Systems (Stabilität, Schnelligkeit, etc...). Dies ist auf versch. Arten möglich:
  - ▶ Rechnerisch,
  - ▶ In Simulation,
  - ▶ Durch realen Versuch.
5. Zurück zu Schritt 1 oder 2, sofern die gewünschten Eigenschaften nicht erfüllt sind (Iterativer Prozess).

# Auswahl des Reglertyps

Für die Auswahl eines geeigneten Reglertyps gibt es kein Patentrezept. Oft geschieht die Auswahl auf Basis von Erfahrungen und Erprobung in Simulation/Realität ("Trial and Error"). Es gibt allerdings für grundlegende Charakteristiken, an denen man sich orientieren kann.

# Charakteristik P-Anteil

- ▶ Das P-Glied verändert das Stellsignal proportional zur Regeldifferenz. Die P-Reglerstrategie ist: Je größer die Regelabweichung ist, umso größer muss die Stellgröße sein.
- ▶ Durch den Verstärkungsfaktor  $K_P$  kann die Regelgeschwindigkeit eingestellt werden (je höher, desto schneller).
- ▶ Ein hoher Verstärkungsfaktor kann zur Instabilität des Regelkreises und/oder zu Schwingungen führen.
- ▶ Ein P-Glied allein kann die Regeldifferenz nicht vollständig auf 0 ausregeln<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Es sei denn, die Strecke an sich besitzt selbst bereits ein integrierendes Verhalten (I-Glied)

# Charakteristik I-Anteil

- ▶ Das I-Glied integriert die Regeldifferenz, so dass bei konstanter Regeldifferenz das Ausgangssignal des Reglers stetig ansteigt. Die I-Reglerstrategie ist: Solange eine Regelabweichung auftritt, muss die Stellgröße verändert werden.
- ▶ Bei einem I-Glied wird deshalb die Regeldifferenz immer ausgegelt.
- ▶ I-Glieder führen bei Regelkreisen leicht zu Instabilitäten.

# Charakteristik D-Anteil

- ▶ Das D-Glied differenziert die Regeldifferenz.
- ▶ Durch die Betrachtung der Änderung des Signals wird ein zukünftiger Trend berücksichtigt. Die D- Reglerstrategie ist: Je stärker die Änderung der Regelabweichung ist, desto stärker muss das Stellsignal verändert werden.
- ▶ D-Glieder verbessern gewöhnlich die Regelgeschwindigkeit und die dynamische Regelabweichung.
- ▶ D-Glieder verstärken besonders hochfrequente (verrauschte) Anteile des Eingangssignals. Dies erhöht die Neigung zu Schwingungen.



# Wahl der Reglerparameter

Für die Wahl der Reglerparameter gibt es verschiedene Vorgehensweisen:

- ▶ Anhand mathematischer Einstellregeln (z.B. Betragsoptimum, Symmetrisches Optimum).
- ▶ Experimentell (anhand heuristischer Einstellregeln).
- ▶ Numerisch (in Simulation).

Es folgen einige Beispiele für jeden der drei Ansätze.

# Mathematische Einstellregeln

Einige Arten von Regelstrecken kommen in der Regelungstechnik immer wieder vor. Zu den häufig vorkommenden Streckentypen zählen z.B.:

- ▶  $PT_1$ -Glied
- ▶  $PT_2$ -Glied
- ▶ etc.

Für diese Typen von Regelstrecken gibt es bereits bekannte Einstellregeln, die mathematisch als Formel angegeben werden. Man findet diese in Tabellen in der Fachliteratur (z.B. O. Föllinger, "Regelungstechnik").

## $PT_1$ -Glieder (1)

Das  $PT_1$ -Glieder (auch "Verzögerungsglied erster Ordnung" oder  $VZ_1$ -Glieder genannt) beschreibt ein Streckenverhalten, bei der die Regelstrecke der Stellgröße mit Verzögerung folgt. Das Systemverhalten wird durch eine DGL 1. Ordnung beschrieben:

$$T \cdot \dot{y}(t) = -y(t) + k \cdot u(t)$$

$PT_1$  Glieder kommen in der Praxis häufig vor, wenn Energiespeichernde Elemente (z.B. mech. Masse, el. Spule, etc.) in Kombination mit dissipierenden Elementen (z.B. Reibungsverluste, el. Widerstand) auftreten.

**Aufgabe:** Geben Sie die Übertragungsfunktion des  $PT_1$ -Glieds an!

## $PT_1$ -Glieder (2)

Übertragungsfunktion des  $PT_1$ -Glieds:

$$G(s) = \frac{k}{s \cdot T + 1}$$

Dabei nennt man  $T$  die **Zeitkonstante**. Sie gibt an, bis zu welcher Zeit der Ausgang des  $PT_1$ -Glieds  $1 - \frac{1}{e} \approx 63\%$  der Eingangsgröße erreicht hat.

Der Faktor  $k$  ist die sog. **stationäre Verstärkung**. Er gibt an, welcher Anteil der Eingangsgröße dauerhaft erreicht wird (z.B.  $k = 0.8$ : Am Ausgang stellen sich 80% der Eingangsgröße ein)

## $PT_2$ -Glieder (1)

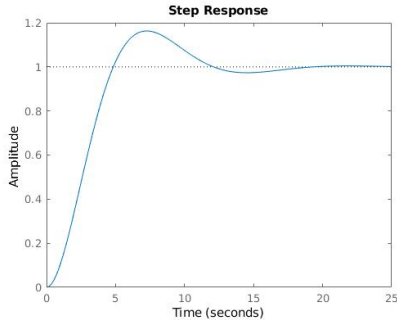
Das  $PT_2$ -Glieder ("Verzögerungsglied zweiter Ordnung" oder  $VZ_1$ -Glieder) beschreibt ebenfalls ein Streckenverhalten, bei der die Regelstrecke der Stellgröße mit Verzögerung folgt. Im Unterschied zum  $PT_1$ -Glieder sind beim  $PT_2$ -Glieder jedoch u.U. auch Schwingungen möglich. Die allgemeine DGL eines  $PT_2$ -Gliers lautet:

$$T^2 \ddot{y}(t) + 2dT\dot{y}(t) + y(t) = k \cdot u$$

Hierbei gibt  $k$ , wie auch beim  $PT_1$ -Glieder, die stationäre Verstärkung an.

## $PT_2$ -Glieder (2)

$PT_2$  Glieder kommen in der Praxis z.B. dann vor, wenn mehrere Energiespeichernde Elemente (z.B. Kondensator und Spule) in Kombination auftreten. Die Energie kann dann zwischen den Speicherlementen hin- und her pendeln, wodurch Schwingungen entstehen können (z.B. el. Schwingkreis).



Die Sprungantwort eines  $PT_2$ -Glieder enthält Schwingungen, wenn  $d < 1$  ist.

## $PT_2$ -Glieder (3)

**Aufgabe:** Geben Sie die Übertragungsfunktion des  $PT_2$ -Glieds an!

# Mathematische Einstellregeln

Im folgenden werden beispielhaft zwei Einstellregeln gezeigt. Diese können sowohl auf  $PT_1$ , also auch auf  $PT_2$ -Regelstrecken (sowie auch Verzögerungsglieder höherer Ordnung) angewendet werden.

- ▶ Betragsoptimum
- ▶ Symmetrisches Optimum



# Betragsoptimum

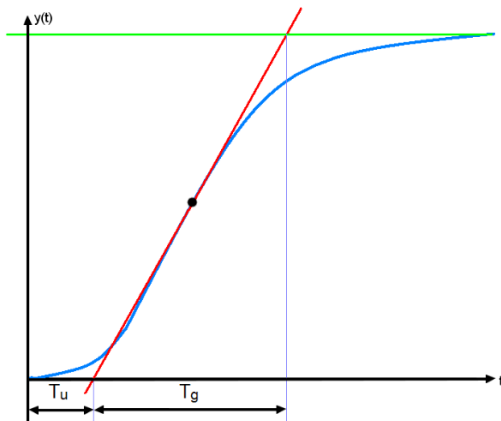
s. Beiblatt 1

# Symmetrisches Optimum

s. Beiblatt 2

# Heuristische Einstellregeln (1)

## Einstellregeln nach Ziegler und Nichols



Bildquelle: [https://www.inf.tu-dresden.de/content/institutes/iai/tis-neu/lehre/archiv/folien.ws\\_2011/Vortrag\\_Postel.pdf](https://www.inf.tu-dresden.de/content/institutes/iai/tis-neu/lehre/archiv/folien.ws_2011/Vortrag_Postel.pdf) Ablesen von  $T_u$ ,  $T_g$ .

# Heuristische Einstellregeln (2)

Einstellung der Reglerparameter auf Basis von  $T_u$ ,  $T_g$

Reglertyp	$K_P$	$T_n$	$T_v$
P	$\frac{T_g}{k \cdot T_u}$	-	-
PI	$0.9 \frac{T_g}{k \cdot T_u}$	$3.33 T_u$	-
PID	$1.2 \frac{T_g}{k \cdot T_u}$	$2 T_u$	$0.5 T_u$

# Numerisch (in Simulation)

Sei  $\underline{\theta}$  der Vektor der Reglerparameter und  $J(\underline{\theta})$  ein vom Anwender bestimmtes Kriterium  $J$ , welches minimiert werden soll (z.B. Stellaufwand, Regelabweichung, Überschwingweite, etc., s. Kapitel 4).

Die Wahl der Parameter erfolgt dann wie folgt:

$$\underline{\theta} = \operatorname{argmin} J(\underline{\theta})$$

Da  $J(\underline{\theta})$  in diesem Fall keine mathematische Funktion ist, sondern aus der Simulation gewonnen wird, muss ein Such- bzw. Optimierungsalgorithmus verwendet werden, der iterativ das Minimum bestimmt<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup>Für bestimmte Arten von Systemen und Gütekriterien ist auch eine direkte mathematische Lösung möglich (LQR-Regler). Dies wird in Kapitel 7 behandelt.

# Numerisch (in Simulation)

Vorgehensweise zur iterativen Parameterbestimmung:

1. Wähle initiale Parameterkombination  $\underline{\theta}$
2. Simuliere Systemverhalten mit gewählter Parameterkombination
3. Berechne  $J(\underline{\theta})$  aus der Simulation
4. Gebe  $J$  an Suchalgorithmus und erhalte neues  $\theta$
5. Solange Abbruchkriterium nicht erfüllt: Weiter bei Schritt 2

Abbruchkriterium kann z.B. die Konvergenz des Algorithmus oder das Erreichen einer festgelegten Anzahl von Iterationen sein.