Grundlagen der Regelungstechnik
Kapitel 2: Parameteridentifikation

Tom Huck

DHBW Karlsruhe

WS 2025

Hinweis zum Urheberrecht

Dieser Foliensatz enthält ggf. fremde Abbildungen die zum Zwecke der Lehre wiederverwendet werden. Die Verwendung dieser Inhalte geschieht mit Zustimmung der jeweiligen Rechteinhaber oder unter der Ausnahmeregelung für Unterricht und Lehre gemäß §60a UrHRG. Fremde Abbildungen sind mit einer Quellenangabe gekennzeichnet.

Einführung (1)

Sie kennen bereits die Beschreibung von Regelstrecken durch Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} y^{(n)} = & \, a_{(n-1)} \cdot y^{(n-1)} + ... + a_2 \cdot \ddot{y} + a_1 \cdot \dot{y} + a_0 \cdot y \\ & + b_m \cdot u^m + ... + b_2 \ddot{u} + b_1 \dot{u} + b_0 \cdot u \end{aligned} \tag{1}$$

Oft sind jedoch die **Parameter** der Differentialgleichung (hier: a_i, b_i) **nicht bekannt**.

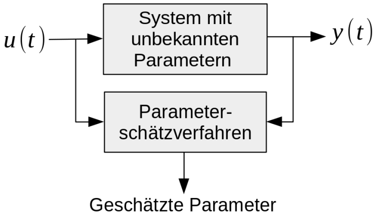
Mögliche Gründe:

- Parameter wurden theoretisch errechnet und stimmen nicht mit der Praxis überein
- Die Parameter haben sich über die Zeit langsam verändert ("Parameterdrift")
- Das System unterliegt produktionsbedingen Streuungen

Einführung (2)

Parameter sind oft nur mit großem Aufwand oder überhaupt nicht direkt messbar.

Man muss also die Parameter (zumindest näherungsweise) **aus Eingangs- und Ausgangsgrößen berechnen**.



Dies bezeichnet man als **Parameteridentifikation** bzw. **Parameterschätzung**.

Verfahren zur Parameteridentifikation (1)

Verfahren zur Parameteridentifikation werden wie folgt unterschieden:

- Nach **Linearität**: Ist das System linear oder nichtlinear in den Parametern?
- Nach **Zeitpunkt** der Schätzung: Werden die Parameter während des laufenden Betriebs geschätzt ("Online-Schätzung") oder werden Messwerte aufgezeichnet und die identifikation erfolgt danach ("Offline-Schätzung")?
- Nach dem zum Einsatz kommenden **Algorithmus** bzw. **Schätzverfahren**.

Verfahren zur Parameteridentifikation (2)

Wir werden uns hier auf **lineare Verfahren** beschränken und die folgenden zwei Verfahren näher kennenlernen:

- **Least-Squares** Schätzung (Offline)
- **Rekursive Least-Squares** Schätzung (Online)

Linearität in Parametern

Sie kennen den Begriff Linearität bereits aus LTI-Systeme.

Übertragen auf Parameter bedeutet dies, dass die Parameter nur als Linearkombination auftreten dürfen, aber nicht...

- ...innerhalb nichtlinearer funktionen (z.B. Wurzel, Potenz)
- ...als Produkt/Quotient mit anderen Parametern

Wenn Systeme nichtlinear in ihren Parametern sind, lässt sich in vielen Fällen durch Substitution Abhilfe Schaffen.

Grundansatz der linearen Parameteridentifikation (1)

Wir betrachten ein System mit den zeitveränderlichen Größen u und y[1]:

$$\begin{aligned} y^{(n)} = a_{(n-1)} \cdot y^{(n-1)} + ... + a_2 \cdot \ddot{y} + a_1 \cdot \dot{y} + a_0 \cdot y \\ + b_m \cdot u^m + ... + b_2 \ddot{u} + b_1 \dot{u} + b_0 \cdot u \end{aligned} \tag{2}$$

Wir nehmen an, dass y, u, und deren Ableitungen mess- bzw. bestimmbar sind. Zur Vereinfachung der Schreibweise fassen wir die Parameter a_i, b_i in einem Vektor $\underline{\theta}$ und die Werte für $u^{(m)}, ..., \dot{u}, u, y^{(n-1)}, ..., \dot{y}$ in einem Vektor $\underline{m}$ und zusammen. So vereinfacht sich (2) zu:

$$y = \theta_1 \cdot m_1 + \theta_2 \cdot m_2 + ... + \theta_q \cdot m_q = \underline{\theta}^T \cdot \underline{m} \tag{3}$$

Wir nennen diese Gleichung *Messgleichung*. Ziel ist nun, einen geschätzten Parametervektor $\hat{\underline{\theta}}$ zu finden, sodass:

$$\underline{\theta} \approx \hat{\underline{\theta}}$$

[1] Anmerkung: Für die folgenden Rechnungen ist nicht weiter wichtig, welche der beiden Größen Ein- und Ausgangsgröße ist - wichtig ist nur, dass sie messbar sind!

Grundansatz der linearen Parameteridentifikation (2)

Wir regen das System mit einer geeigneten Eingangsgröße an und machen $p \in \mathbb{N}$ Messungen zu verschiedenen Zeitpunkten:

$$\underline{m}_1^T \underline{\theta} = y_1$$

$$\vdots$$

$$\underline{m}_p^T \underline{\theta} = y_p$$

$\underline{m}_1^T \ldots \underline{m}_q^T$ werden zu einer Matrix $\underline{M}$ und $y_1, \ldots, y_q$ zu einem Vektor $\underline{y}$ zusammgengefasst:

$$\begin{pmatrix} m_{11} & \ldots & m_{1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{p1} & \ldots & m_{pq} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_p \end{pmatrix} \tag{4}$$

Oder kurz:

$$\underline{M} \cdot \underline{\theta} = \underline{y} \tag{5}$$

Aufgabe: Parameteridentifikation Motorstromkreis (1)

Rückblick: Betrachten Sie noch den einmal Motorstromkreis aus Kapitel 1:

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \tag{6}$$

Nach Anlegen einer Spannung von 12V werden zu zwei verschiedenen Zeitpunkten folgende Werte gemessen (Einheiten werden hier zur Vereinfachung weggelassen):

Zeitpunkt t_1: $u(t_1) = 12;\ i(t_1) = 1;\ \frac{di(t)}{dt}(t_1) = 20$
Zeitpunkt t_2: $u(t_1) = 12;\ i(t_1) = 6;\ \frac{di(t)}{dt}(t_1) = 0$

Stellen Sie für diese Messung eine Gleichung gemäß Gleichung (5) auf und bestimmen Sie den Parametervektor!

Lösung: Die Parameter sind offensichtlich R und L, also:

$$\underline{\theta} = \begin{pmatrix} R \\ L \end{pmatrix}$$

Somit muss auch folgendes gelten:

$$\underline{m}^T = \begin{pmatrix} i(t) & \frac{di}{dt}(t) \end{pmatrix} \text{ und } y = u(t)$$

Setzt man nun die Werte für die zwei Messungen ein, erhält man:

$$\begin{pmatrix} 1 & 20 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Dieses lineare Gleichungssystem (LGS) kann man leicht lösen und kommt auf $R = 2$ und $L = 0.5$.

Probleme bei LGS-Verfahren

Warum ist das soeben durchgeführte Verfahren (LGS aufstellen und lösen) nicht gut für die Praxis geeignet?

Probleme bei LGS-Verfahren

- In der vorigen Aufgabe gab es genauso viele Messungen wie Parameter ($p = q = 2$)
- Aufgrund von Messungenauigkeiten muss i.d.R. eine große Zahl von Messungen durchgeführt werden, um die Parameter zuverlässig zu bestimmen. Es gilt also i.d.R. $p >> q$.
- Problem: Das Gleichungssystem ist dann **überbestimmt** (mehr Gleichungen als Variablen). Eine exakte Lösung ist nicht mehr möglich.

$$\begin{pmatrix} m_{11} & \dots & m_{1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{p1} & \dots & m_{pq} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_p \end{pmatrix} \tag{7}$$

Least-Squares Schätzung (1)

Die Least-Squares Schätzung liefert eine **Näherungslösung** $\underline{\hat{\theta}}$ für überbestimmte Gleichungssysteme.

Ansatz: Finde $\underline{\hat{\theta}}$, sodass die **Summe aller Fehlerquadrate minimiert** wird:

$$\underline{\hat{\theta}} = \text{argmin}(e_{squared}) \tag{8}$$

$$e_{squared} = \sum_{i=1}^{p} (y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{9}$$

Hierbei ist y_i jeweils die *tatsächliche* Größe in der jeweiligen Messung und $\hat{y}_i$ die theoretische Größe, die sich unter Verwendung der Parameter $\underline{\hat{\theta}}$ ergeben *würde*.

Least-Squares Schätzung (2)

Zur einfacheren Notation führen wir den Fehlervektor $\underline{e}$ ein:

$$\underline{e} = \underline{y} - \underline{M} \cdot \underline{\theta} = \begin{pmatrix} y_1 - \hat{y}_1 \\ \vdots \\ y_p - \hat{y}_p \end{pmatrix} \tag{10}$$

Damit lässt sich Gl. (9) wie folgt schreiben:

$$e_{squared} = \underline{e}^T \cdot \underline{e} \tag{11}$$

Frage

Warum ist es sinnvoll, die Summe der Fehler**quadrate** zu minimieren, und nicht einfach die Summe der Fehler?

Herleitung einer Lösung für die Least Squares Schätzung (1)

Der oben eingführte quadrierte Fehlerterm lässt sich auch wie folgt schreiben:

$$e_{squared} = (\underline{y} - \underline{M} \cdot \underline{\theta})^T(\underline{y} - \underline{M} \cdot \underline{\theta})$$

Dies ergibt ausmultipliziert:

$$e_{squared} = \underline{y}^T \underline{y} - 2\underline{y}^T \underline{M} \cdot \underline{\theta} + \underline{\theta}^T \underline{M}^T \underline{M} \cdot \underline{\theta}$$

Herleitung einer Lösung für die Least Squares Schätzung (2)

Wir suchen den Parametervektor, für den der Fehler $e_{squared}$ minimal wird. Dazu wird $e_{squared}$ nach ab $\underline{\theta}$ abgeleitet und die Ableitung gleich null gesetzt:

$$\frac{\partial e}{\partial \underline{\theta}} = -2\underline{M}^T(\underline{y} - \underline{M} \cdot \underline{\theta}) = 0$$

Umgestellt ergibt sich:

$$\underline{M}^T \underline{y} = \underline{M}^T \underline{M} \cdot \underline{\theta}$$

Abschließend lösen wir nach dem Parametervektor auf:

$$\underline{\theta} = (\underline{M}^T \underline{M})^{-1} \underline{M}^T \underline{y}$$

Moore-Penrose Pseudoinverse

Wie soeben hergeleitet ist die Least-Squares Schätzung für $\underline{\hat{\theta}}$ gegeben durch:

$$\underline{\hat{\theta}} = \left(\underline{M}^T \underline{M}\right)^{-1} \underline{M}^T \underline{y} \qquad (12)$$

$\left(\underline{M}^T \underline{M}\right)^{-1} \underline{M}^T$ nennt man **Moore-Penrose-Pseudoinverse** $\underline{M}^+$.

Praxistipp: In MATLAB kann man $\underline{M}^+$ mit dem Befehl `pinv(M)` berechnen.

Probleme bei unterschiedlich großen Messwerten

Frage: Welches Problem könnte auftreten, wenn einzelne Messwerte im Vergleich zu den anderen zahlenmäßig sehr groß bzw. sehr klein sind? Was könnte man gegen dieses Problem tun?

z.B. Messung einer Spannung (24 V) vs. Messung eines Stroms (0.01 A) $\rightarrow$ Spannungsmessung ist zahlenmäßg 2400 mal größer.

Probleme bei unterschiedlich großen Messwerten

Antwort: Zahlenmäßig sehr kleine Messwerte gehen im Verhältnis deutlich weniger stark in den Fehlervektor $\underline{e}$ ein. Es besteht daher die Gefahr, dass Fehler in denjenigen Parametern, die mit diesen Messwerten verknüpft sind, kaum berücksichtigt werden.

Möglichkeiten zur Abhilfe:

- Geeignete **Normierung** der Werte **vor** Parameteridentifikation (Achtung: Normierung muss danach wieder rückgängig gemacht werden, um Originalparameter zu erhalten)
- Einführung einer **Gewichtungsmatrix** in den Fehlerterm

Gewichtungsmatrix

Neuer Fehlerterm mit Gewichtungsmatrix:

$$e_{squared} = \underline{e}^T \cdot \underline{W} \cdot \underline{e} \tag{13}$$

$\underline{W}$ enthält auf der Diagonale die Gewichte $w_1, ..., w_q$ und ist ansonsten null:

$$\underline{W} = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_q \end{pmatrix} \tag{14}$$

Die Schätzung $\underline{\theta}$ ergibt sich jetzt zu:

$$\underline{\hat{\theta}} = (\underline{M}^T \underline{W} \cdot \underline{M})^{-1} \underline{M}^T \underline{W} \cdot \underline{y} \tag{15}$$

Rekursive Least-Squares Schätzung (RLS) (1)

Bisher: Aufzeichnen von Messwerten im Voraus und Berechnung von $\underline{\theta}$ "en bloc".

Jetzt: Rekursive Berechnung von $\underline{\theta}$, d.h. Messungen werden nach und nach betrachtet. Bei jedem neuen Messwert erfolgt ein rekursives Update.

Frage: Was sind mögliche Vorteile dieses Verfahrens?

Rekursive Least-Squares Schätzung (RLS) (2)

Wähle initiale Schätzparameter $\underline{\hat{\theta}}$ (zufällig oder auf Basis von Vorwissen) und wiederhole dann folgende Schritte (i.d.R. in einem festen Takt oder jedes mal, wenn eine neue Messung möglich ist):

1. Messe $\underline{m}$ und y
2. Berechne $\hat{y} = \underline{m} \cdot \underline{\hat{\theta}}$ mit den aktuellen Schätzparametern (*"Was sollte herauskommen, wenn die Parameter korrekt wären?"*)
3. Vergleiche mit tatsächlich gemessenem $\underline{y}$, berechne die Abweichung $\underline{y} - \underline{\hat{y}}$ und passe $\underline{\hat{\theta}}$ entsprechend der festgestellten Abweichung an.

Schritt 2 heißt auch *Prädiktionsschritt* und Schritt 3 *Update-Schritt*.

Rekursive Least-Squares Schätzung (RLS) (3)

Berechnungsvorschrift[2]:

Prädiktionsschritt:

$$\hat{y}_k = \underline{m}_k^T \cdot \underline{\theta}_{k-1}$$

Update-Schritt:

$$\underline{\hat{\theta}}_k = \underline{\hat{\theta}}_{k-1} + \frac{\gamma \cdot \underline{m}_k}{\alpha + \underline{m}_k^T \cdot \underline{m}_k} \cdot (y_k - \hat{y}_k)$$

mit $\alpha \geq 0$ und $0 < \gamma \leq 2$.

[2] s. Astrom, Wittenmark: Adaptive Control (2nd Edition), Eq. (2.24)

Praxisaufgabe: Verlustleistung Elektrische Maschine (1)

In elektrischen Antriebssystemen, wie z.B. einer E-Achse für Elektrofahrzeuge (s. Bild) ist es wichtig, die Temperatur der elektrischen Maschine zu überwachen, da andernfalls eine Überhitzung und Beschädigung von Bauteilen droht.

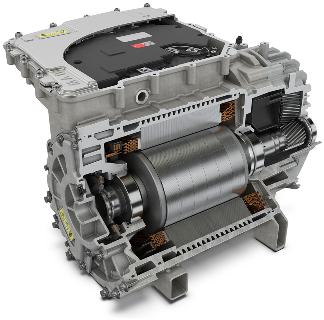


Figure: E-Achse für Elektrofahrzeuge[3] (Bild: Schaeffler)

[3] Hinweis: Die folgende Aufgabe ist rein fiktiv. Abbildung eines realen Produktes dient nur der Illustration.

Praxisaufgabe: Verlustleistung Elektrische Maschine (2)

Grund für die Erwärmung sind hauptsächlich sogenannte Verlustleistungen, d.h. Energieumsätze die nicht in Antriebsleistung umgewandelt werden:

- Erwärmung der Kupferwicklung der Elektrischen Maschine aufgrund elektrischen Stroms ("Stromwäremeverluste")
- Erwärmung des Eisens aufgrund von Wirbelströmen ("Eisenverluste")

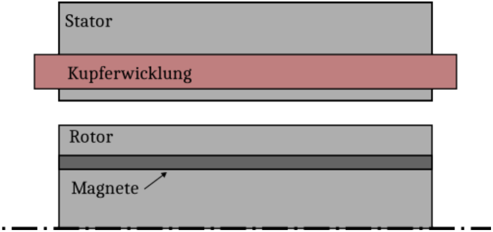


Figure: Aufbau einer elektrischen Maschine (schematisch im Halbschnitt)

Praxisaufgabe: Verlustleistung Elektrische Maschine (3)

Vereinfacht kann angenommen werden, dass die Verluste wie folgt von Strom I und Frequenz f abhängen:

- Erwärmung der Kupferwicklung der Elektrischen Maschine aufgrund elektrischen Stroms ("Stromwäremeverluste"):

$$P_{Cu} = R \cdot I^2$$

- Erwärmung des Eisens aufgrund von Wirbelströmen ("Eisenverluste"):

$$P_{Fe} = k \cdot I^2 \cdot f^2$$

Die Parameter k, R hängen dabei von der konkreten Maschine ab und sind im Allgemeinen nicht von vorneherein bekannt.

Praxisaufgabe: Verlustleistung Elektrische Maschine (4)

In dieser Aufgabe sind Sie ein/e Entwicklungsingenieur/in für das Antriebssystem. Die Situation ist wie folgt:

- Ihre Kollegen haben bereits Messungen mit der elektrischen Maschine durchgeführt. Dabei wurde die elektrische Leistung (Leistungsaufnahme) und die mechanische Leistung (Leistungsabgabe) des Motors in 20 verschiedenen Betriebspunkten (d.h. bei versch. Strömen und Spannungen) gemessen.
- Aus der Differenz beider Werte wurde die gesamte Verlustleistung P_V bestimmt.
- Für die Temperaturüberwachung ist es wichtig, die Aufteilung von Stromwärmeverlusten und Eisenverlusten möglichst genau zu kennen. Diese ist bisher unbekannt.

Überlegen Sie sich eine Strategie zur Bestimmung von P_{Cu} und P_{Fe} in Abhängigkeit von f und I!

Lösung: Verlustleistung Elektrische Maschine (1)

Wir kennen die Gesamtverlustleistung P_V. Diese setzt sich zusammen aus P_{Cu} und P_{Fe}:

$$P_V = P_{Cu} + P_{Fe}$$

Hier können wir die in der Aufgabenstellung gegebenen Formeln einsetzen:

$$P_V = R \cdot I^2 + k \cdot I^2 \cdot f^2$$

Wie im Aufgabentext beschrieben, gibt es 20 Messpunkte, in denen jeweils P_V, f und I bestimmt wurde:

$$\begin{pmatrix} P_{V,1} \\ P_{V,2} \\ \vdots \\ P_{V,20} \end{pmatrix} = R \cdot \begin{pmatrix} I_1^2 \\ I_2^2 \\ \vdots \\ I_{20}^2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} f_1^2 \cdot I_1^2 \\ f_2^2 \cdot I_2^2 \\ \vdots \\ f_{20}^2 \cdot I_{20}^2 \end{pmatrix}$$

Diese Messgleichung wird nun in Vektor-Matrix-Notation überführt:

$$\begin{pmatrix} P_{V,1} \\ P_{V,2} \\ \vdots \\ P_{V,20} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1^2 & f_1^2 \cdot I_1^2 \\ I_2^2 & f_2^2 \cdot I_2^2 \\ \vdots & \vdots \\ I_{20}^2 & f_{20}^2 \cdot I_{20}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ k \end{pmatrix}$$

Lösung: Verlustleistung Elektrische Maschine (3)

Diese Gleichung entspricht nun in Ihrer Form der bereits eingeführten Messgleichung (s. Gleichung 5) und kann dementsprechend mit der Moore-Penrose-Pseudoinverse gelöst werden. Mit den so bestimmten Werten für R und k ist es nun leicht, die Kupfer- und Eisenverluste in jedem beliebigen Betriebspunkt auszurechnen.

Zusatzaufgabe

Ein Kollege, der sich mit elektrischen Maschinen gut auskennt, meint, dass bei P_{Fe} zusätzlich noch ein weiterer Term Berücksichtigt werden muss, die sogenannten Hystereseverluste.

Ihr Kollege meint, dass diese ebenfalls quadratisch vom Strom, aber nur linear von der Frequenz abhängen.

Passen Sie die Formel für P_{Fe} dementsprechend an. Die Parameter in der angepassten Formel sollen nun k_1 und k_2 lauten.

Passen Sie auch die Messgleichung entsprechend an! Wieviele Parameter sind nun insgesamt zu schätzen?

Lösung Zusatzaufgabe

Angepasste Formel für P_{Fe}:

$$P_{Fe} = k_1 \cdot f^2 \cdot I^2 + k_2 \cdot f \cdot I^2$$

Angepasste Messgleichung:

$$\begin{pmatrix} P_{V,1} \\ P_{V,2} \\ \vdots \\ P_{V,20} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1^2 & f_1^2 \cdot I_1^2 & f_1 \cdot I_1^2 \\ I_2^2 & f_2^2 \cdot I_2^2 & f_2 \cdot I_2^2 \\ \vdots & \vdots & \\ I_{20}^2 & f_{20}^2 \cdot I_{20}^2 & f_{20} \cdot I_{20}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ k_1 \\ k_2 \end{pmatrix}$$

Es sind nun ˆdrei Parameter zu schätzen.

Diskussion

Diskutieren Sie: Ist ein detaillierteres Modell (d.h. ein Modell mit mehr Parametern) grundsätzlich besser, um einen gegebenen Datensatz zu modellieren?

Integratoren als Vorfilter für die Parameterschätzung

In die Parameterschätzung gehen mitunter *differenzierte* Signale ein, also Ableitungen der gemessenen Ein- bzw. Ausgangsgrößen.

Überlegen Sie: Wieso könnte dies in der Praxis zu Problemen führen?

Integratoren als Vorfilter für die Parameterschätzung

Problem bei Differenzierung von Signalen: Signalstörungen (sog. "Rauschen") wird durch die Differentiation verstärkt.

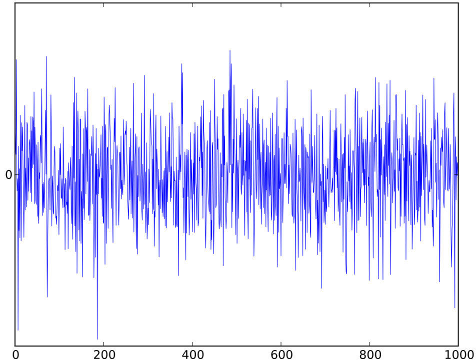


Figure: Signalrauschen Bildquelle: `https://de.wikipedia.org/wiki/Wei%C3%9Fes_Rauschen`

Integratoren als Vorfilter für die Parameterschätzung

In die Parameterschätzung gehen mitunter *differenzierte* Signale ein, also Ableitungen der gemessenen Ein- bzw. Ausgangsgrößen.

Überlegen Sie: Wieso könnte dies in der Praxis zu Problemen führen?

- Problem bei Differenzierung von Signalen: Signalstörungen (sog. "Rauschen") wird durch die Differentiation verstärkt.
- Abhilfe kann durch *Integation* der Signale geschaffen werden.
- Die integrierten Signale sind deutlich Robuster ggü. Rauschen, da sich durch integration das Rauschen teilweise "ausmittelt" (Integrator hat eine Glättungswirkung für die Signale).

Integratoren als Vorfilter für die Parameterschätzung

Beispiel:

$$\ddot{y} = \theta_1 \dot{y} + \theta_2 y + \theta_3 u \tag{16}$$

$$\rightarrow y = \theta_1 \int y \; dt + \theta_2 \int \int y \; dt + \theta_3 \int \int u \; dt \tag{17}$$

$$\tag{18}$$

Hier werden durch zweifache Integration der DGL alle Ableitungsterme entfernt.

Wichtig: Die komplette DGL muss integriert werden, es ist nicht zulässig, nur einzelne Terme zu integrieren, da sonst das Systemverhalten verfälscht wird!

Aufgabe: Stellen Sie für die integrierte DGL die Messgleichung in Form von $\underline{m}^T \cdot \underline{\theta} = y$ auf! Nehmen Sie an, dass die Messung in einem Zeitraum von t_0 bis t_1 erfolgt.

Abschließende Hinweise für die Praxis (1)

- **Zeitaufwand** für Parameteridentifikation darf **nicht unterschätzt** werden (ein Modell ist auf Papier oder in MATLAB schnell aufgestellt - Messungen am realen System sind viel aufwändiger!)
- Bei Problemen immer auch an die Möglichkeit von **Messfehlern** denken:
- Ist die **Messgenauigkeit**, die mit Ihren Sensoren prinzipiell möglich ist, überhaupt gut genug für die geforderte Genauigkeit des Modells/der Parameter?´

Anschließende Hinweise für die Praxis (2)

- Anzahl der **Messpunkte** sollte deutlich größer sein als Anzahl der zu bestimmenden Parameter ($p >> q$).
- Parameter können je nach Betriebsbedingungen, Alterung, etc. **variieren**! Wenn dieser Effekt zu stark ist, ggf. **Adaptive Regelung/Online Parameterschätzung** in Betracht ziehen (mehr dazu in späteren Kapiteln).