

Grundlagen der Regelungstechnik

Kapitel 5: Regler

Tom Huck

DHBW Karlsruhe

WS 2024

Dieser Foliensatz enthält ggf. fremde Abbildungen die zum Zwecke der Lehre wiederverwendet werden. Die Verwendung dieser Inhalte geschieht mit Zustimmung der jeweiligen Rechteinhaber oder unter der Ausnahmeregelung für Unterricht und Lehre gemäß §60a UrHRG. Fremde Abbildungen sind mit einer Quellenangabe gekennzeichnet.

Was Sie bisher gelernt haben:

- ▶ Systeme mittels verschiedener Beschreibungsformen beschreiben:
 - ▶ DGL
 - ▶ Sprungantwort
 - ▶ Übertragungsfunktion
 - ▶ Bode-Diagramm
 - ▶ Ortskurve
- ▶ Parameter von Systemen bestimmen.
- ▶ Systemeigenschaften (insbes. Stabilität) analysieren

In diesem Kapitel lernen Sie:

- ▶ Welche Arten von Reglern es gibt
- ▶ Wie man einen geeigneten Regler auswählt
- ▶ Wie man die Parameter eines Reglers bestimmt

Wiederholung: Was ist ein Regler?

- ▶ Ein Regler hat die Aufgabe, über ein sog. Stellglied ein dynamisches System so zu beeinflussen, dass es ein gewünschtes Verhalten erfüllt.
- ▶ Ein Regler implementiert eine Berechnungsvorschrift, die auf Basis der aktuellen Soll- und Istwerte (bzw. auch vergangener Soll- und Istwerte) eine geeignete Stellgröße berechnet.
- ▶ Ein Regler kann auf verschiedenste Arten (mechanisch, elektronisch analog, elektronisch digital) realisiert werden. Die konkrete Realisierung ist für uns aber unerheblich, da wir nur die abstrakte Berechnungsvorschrift betrachten.

Es existieren verschiedenste Arten von Reglern:

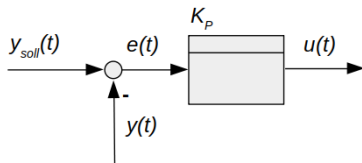
- ▶ Proportionalregler (P-Regler)
- ▶ Integralregler (I-Regler)
- ▶ Differentialregler (D-Regler)
- ▶ Kombinationen aus P-, I- und D-Regler (PID-Regler)
- ▶ Zustandsregler
- ▶ Adaptive Regler
- ▶ Modellprädiktive Regler
- ▶ u.v.m.

In diesem Kapitel der Vorlesung werden zunächst P-, I- und D-Regler bzw. Kombinationen davon behandelt. Die Übrigen Regler werden Sie in Kapitel 7 (fortgeschrittene Regelverfahren) kennenlernen.

Der Proportionalregler (P-Regler) ist der einfachste Reglertyp. Er gibt eine Stellgröße aus, die aktuellen Regeldifferenz $e(t)$ proportional ist:

$$u(t) = K_P \cdot e(t)$$

mit: $e(t) = y_{soll} - y(t)$ (Regeldifferenz)

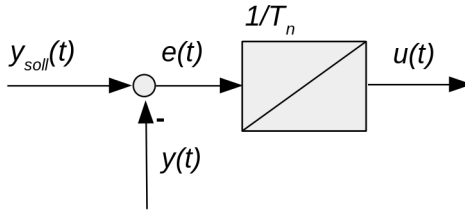


I-Regler

Der Integralregler (I-Regler) integriert den Regelfehler über die Zeit auf und gibt den Wert des Integrals als Stellgröße aus:

$$u(t) = \frac{1}{T_n} \int_0^t e(\tau) d\tau$$

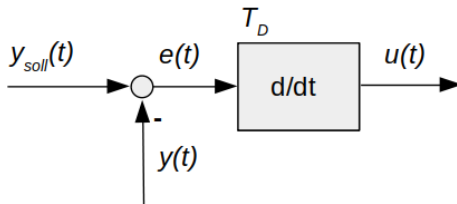
T_n ist ein Parameter, über den eingestellt werden kann, wie schnell die Integration erfolgt. Je kleiner T_n , desto schneller (und stärker) reagiert der Regler.



Der Differentialregler (D-Regler) berechnet die Ableitung des Regelfehlers über die Zeit auf und gibt den Wert der Ableitung als Stellgröße aus:

$$u(t) = T_D \cdot \frac{e(t)}{dt}$$

T_D ist ein Parameter, über den eingestellt werden kann, wie stark die Differentiation erfolgt. Je größer T_D , desto stärker reagiert der Regler.



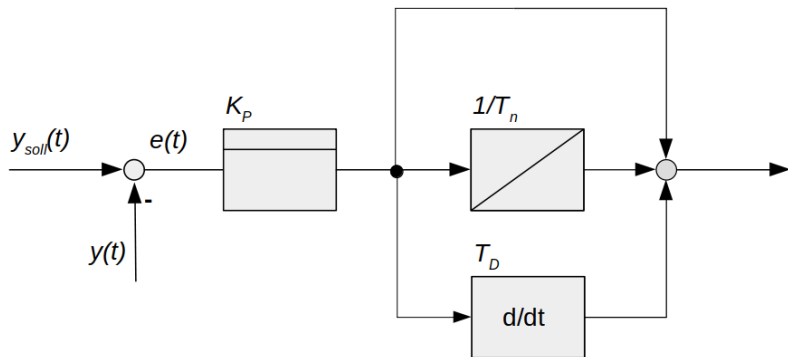
Kombiniert man P-, I-, und D-Regler, erhält man einen sog. PID-Regler:

$$u(t) = K_P \cdot \left(e(t) + \frac{1}{T_n} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \cdot \frac{d}{dt} e(t) \right)$$

Je nach Anwendungsfall müssen nicht immer alle drei Anteile des PID-Reglers vorhanden sein (es gibt z.B. auch PD- oder PI-Regler).

Aufgabe: Skizzieren Sie das Strukturbild des PID-Reglers!

Lösung:



Übertragungsfunktionen der Regler

Sie haben auf den vorigen Folien die Berechnungsvorschriften für P-, I-, D- und PID-Regler kennengelernt:

- ▶ P: $u(t) = K_P \cdot e(t)$
- ▶ I: $u(t) = \frac{1}{T_n} \int_0^t e(\tau) d\tau$
- ▶ D: $u(t) = T_D \cdot \frac{e(t)}{dt}$
- ▶ PID: $u(t) = K_P \cdot \left(e(t) + \frac{1}{T_n} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \cdot \frac{d}{dt} e(t) \right)$

Frage: Wie lauten die zugehörigen Übertragungsfunktionen in der Form?

Hinweis: Die Übertragungsform eines Reglers in der Form $R(s) = \frac{U(s)}{E(s)}$ angegeben, wobei $U(s)$ die Laplace-Transformierte der Stellgröße und $E(s)$ die Laplace-Transformierte des Regelfehlers ist.

Vorgehensweise beim Reglerentwurf

1. Auswahl eines geeigneten Reglertyps (z.B. P-, PD, oder PID-Regler).
2. Bestimmung geeigneter Reglerparameter (z.B. Anhand von Einstellregeln → dazu später mehr!)
3. Berechnung des offenen ($F_O(s)$) und geschlossenen ($F_G(s)$) Regelkreises.
4. Analyse des geregelten Systems (Stabilität, Schnelligkeit, etc...). Dies ist auf versch. Arten möglich:
 - ▶ Rechnerisch,
 - ▶ In Simulation,
 - ▶ Durch realen Versuch.
5. Zurück zu Schritt 1 oder 2, sofern die gewünschten Eigenschaften nicht erfüllt sind (Iterativer Prozess).

Für die Auswahl eines geeigneten Reglertyps gibt es kein Patentrezept. Oft geschieht die Auswahl auf Basis von Erfahrungen und Erprobung in Simulation/Realität ("Trial and Error"). Es gibt allerdings für grundlegende Charakteristiken, an denen man sich orientieren kann.

- ▶ Das P-Glied verändert das Stellsignal proportional zur Regeldifferenz. Die P-Reglerstrategie ist: Je größer die Regelabweichung ist, umso größer muss die Stellgröße sein.
- ▶ Durch den Verstärkungsfaktor K_P kann die Regelgeschwindigkeit eingestellt werden (je höher, desto schneller).
- ▶ Ein hoher Verstärkungsfaktor kann zur Instabilität des Regelkreises und/oder zu Schwingungen führen.
- ▶ Ein P-Glied allein kann die Regeldifferenz nicht vollständig auf 0 ausregeln¹.

¹Es sei denn, die Strecke an sich besitzt selbst bereits ein integrierendes Verhalten (I-Glied)

- ▶ Das I-Glied integriert die Regeldifferenz, so dass bei konstanter Regeldifferenz das Ausgangssignal des Reglers stetig ansteigt. Die I-Reglerstrategie ist: Solange eine Regelabweichung auftritt, muss die Stellgröße verändert werden.
- ▶ Bei einem I-Glied wird deshalb die Regeldifferenz immer ausgeglichen.
- ▶ I-Glieder führen bei Regelkreisen leicht zu Instabilitäten.

- ▶ Das D-Glied differenziert die Regeldifferenz.
- ▶ Durch die Betrachtung der Änderung des Signals wird ein zukünftiger Trend berücksichtigt. Die D- Reglerstrategie ist: Je stärker die Änderung der Regelabweichung ist, desto stärker muss das Stellsignal verändert werden.
- ▶ D-Glieder verbessern gewöhnlich die Regelgeschwindigkeit und die dynamische Regelabweichung.
- ▶ D-Glieder verstärken besonders hochfrequente (verrauschte) Anteile des Eingangssignals, was sich nachteilig auf den Regelkreis auswirkt.

Für die Wahl der Reglerparameter gibt es verschiedene Vorgehensweisen:

- ▶ Anhand mathematischer Einstellregeln (z.B. Betragsoptimum, Symmetrisches Optimum).
- ▶ Experimentell (anhand heuristischer Einstellregeln).
- ▶ Numerisch (in Simulation).

Es folgen einige Beispiele für jeden der drei Ansätze.

Einige Arten von Regelstrecken kommen in der Regelungstechnik immer wieder vor. Zu den häufig vorkommenden Streckentypen zählen z.B.:

- ▶ PT_1 -Glieder
- ▶ PT_2 -Glieder
- ▶ etc.

Für diese Typen von Regelstrecken gibt es bereits bekannte Einstellregeln, die mathematisch als Formel angegeben werden. Man findet diese in Tabellen in der Fachliteratur (z.B. O. Föllinger, "Regelungstechnik").

Das PT_1 -Glieder (auch "Verzögerungsglied erster Ordnung" oder VZ_1 -Glieder genannt) beschreibt ein Streckenverhalten, bei der die Regelstrecke der Stellgröße mit Verzögerung folgt. Das Systemverhalten wird durch eine DGL 1. Ordnung beschrieben:

$$T \cdot \dot{y}(t) = -y(t) + k \cdot u(t)$$

PT_1 Glieder kommen in der Praxis häufig vor, wenn Energiespeichernde Elemente (z.B. mech. Masse, el. Spule, etc.) in Kombination mit dissipierenden Elementen (z.B. Reibungsverluste, el. Widerstand) auftreten.

Aufgabe: Geben Sie die Übertragungsfunktion des PT_1 -Glieds an!

Übertragungsfunktion des PT_1 -Glieds:

$$G(s) = \frac{k}{s \cdot T + 1}$$

Dabei nennt man T die **Zeitkonstante**. Sie gibt an, bis zu welcher Zeit der Ausgang des PT_1 -Glieds $1 - \frac{1}{e} \approx 63\%$ der Eingangsgröße erreicht hat.

Der Faktor k ist die sog. **stationäre Verstärkung**. Er gibt an, welcher Anteil der Eingangsgröße dauerhaft erreicht wird (z.B. $k = 0.8$: Am Ausgang stellen sich 80% der Eingangsgröße ein)

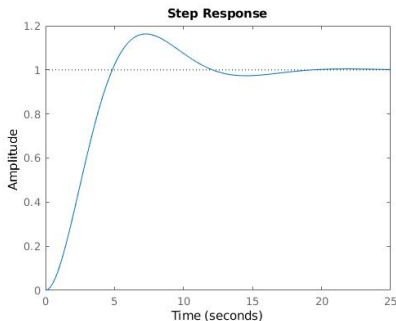
Das PT_2 -Glieder ("Verzögerungsglied zweiter Ordnung" oder VZ_2 -Glieder) beschreibt ebenfalls ein Streckenverhalten, bei der die Regelstrecke der Stellgröße mit Verzögerung folgt. Im Unterschied zum PT_1 -Glieder sind beim PT_2 -Glieder jedoch u.U. auch Schwingungen möglich. Die allgemeine DGL eines PT_2 -Glieds lautet:

$$T^2 \ddot{y}(t) + 2dT\dot{y}(t) + y(t) = k \cdot u$$

Hierbei gibt k , wie auch beim PT_1 -Glieder, die stationäre Verstärkung an.

PT_2 -Glieder (2)

PT_2 Glieder kommen in der Praxis z.B. dann vor, wenn mehrere Energiespeichernde Elemente (z.B. Kondensator und Spule) in Kombination auftreten. Die Energie kann dann zwischen den Speicherlementen hin- und her pendeln, wodurch Schwingungen entstehen können (z.B. el. Schwingkreis).



Die Sprungantwort eines PT_2 -Glieder enthält Schwingungen, wenn $d < 1$ ist.

Aufgabe: Geben Sie die Übertragungsfunktion des PT_2 -Glieds an!

Mathematische Einstellregeln erlauben die direkte Berechnung von Reglerparametern bei Kenntnis der Übertragungsfunktion der Strecke. Bekannte Einstellregeln sind:

- ▶ Betragsoptimum
- ▶ Symmetrisches Optimum

Die entsprechenden Formeln findet man in der Literatur, z.B. bei Föllinger (Regelungstechnik, VDE Verlag).

Im Folgenden werden zwei Beispiele für Einstellregeln von PI-Reglern gezeigt (ähnliche Einstellregeln findet man auch für PID-Regler, sie sind jedoch i.d.R komplizierter).

Beispiel: PI-Regler nach Betragsoptimum

Einstellregeln nach Föllinger

Offener Kreis:

$$F_0(s) = \frac{1}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots}$$

PI-Regler:

$$R(s) = \frac{r_0 + r_1 s}{2s}$$

Reglerparameter:

$$r_0 = a_0 \frac{a_1^2 - a_0 a_2}{a_1 a_2 - a_0 a_3}, \quad r_1 = a_1 \frac{a_1^2 - a_0 a_2}{a_1 a_2 - a_0 a_3} - a_0$$

PI-Regler nach symmetrischem Optimum

Einstellregeln nach Föllinger

Offener Kreis:

$$F_0(s) = \frac{K_S}{(1 + T_1 s) \prod_{\mu=1}^m (1 + \tau_{\mu} s)}, \quad T_1 \gg T_{\Sigma} = \sum_{\mu=1}^m \tau_{\mu}$$

PI-Regler:

$$R(s) = \frac{K_R}{s} (1 + T_R s)$$

Reglerparameter:

$$K_R = \frac{T_1}{8 K_S T_{\Sigma}^2}, \quad T_R = 4 T_{\Sigma}$$

Hinweis: Die große Zeitkonstante T_1 beschreibt die dominante Verzögerung der Strecke, also das trägste Glied im System. Die Summenzeitkonstante T_{Σ} fasst die kleinen, schnelleren Zeitkonstanten zu einer äquivalenten Gesamteinwirkung zusammen, sodass ihr kombinierter Effekt berücksichtigt wird.

Exkurs: Herkunft der Bezeichnungen *Betrags optimum* und *Symmetrisches Optimum*

Betrags optimum: Der Name stammt aus der Frequenzganganalyse. Bei dieser Methode werden die Reglerparameter so gewählt, dass der *Betrag* des offenen Frequenzgangs $|F_O(j\omega)|$ im Übergangsbereich zwischen niedrigen und hohen Frequenzen ein optimales Verhalten (möglichst flacher Verlauf) zeigt. Dadurch ergibt sich ein gutes Verhältnis zwischen Schnelligkeit und Dämpfung des Regelkreises.

Symmetrisches Optimum: Hier wird der Frequenzgang so eingestellt, dass der Verlauf des Amplituden- und Phasengangs *symmetrisch* um die Durchtrittsfrequenz liegt. Dies führt zu einem harmonischen Kompromiss zwischen Stabilität, Dynamik und Störunterdrückung – insbesondere bei Strecken mit großen Verzögerungen.

Heuristische Einstellregeln - Motivation

In der Praxis sind die Systemparameter häufig **nicht exakt bekannt** oder das Systemverhalten ist zu komplex, um es vollständig mathematisch zu beschreiben.

Problem: Mathematische Einstellregeln erfordern bekanntes, lineares Modell → in Realität oft nicht gegeben.

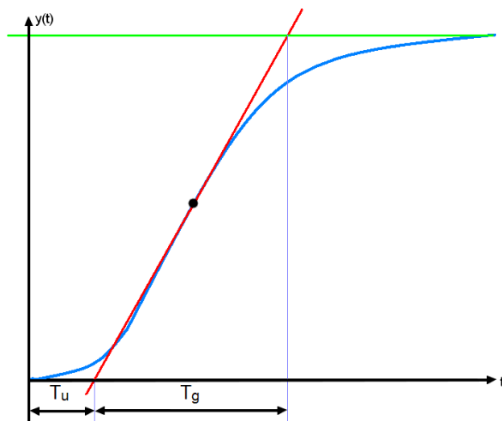
Lösung: Heuristische Verfahren

- ▶ ...nutzen *experimentell ermittelte Kenngrößen* (z.B. Sprungantwort)
- ▶ ...ermöglichen einfache und schnelle Abschätzung der Reglerparameter ohne exakte Modellkenntnis.

Im Folgenden wird beispielhaft das Verfahren nach Ziegler und Nichols gezeigt, es existieren jedoch noch andere (z.B. Chien–Hrones–Reswick oder Cohen–Coon-Verfahren).

Heuristische Einstellregeln (1)

Einstellregeln nach Ziegler und Nichols



Bildquelle: https://www.inf.tu-dresden.de/content/institutes/iai/tis-neu/lehre/archiv/folien.ws_2011/Vortrag_Postel.pdf Ablesen von T_u , T_g .

Heuristische Einstellregeln (2)

Einstellung der Reglerparameter auf Basis von T_u , T_g

Reglertyp	K_P	T_n	T_D
P	$\frac{T_g}{k \cdot T_u}$	-	-
PI	$0.9 \frac{T_g}{k \cdot T_u}$	$3.33 T_u$	-
PID	$1.2 \frac{T_g}{k \cdot T_u}$	$2 T_u$	$0.5 T_u$

Sei $\underline{\theta}$ der Vektor der Reglerparameter und $J(\underline{\theta})$ ein vom Anwender bestimmtes Kriterium J , welches minimiert werden soll (z.B. Stellaufwand, Regelabweichung, Überschwingweite, etc., s. Kapitel 4).

Die Wahl der Parameter erfolgt dann wie folgt:

$$\underline{\theta} = \operatorname{argmin} J(\underline{\theta})$$

Da $J(\theta)$ in diesem Fall keine mathematische Funktion ist, sondern aus der Simulation gewonnen wird, muss ein Such- bzw. Optimierungsalgorithmus verwendet werden, der iterativ das Minimum bestimmt².

²Für bestimmte Arten von Systemen und Gütekriterien ist auch eine direkte mathematische Lösung möglich (LQR-Regler). Dies wird in Kapitel 7 behandelt.

Vorgehensweise zur iterativen Parameterbestimmung:

1. Wähle initiale Parameterkombination $\underline{\theta}$
2. Simuliere Systemverhalten mit gewählter Parameterkombination
3. Berechne $J(\underline{\theta})$ aus der Simulation
4. Gebe J an Suchalgorithmus und erhalte neues θ
5. Solange Abbruchkriterium nicht erfüllt: Weiter bei Schritt 2

Abbruchkriterium kann z.B. die Konvergenz des Algorithmus oder das Erreichen einer festgelegten Anzahl von Iterationen sein.

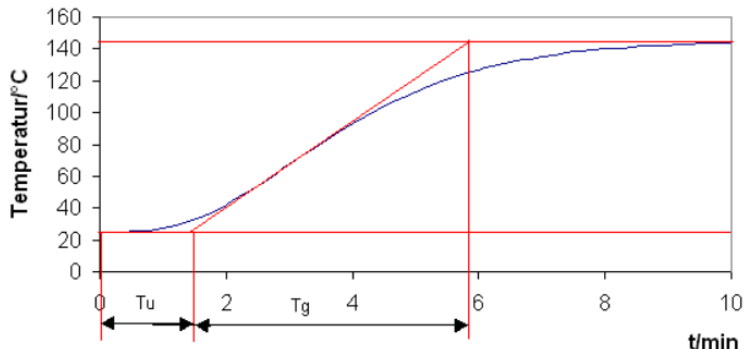
Übungen zum Reglerentwurf (1)

Sie sollen einen Regler für eine Temperaturregelung entwerfen. Eingangsgröße sei der die Stellung eines Ventils, Ausgangsgröße sei die Temperatur. Leider liegt für das System kein mathematisches Modell vor. Sie können das Systemverhalten jedoch experimentell bestimmen, indem Sie die Ventilstellung variieren und den Verlauf der Temperatur messen.

Welches Verfahren zum Reglerentwurf eignet sich in diesem Fall und Warum?

Übungen zum Reglerentwurf (2)

Sie messen an dem System nun folgende Sprungantwort:



Quelle: http://staff.itam.lu/feljc/school/asser/2_Regelstrecken.pdf

Legen Sie mit dem von Ihnen gewählten Verfahren einen PI- sowie einen PID-Regler aus!

Übungen zum Reglerentwurf (3)

Sie sollen einen Drehzahlregler für ein Antriebssystem entwerfen. Eingangsgröße sei der Motorstrom in Ampere, Ausgangsgröße die Drehzahl in U/min. Da Aufbau und Komponenten des Antriebssystems gut bekannt sind, konnten Sie das System bereits mit einer Übertragungsfunktion mathematisch modellieren:

$$G(s) = \frac{1000}{(2s + 1)(0.5s + 1)(0.1s + 1)}$$

- ▶ Welche Drehzahl stellt sich im ungeregelten System dauerhaft ein, wenn man einen Motorstrom von 1A einstellt?
- ▶ Entwerfen Sie für das System einen PI-Regler nach Betragsoptimum (s. Beiblatt 2).
- ▶ Simulieren Sie mit MATLAB die Sprungantwort des geregelten Systems mit dem von Ihnen entworfenen Regler.

Übungen zum Reglerentwurf (4)

Sie sollen einen PID-Regler für eine komplexe Anlage in der Chemieindustrie entwerfen. Ziel des Verfahrens ist es, eine möglichst schnelle Regelung zu entwerfen, welche jedoch einen möglichst geringem Stellaufwand hat.

Da die zugrundeliegenden chemischen Reaktionen in dem System sehr komplex sind, wurden Experten mit der Modellierung des Systems beauftragt. Die Experten haben ein kompliziertes mathematisches Modell des Systems entwickelt, was sich allerdings nicht in eine Übertragungsfunktion überführen lässt.

- ▶ Welches Verfahren würden Sie hier wählen, um geeignete Parameter für den PID-Regler zu bestimmen?

Übungen zum Reglerentwurf (5)

- ▶ Beschreiben Sie Ihre grundsätzliche Vorgehensweise in Pseudocode oder als Programmablaufplan!
- ▶ Wie könnte ein mögliches Gütekriterium aussehen, um im vorliegenden Fall einen geeigneten Regler zu bestimmen?
- ▶ Was sind Nachteile der gewählten Vorgehensweise?

- ▶ Aufbau der Prüfung:
 - ▶ Aufgabe 1: Allgemeines, Grundlagen (umfasst VL Kapitel 0 und 1)
 - ▶ Aufgabe 2: Systembeschreibung (VL Kapitel 1 und 3)
 - ▶ Aufgabe 3: Systemeigenschaften und Stabilität (VL Kapitel 4)
 - ▶ Aufgabe 4: Regler und Reglerentwurf (VL Kapitel 5 und 6)
 - ▶ Aufgabe 5: Verschiedenes (gemischte Inhalte aus allen Kapiteln)
- ▶ Alle fünf Aufgaben sind gleich gewichtet.
- ▶ Probeklausur: Art und Umfang der Aufgaben sind ähnlich wie in Realklausur.

Was Sie aus diesem Kapitel mitnehmen sollten

- ▶ Unterschied und Wirkung von P-, I- und D-Regleranteilen verstanden
- ▶ Wissen, wie der PID-Regler aufgebaut ist und welche Parameter ihn bestimmen
- ▶ Grundidee der Reglerauslegung (Schritte des Reglerentwurfs) klar
- ▶ Grundideen von mathematischen, heuristischen und numerischen Einstellverfahren bekannt
- ▶ Mathematische und heuristische Verfahren anwenden (begrenzt auf die hier gezeigten Verfahren und mit gegebenen Formeln)