

Grundlagen der Regelungstechnik

Kapitel 7: Fortgeschrittene Regelungsverfahren

Tom Huck

DHBW Karlsruhe

WS 2025

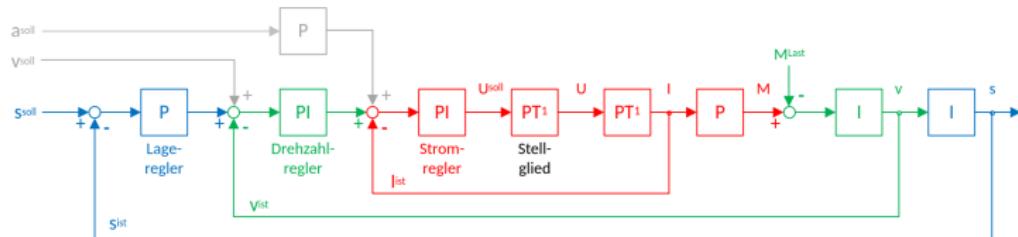
Hinweis zum Urheberrecht

Dieser Foliensatz enthält ggf. fremde Abbildungen die zum Zwecke der Lehre wiederverwendet werden. Die Verwendung dieser Inhalte geschieht mit Zustimmung der jeweiligen Rechteinhaber oder unter der Ausnahmeregelung für Unterricht und Lehre gemäß §60a UrHRG. Fremde Abbildungen sind mit einer Quellenangabe gekennzeichnet.

- ▶ Kaskadenregelung
- ▶ Regelung mit Vorsteuerung
- ▶ Regelung mit Störgrößenaufschaltung
- ▶ Adaptive Regelung
- ▶ Modellbasierte Prädiktivregelung
- ▶ Zustandsregelung
- ▶ Zustandsbeobachter

Kaskadenregelung

- ▶ Mehrschleifige Regelung.
- ▶ Regelgröße einer inneren Schleife dient als Stellgröße für äußere Schleife.
- ▶ Dynamik der Regelung nimmt von innen nach außen ab.



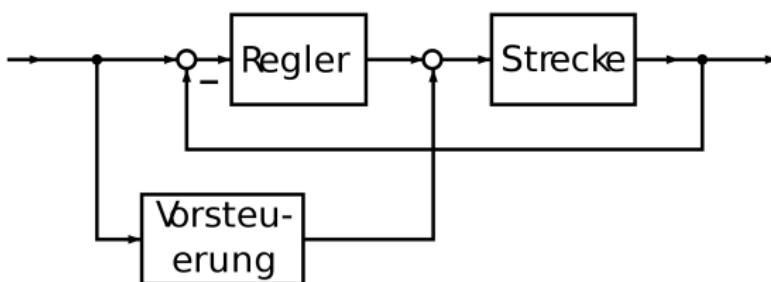
Bildquelle: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/df/KaskadenregelungAntrieb.svg>

Überlegen Sie: Worin könnte ein Vorteil der Kaskadenregelung gegenüber der Anwendung eines einzelnen Reglers für die ganze Strecke liegen?

Regelung mit Vorsteuerung (1)

- Grundidee: Da die Streckenübertragungsfunktion $G(s)$ bekannt ist, kann man bereits vorausberechnen, welche Stellgröße $\hat{U}(s)$ voraussichtlich notwendig ist, um eine gewünschte Sollgröße stationär einzustellen:

$$\hat{U}(s) = \frac{1}{G(s)} Y_{soll}(s)$$



Bildquelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Vorsteuerung#/media/Datei:Vorsteuerung.svg>

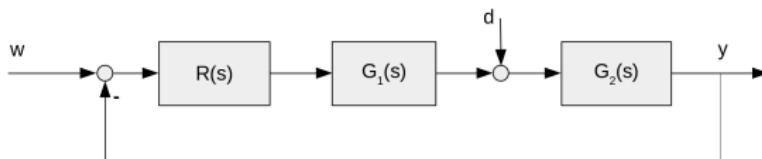
Regelung mit Vorsteuerung (1)

- ▶ Vorteil: Regler muss sich nicht mehr um das Einstellen der korrekten Stellgröße "kümmern", sondern nur noch die Einflüsse von Störgrößen und Modellunsicherheiten ausregeln.
- ▶ Dies führt (theoretisch) zu einer schnelleren Einstellung des Sollwerts.
- ▶ Bei der Invertierung der Streckenübertragungsfunktion muss auf Erhaltung der Kausalität und Stabilität geachtet werden.
- ▶ Eine vereinfachte Form ist die sog. stationäre Vorsteuerung. Hier wird lediglich die stationäre Verstärkung $k = G(s \rightarrow 0)$ berücksichtigt:

$$\hat{U}(s) = \frac{1}{k} Y_{soll}(s)$$

Regelung mit Störgrößenaufschaltung (2)

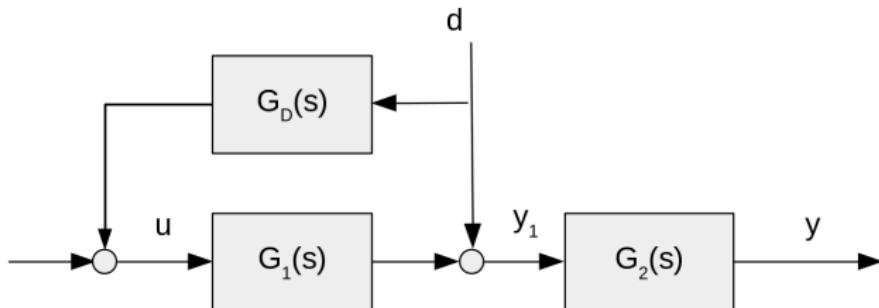
- ▶ Grundidee: Falls die Störgröße gemessen werden kann, so kann diese Messung verwendet werden, um den Einfluss der Störgröße auf das System (teilweise) zu kompensieren.
- ▶ Annahme: Störgröße d greift an bestimmter Stelle in der Streckenübertragungsfunktion an. $G_1(s)$ sei die Teilübertragungsfunktion vor dem Eingriff der Störgröße, und $G_s(s)$ die Teilübertragungsfunktion nach dem Eingriff der Störgröße.



Bildquelle: https://srv.ifr.ing.tu-bs.de/static/files/lehre/vorlesungen/rt1/Skript_EMDR.pdf

Regelung mit Störgrößenaufschaltung (2)

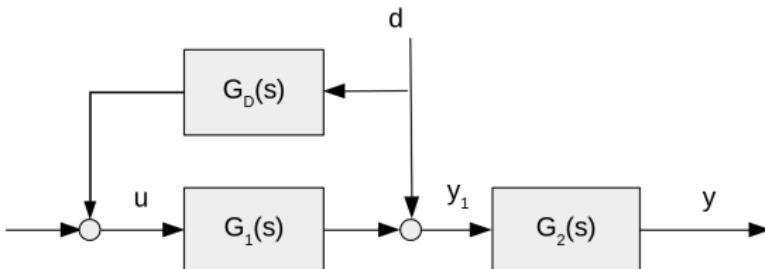
- Die Störgröße wird gemessen und über die Übertragungsfunktion $G_D(s)$ auf die Stellgröße aufgeschlagen:



- **Frage:** Wie muss $G_D(s)$ aussehen, damit die Störgröße vollständig kompensiert wird? Welche mathematische Bedingung muss hierzu gelten?

Regelung mit Störgrößenaufschaltung (3)

- Die Störgröße wird gemessen und über die Übertragungsfunktion $G_D(s)$ auf die Stellgröße aufgeschlagen:

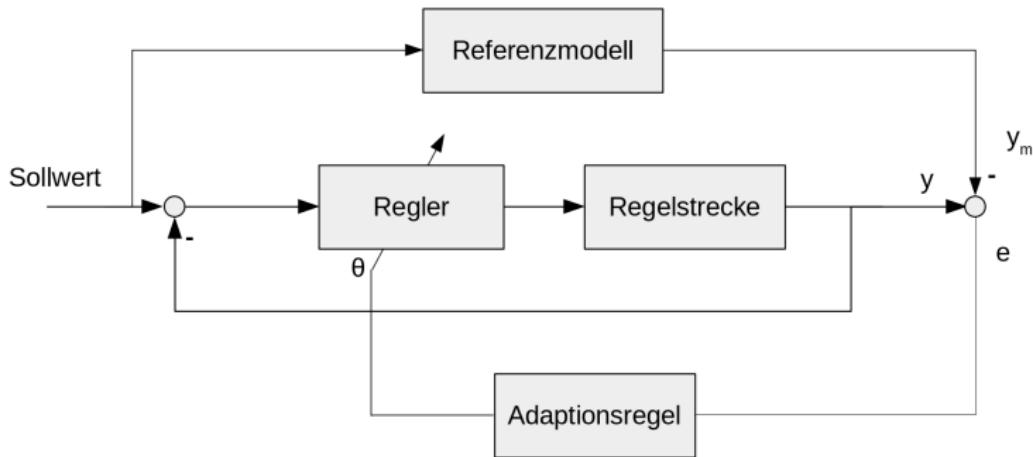


- Es gilt:
$$\begin{aligned} Y(s) &= G_2(s)D(s) + G_1(s)G_2(s)[U(s) + G_D(s)D(s)] \\ &= G_1(s)G_2(s)U(s) + G_2[1 + G_1(s)G_D(s)]D(s) \end{aligned}$$
- Kann eine Übertragungsfunktion $G_D(s)$ entworfen werden, für die $1 + G_1(s)G_D(s) = 0$ gilt, so kann der Einfluss der Störgröße vollständig kompensiert werden.

- ▶ Anwendungsfall: Regelung einer Strecke mit unbekannten bzw. sich im Betrieb verändernden Streckenparametern.
- ▶ Drei Grundansätze:
 - ▶ **Model Reference Adaptive Control (MRAC):** Passe Reglerparameter so an, dass System einem bestimmten Referenzverhalten folgt.
 - ▶ **Model Identification Adaptive Control (MIAC):** Führe Parameteridentifikation zur Laufzeit durch und passe Reglerparameter entsprechend der identifizierten Streckenparameter an.
 - ▶ **Gain Scheduling:** Schalte je nach Betriebspunkt zwischen im Voraus festgelegten Reglerparametern um.

Model Reference Adaptive Control (MRAC) (1)

- ▶ Wunschverhalten y_m des Systems wird mit einem Referenzmodell vorgegeben.
- ▶ Wunschverhalten wird mit tatsächlichem Verhalten verglichen: $e = y_m - y$ (Achtung: e steht hier nicht für den Regelfehler!).
- ▶ Reglerparameter θ werden so angepasst, dass der Fehler zwischen Referenzmodell und tatsächlichem Reglerverhalten minimiert wird.

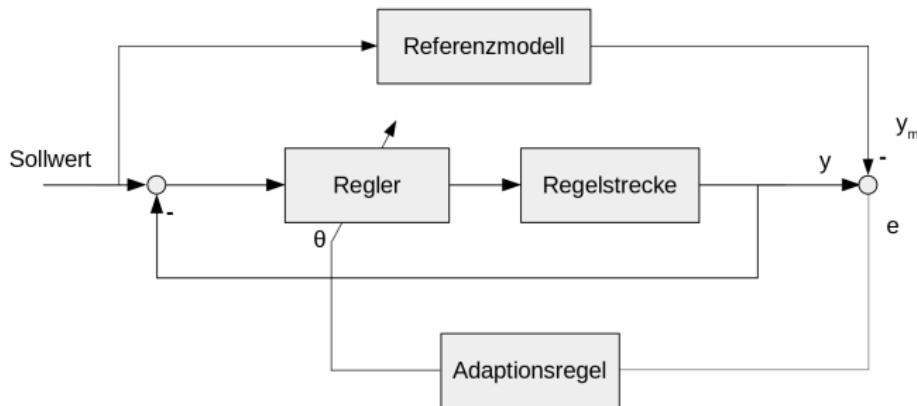


Model Reference Adaptive Control (MRAC) (2)

- ▶ Ansatz: Minimiere quadratischen Fehler $J = \frac{1}{2}e^2$
- ▶ Parameteranpassung durch Gradientenabstieg:

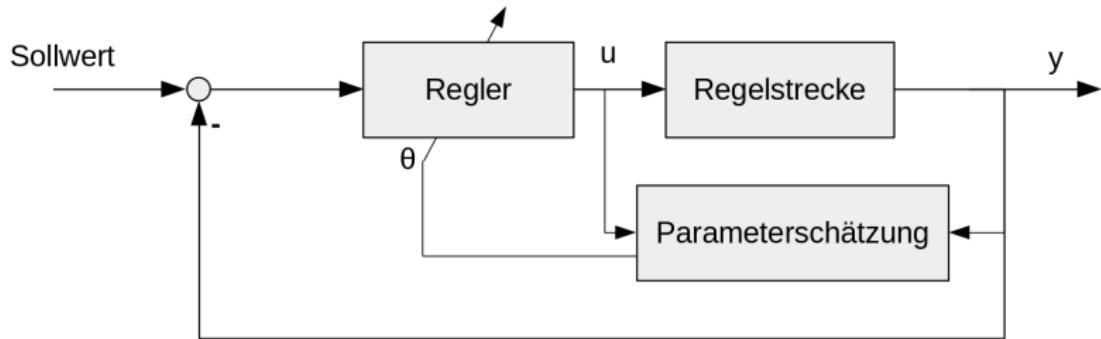
$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta}$$

- ▶ γ ist ein Parameter, über den die Geschwindigkeit der Adaption eingestellt werden kann.



Model Identification Adaptive Control (MIAC)

- ▶ Parameteridentifikation zur Laufzeit (z.B. rekursives Least-Squares-Verfahren, s. Kapitel 2).
- ▶ Reglerparameter werden zur Laufzeit auf Basis der geschätzten Streckenparameter angepasst.



Modellbasierte Prädiktivregelung (1)

"PID-Regelung ist wie Autofahren mit Blick durch den Rückspiegel"

Überlegen Sie, was damit gemeint sein könnte!

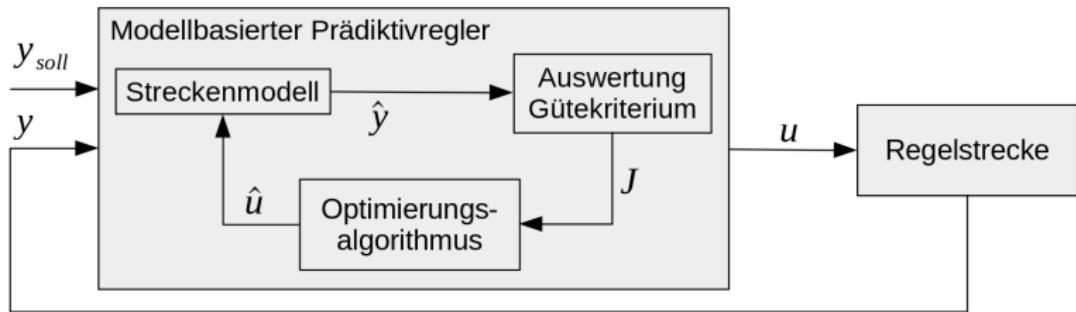
- ▶ Klassische PID-Regler berechnen ihre Stellgröße auf Basis von aktuellen/vergangenen Regelfehlern.
- ▶ Dabei wird jedoch nicht beachtet, welchen Einfluss die gewählte Stellgröße für das *zukünftige* Verhalten des Systems hat.
- ▶ *Modellbasierte Prädiktivregler* nutzen dagegen das Streckenmodell, um Vorhersagen über das zukünftige Streckenverhalten zu treffen.
- ▶ Auf Basis der Vorhersage kann die Stellgröße optimiert werden, sodass das System über einen gewissen Zeithorizont in der Zukunft ein möglichst günstiges Verhalten zeigt.

Modellbasierte Prädiktivregelung (3)

Es gibt viele Arten Modellbasierter Prädiktivregler, die hier nicht alle besprochen werden können. Im Folgenden ein vereinfachtes Beispiel, wie eine modellbasierte Prädiktivregelung aussehen könnte:

- ▶ Wiederhole iterativ:
 1. Wähle Stellgröße u
 2. Verwende Modell der Regelstrecke, um den Verlauf der Regelgröße \hat{y} vorherzusagen, der sich bei der aktuellen Stellgröße ergeben würde.
 3. Werte ein Gütekriterium $J(\hat{y}, u)$ aus, um die gewählte Stellgröße zu bewerten (z.B. Stellauflauf, Abweichung von Sollverhalten, etc.).
- ▶ Wähle beste Stellgröße mit dem besten Wert für J und gebe sie aus.

Modellbasierte Prädiktivregelung (4)



u : Ausgegebene (reale) Stellgröße

y : Reale Regelgröße

\hat{u} : Virtuelle Stellgröße

\hat{y} : Vorhergesagter Verlauf der Regelgröße bei Stellgröße \hat{u}

Zustandsregler (1)

Bisher:

- ▶ Einzelne Eingangsgröße u
- ▶ Einzelne Ausgangsgrößen y_i

Zustandsregler: Umfassendere Betrachtung des Systems

- ▶ Mehreren Zustandsgrößen x_i , welche den internen Systemzustand beschreiben.
- ▶ Eine oder mehrere Eingangsgrößen u_i
- ▶ Eine oder mehrere Ausgangsgrößen y_i

Zustandsregler (2)

- Die Systemdynamik wird durch ein System gekoppelter linearer DGL's erster Ordnung beschrieben:

$$\dot{x}_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n + b_{i1}u_1 + \dots + b_{im}u_m$$

wobei n die Anzahl der Zustandsgrößen (=Systemordnung) und m die Anzahl der Eingangsgrößen ist.

- In Matrixdarstellung:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{B} \cdot \underline{u}$$

mit Dynamikmatrix \underline{A} ($n \times n$) und Eingangsmatrix \underline{B} ($n \times m$)

- Die Systempole (und damit die Stabilität eines Systems) lassen sich in Zustandsraumdarstellung aus den Eigenwerten der Systemmatrix berechnen:

$$\det(s \cdot I - \underline{A}) = 0$$

Zustandsregler (3)

- Die Ausgangsgrößen setzen sich aus den Zustands- und Eingangsgrößen zusammen:

$$y_i = c_{i1}x_1 + \dots + c_{in}x_n + d_{i1}u_1 + d_{im}u_m$$

- In Matrixdarstellung:

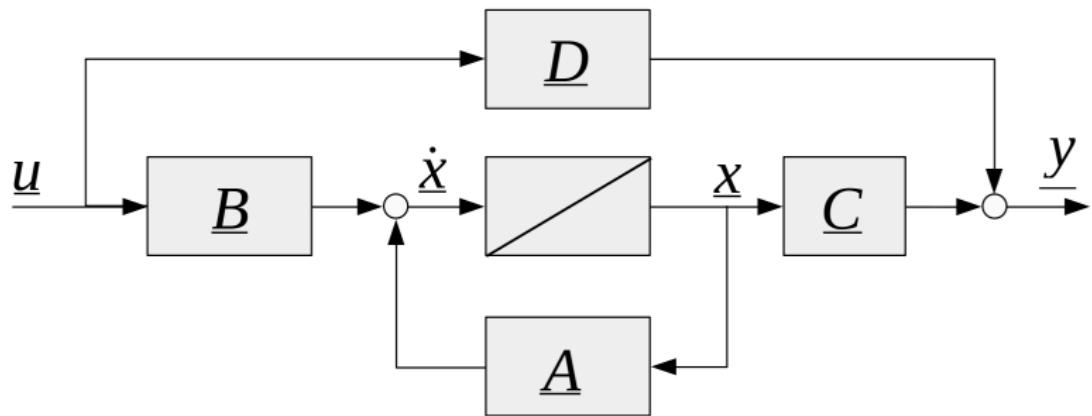
$$\underline{y} = \underline{C} \cdot \underline{x} + \underline{D} \cdot \underline{u}$$

mit Ausgangsmatrix \underline{C} ($p \times n$)
und Durchgriffmatrix \underline{D} ($p \times m$)

Aufgabe: Zeichnen Sie ein Signalflussbild für ein System in Zustandsraumdarstellung (Hinweis: Die Matrixmultiplikationen können Sie einfach als Block darstellen, welcher mit der jeweiligen Matrix beschriftet ist).

Zustandsregler (4)

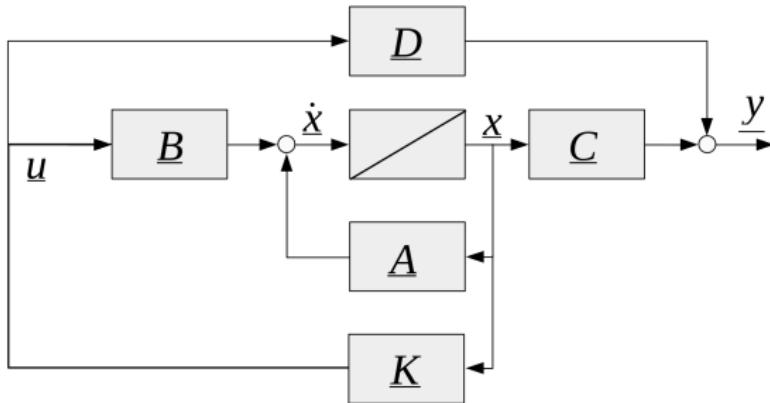
Lösung:



Zustandsregler (5)

Bei einer Zustandsregelung werden anstatt der Ausgangsgröße die internen Zustandsgrößen des Systems zurückgeführt:

$$\underline{u} = -\underline{K} \cdot \underline{x}$$



Frage: Wie verändert sich die Systemdynamik durch die Rückführung? Geben Sie die Veränderte Matrix-DGL an!

Zustandsregler (6)

- ▶ Ziel des Reglerentwurfs ist es, eine geeignete Matrix von Verstärkungsfaktoren \underline{K} zu finden, mit der das System stabil ist und eine gewünschte Dynamik aufweist.
- ▶ Durch die Rückführung verändert sich die Dynamikmatrix wie folgt:

$$\dot{\underline{x}} = (\underline{A} - \underline{B} \cdot \underline{K}) \cdot \underline{x}$$

- ▶ Nun versucht man die Rückführungsmatrix \underline{K} so zu wählen, dass sie bestimmte gewünschte Eigenwerte aufweist. Man kann also die Pole des geregelten Systems vorgeben. Dieses Verfahren bezeichnet man als *Polvorgabe* (mehr Details z.B. in Föllinger, "Regelungstechnik", VDE Verlag).

Zustandsbeobachter (1)

Zustandsrückführung $u = -K \cdot x$ erfordert Kenntnis des Vektors aller Zustandsgrößen.

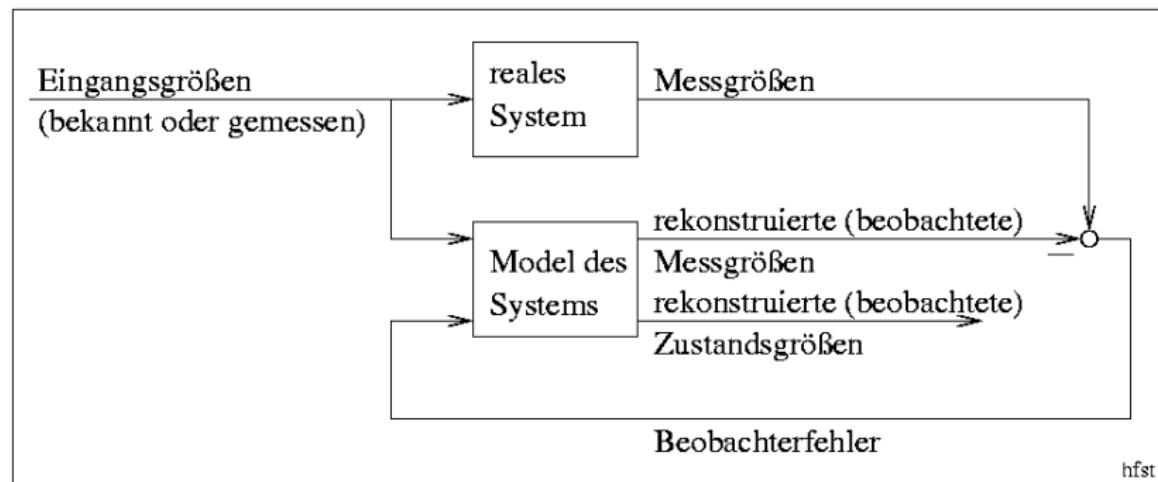
Problem: Nicht immer sind alle Zustandsgrößen messbar.

Lösung: Zustandsbeobachter

- ▶ Separates Modell, das parallel zur realen Regelstrecke virtuell mitläuft
- ▶ Beobachter adaptiert interne Zustandsgrößen so, dass Ausgang mit dem der realen Strecke übereinstimmt.
- ▶ Interne Zustandsgrößen des Beobachters werden als geschätzte Zustandsgrößen zurückgeführt.

Zustandsbeobachter (2)

Prinzipskizze Zustandsbeobachter:



Bildquelle: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7c/Beobachter01.png>

Was Sie aus diesem Kapitel mitnehmen sollten

- ▶ Folgende Verfahren *qualitativ* erklären können:
Kaskadenregelung, Vorsteuerung, Störgrößenaufschaltung,
Adaptive Regelung, Modellbasierte Prädiktivregelung,
Zustandsregelung und Zustandsbeobachter.
- ▶ Zusätzlich:
 - ▶ Bei Vorsteuerung und Störgrößenaufschaltung: Bedingungen für Realisierbarkeit kennen
 - ▶ Adaptive Regelung: Adaptationsregel für MRAC kennen
 - ▶ Wissen, wie man eine DGL in Zustandsraumdarstellung überführt und die Pole in Zustandsraumdarstellung berechnet
 - ▶ Grundidee der Zustandsrückführung und Polvorgabe erklären können