1 Partie Théorique

1.1 Question 1

Nous devons démontrer que H[x,y] = H[y—x] + H[x] :
Soit I[x,y] = -log(P(x,y))
= -log(P(y—x)P(x)) par les formules de probabilité conditionnelle
= -log(P(y—x) -log(P(x)) par le fait que log(a*b) = log(a)+ log(b)
= I[y—x] +I[x]

Or H[x,y] = E[I[x,y]]
H[x,y] = E[I[y—x] + I[x]] Espérance étant linéaire
H[x,y] = E[I[y—x]] + E[I[x]]
H[x,y] = H[y—x] + H[x] CQFD

1.2 Question 2

1.3 Question 3

Nous allons démontrer que Cov(X,Y) = E[XY] -E[X]E[Y] :
Soit Cov(X,Y) = E[(X-E[X]])([Y-E[Y])] par définition du cours
Cov(X,Y) = E[XY -XE[Y] -E[X]Y +E[X]E[Y]]
= E[XY] -E[X]E[Y] - E[X]E[Y] +E[X]E[Y] par la continuité de l'espérance
= E[XY] -E[X]E[Y]

1.4 Question 4

Soit X une variable aléatoire binaire réprésentait par la distribution suivantes :
0 ; 0 ; 0; 1; 0; 0 ; 1; 0; 1; 0

A partir de cette distribution , nous pouvons déduire que :

P(X=0) = 7/10 il y a 7 zéros sur 10 tirage
P(X=1) = 3/10 il y a 3 uns sur 10 tirages

Pour calculer l'Espérance et la Variance, il faut faire :
E[X] = 0*7/10 + 1*3/10 = 3/10
V[X] = E[X^2] - $(E[X])^2$ par définition
E[X^2]= 0^2 *7/10 + 1^2 *3/10=3/10
$(E[X])^2$ = $(3/10)^2$ = 9/100
Soit V[X] = 21/100

Enfin, pour calculer l'Entropie : H[x]= -P(X)*log(P(X))
H[x] = -7/10*log(7/10) -3/10*log(3/10) = 0,88