

## TP2

### Mathématiques de la décision

L'objectif de cette séance est la résolution graphique de problèmes d'optimisation linéaire en dimension 2. Cette méthode de résolution s'étend, bien sûr difficilement aux problèmes posés en dimensions supérieures mais fournit néanmoins l'intuition géométrique des différentes situations rencontrées.

**Exercice 1.** Résoudre le problème suivant :

$$\begin{aligned} &\text{minimiser } x_1x_4(x_1 + x_2 + x_3) + x_3 \\ &\left\{ \begin{array}{l} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 40 \\ x_1x_2x_3x_4 \geq 25 \\ 1 \leq x_1, x_2, x_3, x_4 \leq 5 \\ x_0 = (1, 5, 5, 1) \end{array} \right. \end{aligned}$$

**Exercice 2.** On s'intéresse au problème linéaire suivant :

$$\begin{aligned} &\text{maximiser } f(x, y) = 2x + y \\ &\left\{ \begin{array}{l} x + 2y \leq 8 \\ x + y \leq 5 \\ 9x + 4y \leq 36 \\ x, y \geq 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$

- (1) Résoudre le problème.
- (2) À l'aide de la fonction plot de la librairie [matplotlib](#), représenter le convexe A associé aux contraintes.
- (3) Que peut-on en conclure quant à l'existence et nature des solutions ?
- (4) À l'aide de la représentation avec [matplotlib](#) des lignes de niveaux de la fonction de coût  $f$ , résoudre le problème.
- (5) Que se passe-t-il si l'on cherche à maximiser la fonction de coût  $f_2(x, y) = x + y$  sous les mêmes contraintes ?
- (6) On suppose, plus généralement, que la fonction de coût  $f_a(x, y) = ax + y$  dépend d'un paramètre  $a$ . Décrire la solution du problème de programmation linéaire suivant les valeurs du paramètre  $a$ .

**Exercice 3. Pour aller plus loin :** Résoudre graphiquement le problème suivant :

$$\text{maximiser } x + y + z \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ x, y, z \geq 0 \end{array} \right.$$