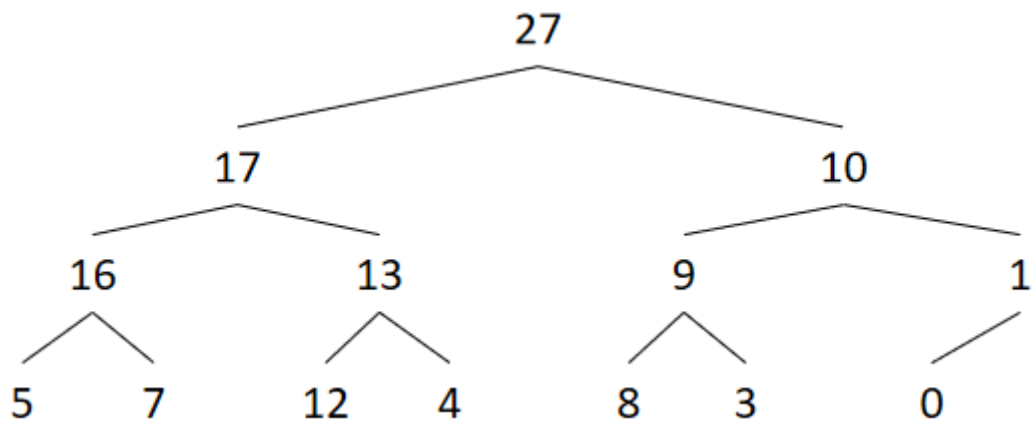
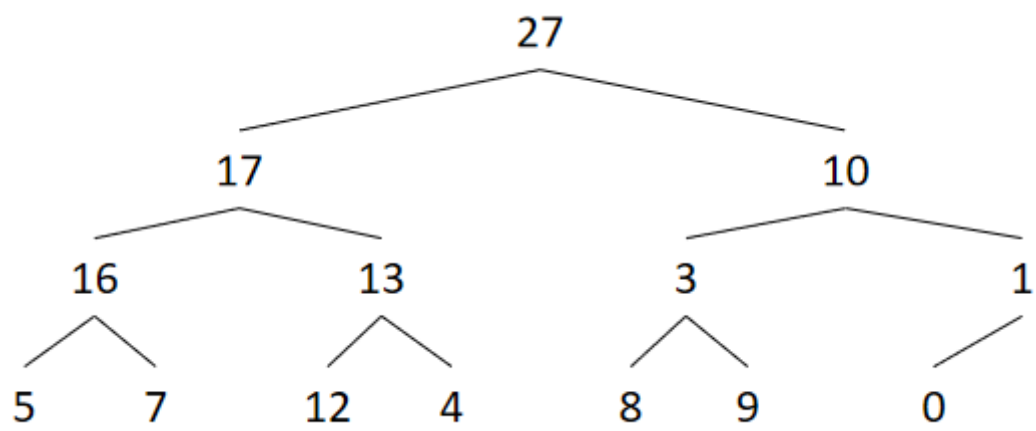
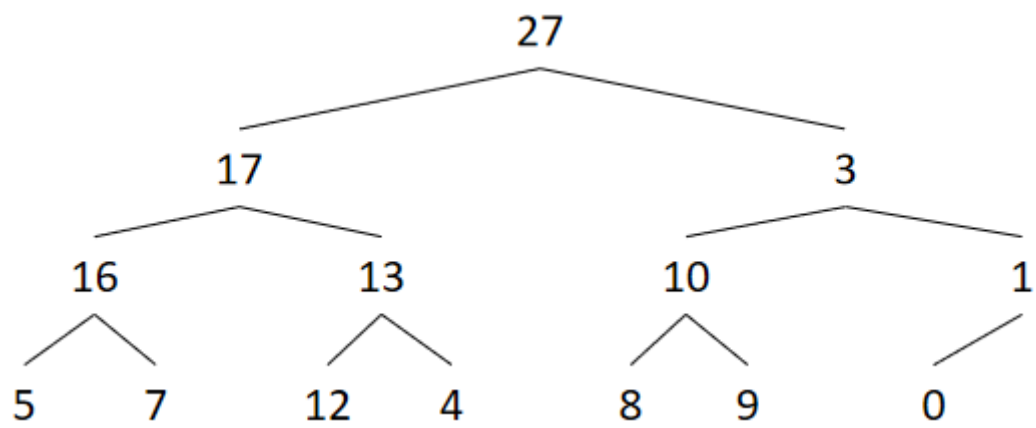
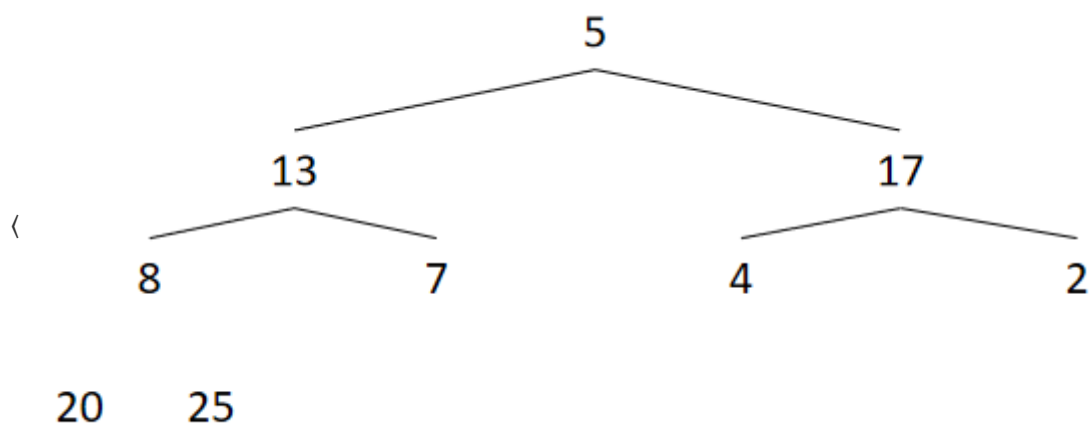
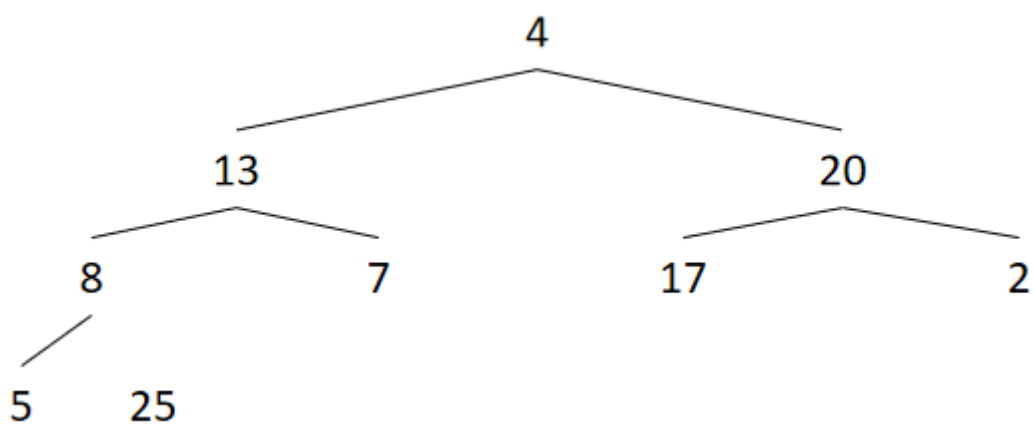
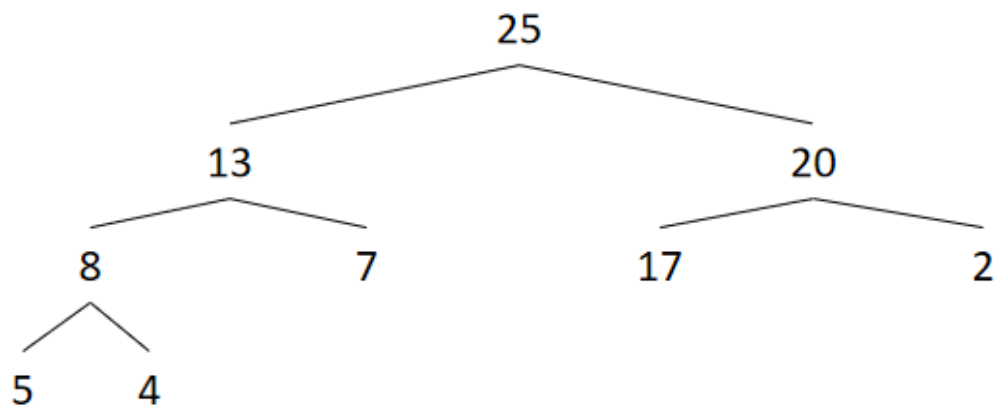
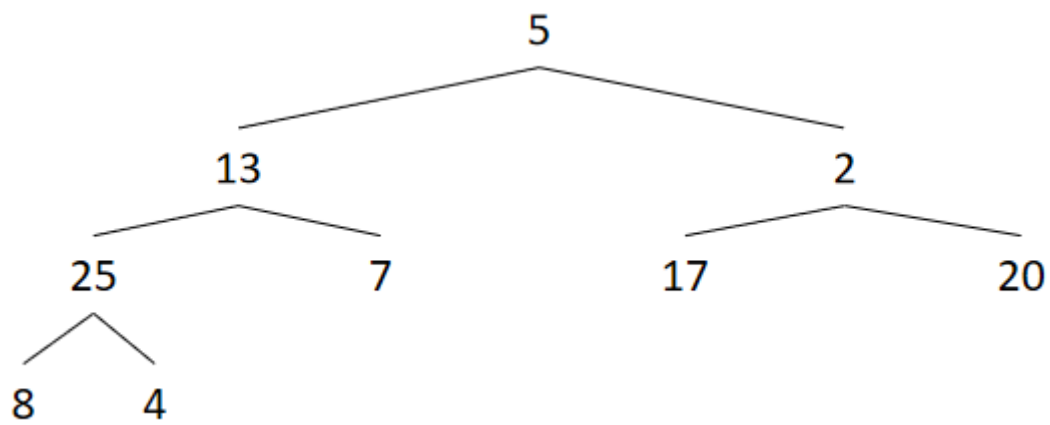


6.2-1



6.4-1



以此类推最后得到

2

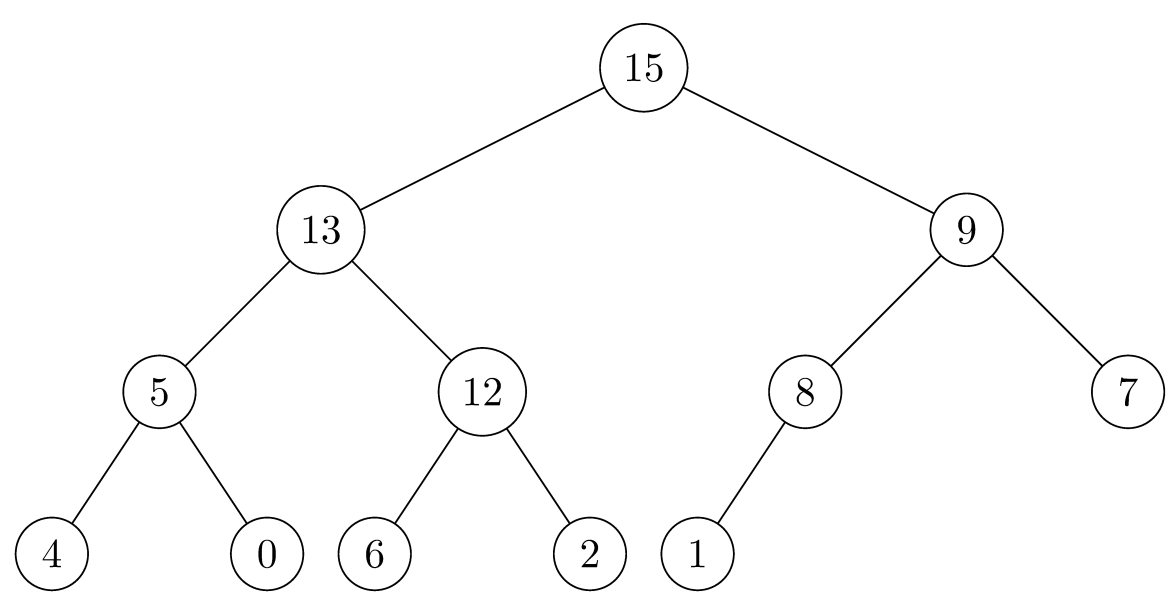
4 5

7 8 13 17

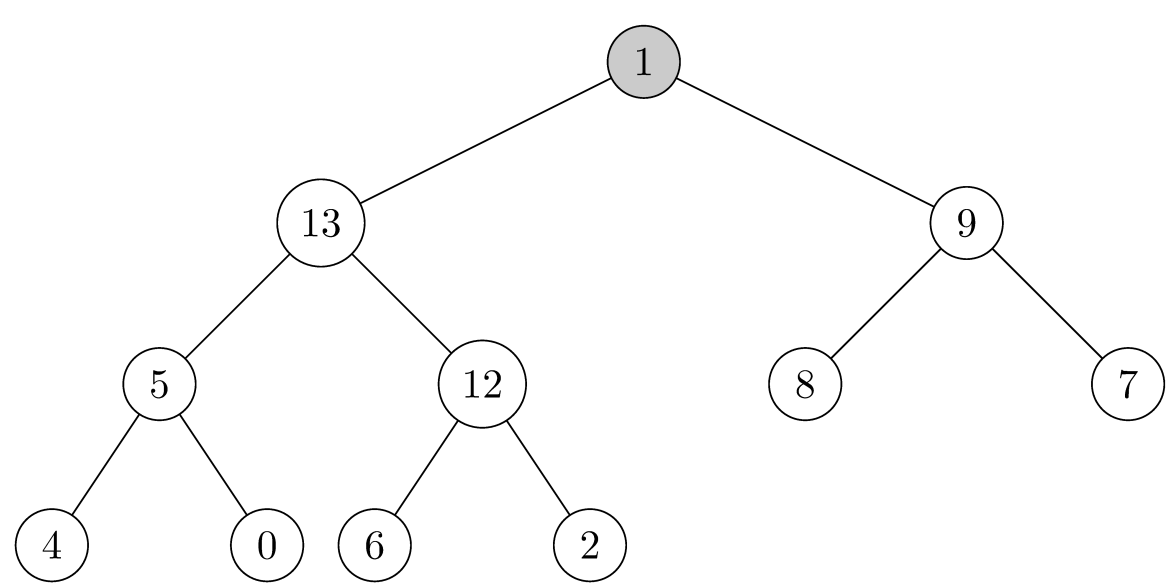
20 25

6.5-2

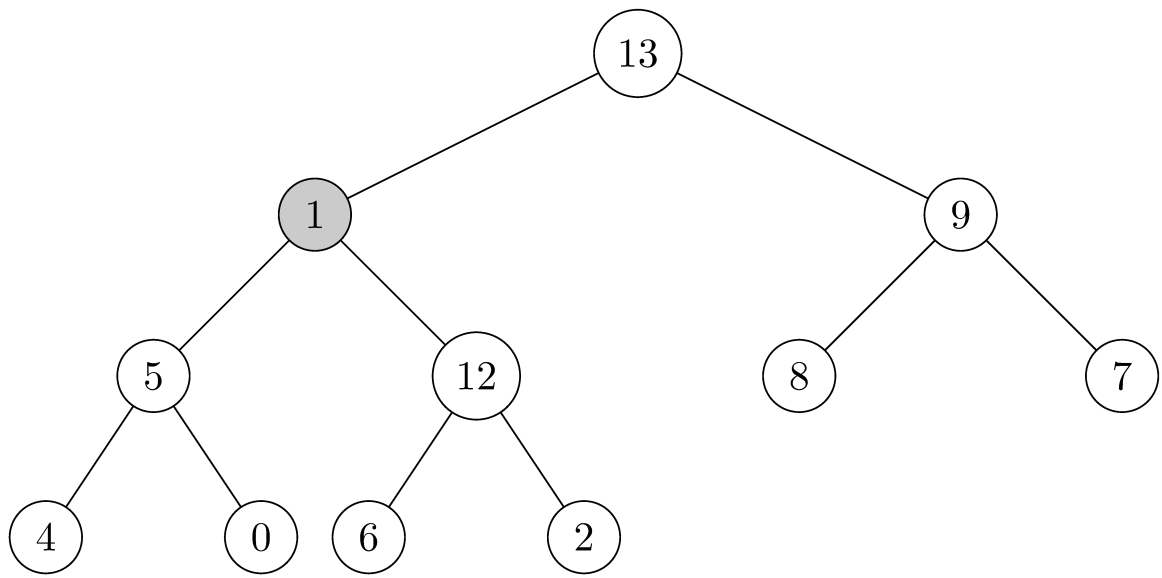
原始堆



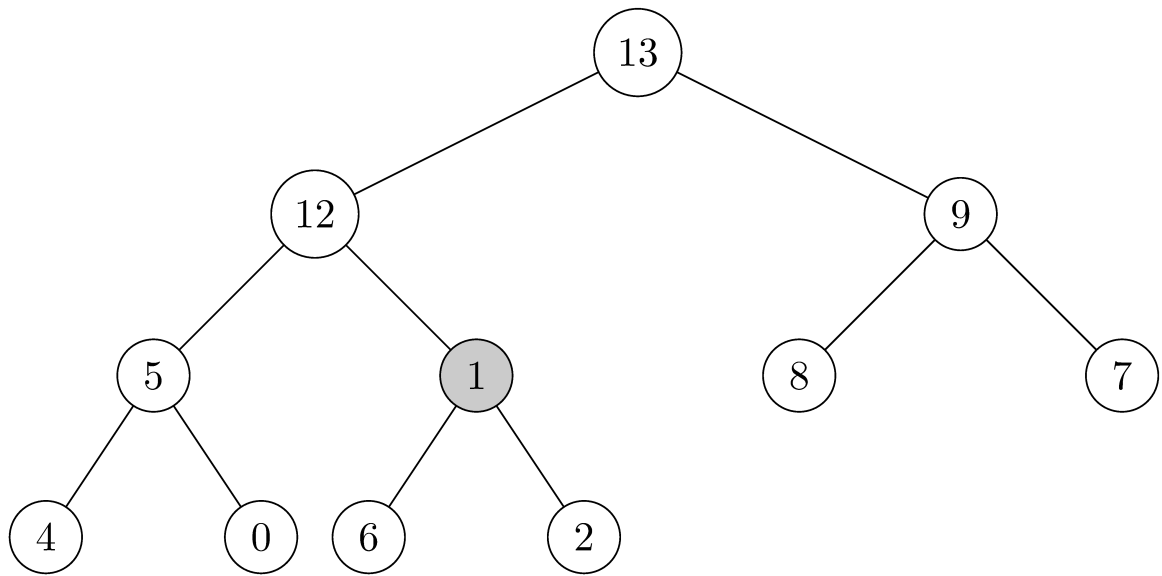
提取最大节点15，移动1至节点顶部



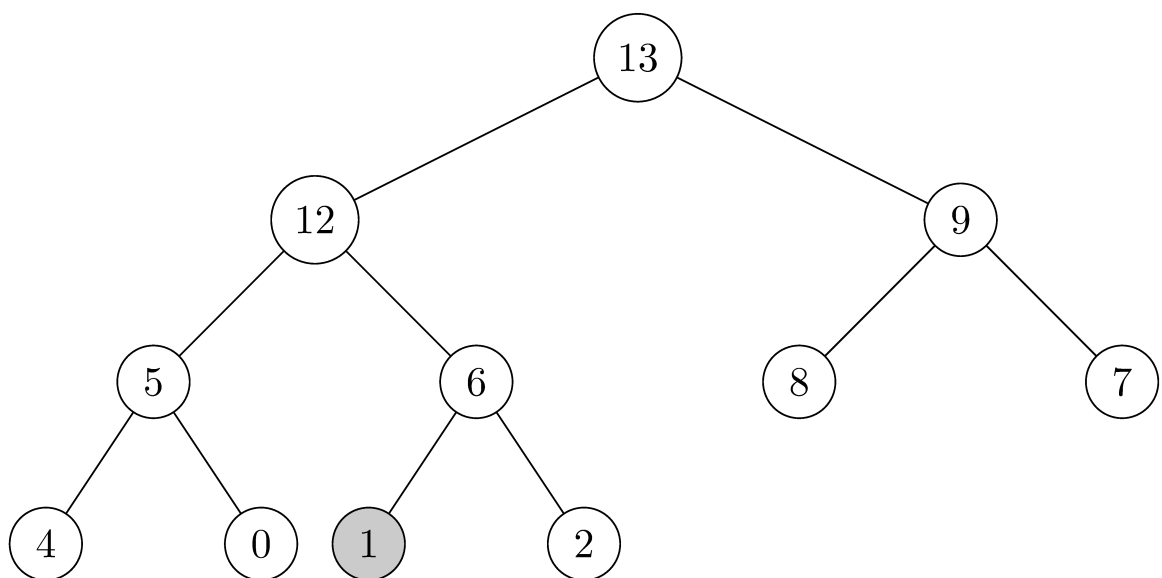
交换1和13



交换1和12



交换1和6



提取最大节点13，移动2至节点顶部；以此类推，依次移出最大节点

7.1-1

13	19	9	5	12	8	7	4	21	2	6	11
9	19	13	5	12	8	7	4	21	2	6	11
9	5	13	19	12	8	7	4	21	2	6	11
9	5	8	19	12	13	7	4	21	2	6	11
9	5	8	7	12	13	19	4	21	2	6	11
9	5	8	7	4	13	19	12	21	2	6	11
9	5	8	7	4	2	19	12	21	13	6	11
9	5	8	7	4	2	6	12	21	13	19	11
9	5	8	7	4	2	6	11	21	13	19	12

7.5

$$a. p_i = \frac{(i-1)(n-i)}{C_n^3} = \frac{6(i-1)(n-i)}{n(n-1)(n-2)}$$

$$b. \frac{6(\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor - 1)(n - \lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor)}{n(n-1)(n-2)} - \frac{1}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} = \frac{\frac{6(\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor - 1)(n - \lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor)}{n(n-1)(n-2)}}{\frac{1}{n}} = \frac{3}{2}$$

$$c. \int_{\frac{n}{3}}^{\frac{2n}{3}} \frac{6(n-x)(x-1)}{n(n-1)(n-2)} dx = \int_{\frac{n}{3}}^{\frac{2n}{3}} \frac{6(-x^2 + nx + x - n)}{n(n-1)(n-2)} dx = \frac{6(-7n^3/81 + 3n^3/18 + 3n^2/18 - n^2/3)}{n(n-1)(n-2)} = \frac{13}{27}$$

d. 即使我们总是选择中间元素作为枢轴（这是最好的情况），递归树的高度仍然是 $\Theta(\lg n)$ ，因此快速排序的时间复杂度仍然为 $\Omega(n \lg n)$

8.2-1

$C = \langle 2, 2, 2, 2, 1, 0, 2 \rangle$

$C = \langle 2, 4, 6, 8, 9, 9, 11 \rangle$

先把2放在正确的位置， $B[C[A[j]]] = A[j]$ ， $B[C[2]] = B[6] = 2$ ，说明2放在第六个位置。

$B = \langle 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 6, 6 \rangle$

8.3-2

插入排序和归并排序是稳定的，堆排序和快速排序不是稳定的。

为了使任何排序算法稳定，我们可以对数据预处理，用有序对替换数组的每个元素。第一个条目将是元素的值，第二个值将是元素的索引。

比如，数组 $[2, 1, 1, 3, 4, 4, 4]$ 可以表示为 $[(2, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 4), (4, 5), (4, 6), (4, 7)]$

定义, 如果满足 $i \leq k$ 且 $j < m$, 则 $(i, j) < (k, m)$ 。

在该定义下, 算法保证是稳定的, 因为我们的每个新元素都是不同的, 索引比较确保如果重复元素在原始数组中出现得更晚, 它必须出现在排序数组的后面。这使空间需求加倍, 但运行时间将逐渐保持不变。

9.2-4

当选择的分区始终是数组的最大元素时, 我们得到最坏情况的性能。

依次选取主元: $\langle 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0 \rangle$

9.3-1

在 $\lfloor n/7 \rfloor$ 个组中, 除了当 n 不能被 7 整除时所含的元素少于 7 的那个组合包含 x 的那个组之外, 至少有一半的组中有 4 个元素大于 x 。

不算这两个组, 大于 x 的元素至少为

$$4(\lceil \frac{1}{2} \lceil \frac{n}{7} \rceil \rceil - 2) \geq \frac{2n}{7} - 8$$

同理小于 x 的元素至少有 $\frac{2n}{7} - 8$, 分区最多会将子问题减小到大小 $5n/7 + 8$, 得出以下递推式

$$T(n) = \begin{cases} O(1) & \text{if } n < n_0 \\ T(\lceil n/7 \rceil) + T(5n/7 + 8) + O(n) & \text{if } n \geq n_0 \end{cases}$$

用替换法来证明运行时间是线性的, 即证明对某个适当大的常数 c 和所有的 $n > 0$, 有 $T(n) \leq cn$, $O(n)$ 有上界 an

$$T(n) \leq c\lceil n/7 \rceil + c(5n/7 + 8) + an$$

$$\leq cn/7 + c + 5cn/7 + 8c + an$$

$$= 6cn/7 + 9c + an = cn + (-cn/7 + 9c + an) \leq cn = O(n)$$

需要满足 $-cn/7 + 9c + an \leq 0$, 即 $c \geq \frac{7an}{n-63}$

$n_0 = 126, n \leq n_0, n/(n-63) \leq 2, c \geq 14a$ 即可。

在 $\lfloor n/3 \rfloor$ 个组中, 除了当 n 不能被 3 整除时所含的元素少于 3 的那个组合包含 x 的那个组之外, 至少有一半的组中有 2 个元素大于 x 。

不算这两个组, 大于 x 的元素至少为

$$2(\lceil \frac{1}{2} \lceil \frac{n}{3} \rceil \rceil - 2) \geq \frac{n}{3} - 4$$

同理小于 x 的元素至少有 $\frac{n}{3} - 4$, 分区最多会将子问题减小到大小 $2n/3 + 4$, 得出以下递推式

$$T(n) = \begin{cases} O(1) & \text{if } n < n_0 \\ T(\lceil n/3 \rceil) + T(2n/3 + 4) + O(n) & \text{if } n \geq n_0 \end{cases}$$

用替换法来证明运行时间满足 $T(n) = \omega(n)$, 假定 $T(n) > cn$, $O(n)$ 有上界 an

$$T(n) > c\lceil n/3 \rceil + c(2n/3 + 2) + an$$

$$> cn/3 + c + 2cn/3 + 2c + an = cn + 3c + an > an = \omega(n), c > 0, a > 0, n > 0$$

9.3-6

- (1) 如果 $k = 1$, 则返回一个空列表
- (2) 如果 k 是偶数, 找到对应中位数, 以中位数为界, 划分为两个子问题 $\lfloor n/2 \rfloor$, 返回对应解决方案和中位数
- (3) 如果 k 是奇数, 发现 $\lfloor k/2 \rfloor$ 和 $\lceil k/2 \rceil$ 边界, 减少到两个子问题, 最坏递归情况:

$$T(n, k) = 2T(\lfloor n/2 \rfloor, k/2) + O(n)$$

```
#include <iostream>
using namespace std;
void exchange(int &a, int &b)
{
    int temp;
    temp = a;
    a = b;
    b = temp;
}
int partition(int A[], int p, int r, int key)
{
    int i = p - 1, j;
    for(j=p; j<r; ++j)
        if(A[j]==key)
            break;
    exchange(A[j], A[r]);
    for(j=p; j<r; ++j)
    {
        if(A[j]<=key){
            i++;
            exchange(A[i], A[j]);
        }
    }
    exchange(A[i+1], A[r]);
    return i+1-(p-1);
}
void insert_sort(int A[], int p, int r)
{
    if(p>=r)
        return;
    int key, i, j;
    for(j=p+1; j<=r; j++)
    {
        key = A[j]; i=j-1;
        while(i>=p && A[i]>key)
        {
            A[i+1] = A[i];
            i = i-1;
        }
        A[i+1] = key;
    }
}
int select(int A[], int p, int r, int i)
{
    if(p==r)
        return A[p];
}
```

```

int k = p+4;
while(k<=r)
{
    insert_sort(A, k-4, k);
    k += 5;
}
insert_sort(A, k-4, r);
int num;
num = (r-p+1)/5 + ( (r-p+1)%5 ? 1:0 );
int *new_arr = new int[num];
for(int j=0;j<num-1;++j)
    new_arr[j] = A[3+j*5+p-1];
//找出最后一个中位数
k = r-(num-1)*5 - (p - 1);
if(k%2)k = k + 1;
k = k/2;
k += (num-1)*5 + p - 1;
new_arr[num-1] = A[k];
//对[n/5]个中位数进行插入排序，找出中位数的中位数x
insert_sort(new_arr, 0, num-1);
int x = new_arr[(num-1)/2];
delete new_arr;
//按中位数x对输入数组进行划分
k = partition(A,p,r,x);
if(k==i)
    return x;
else if(k>i)
    select( A, p, k-1 + (p-1), i);
else
    select( A, k+1 + (p-1), r, i-k);
}
void find_k(int A[],int p, int r, int k)
{
    if(k<1)return;
    int len = (r-p+1)/k;
    int i;
    i = k/2;
    if(i>0){
        select(A,p,r,i*len);
        find_k(A,p,i*len+(p-1),k/2);
        find_k(A,i*len+p,r,k%2?k/2+1:k/2);
    }
}
void test()
{
    int A[] = {0,5,15,14,13,12,9,10,7,3,2,4,6,8,1,11,17,16,18,20,19};
    find_k(A,1,20,5);
    for(int i=1;i<5; ++i)
        cout<<A[i*4]<<" ";
    cout<<endl;
}
int main()
{
    test();
    return 0;
}

```


10.1-1

操作	栈
PUSH(S,4)	4
PUSH(S,1)	4 1
PUSH(S,3)	4 1 3
POP(S)	4 1
PUSH(S,8)	4 1 8
POP(S)	4 1

10.1-4

```
QUEUE-EMPTY(Q)
    if Q.head == Q.tail
        return true
    else return false
```

```
QUEUE-FULL(Q)
    if Q.head == Q.tail + 1 or (Q.head == 1 and Q.tail == Q.length)
        return true
    else return false
```

```
ENQUEUE(Q, x)
    if QUEUE-FULL(Q)
        error "overflow"
    else
        Q[Q.tail] = x
        if Q.tail == Q.length
            Q.tail = 1
        else Q.tail = Q.tail + 1
```

```
DEQUEUE(Q)
    if QUEUE-EMPTY(Q)
        error "underflow"
    else
        x = Q[Q.head]
        if Q.head == Q.length
            Q.head = 1
        else Q.head = Q.head + 1
        return x
```

10.2-5

```
#include <stdlib.h>

typedef struct node_t {
    int key;
    struct node_t *next;
} node_t;

typedef struct {
    struct node_t nil;
} list_t;

void init_list(list_t *list) {
    list->nil.key = 0;
    list->nil.next = &(list->nil);
}

void destroy_list(list_t *list) {
    node_t *node = list->nil.next;
    node_t *next;

    while (node != &(list->nil)) {
        next = node->next;
        free(node);
        node = next;
    }
}

void insert(list_t *list, int key) {
    node_t *new = (node_t *) malloc(sizeof(node_t));
    new->key = key;
    new->next = list->nil.next;
    list->nil.next = new;
}

node_t *search(list_t *list, int key) {
    node_t *node = list->nil.next;

    list->nil.key = key;
    while (node->key != key) {
        node = node->next;
    }

    if (node == &(list->nil)) {
        return NULL;
    } else {
        return node;
    }
}

void delete(list_t *list, int key) {
    node_t *node = &(list->nil);

    while (node->next != &(list->nil)) {
        if (node->next->key == key) {
            node_t *to_be_deleted = node->next;
```

```
node->next = node->next->next;
free(to_be_deleted);
} else {
    node = node->next;
}
}
```

10.3-1

<i>index</i>	1	2	3	4	5	6	7
<i>next</i>		3	4	5	6	7	/
<i>key</i>		13	4	8	19	5	11
<i>prev</i>		/	2	3	4	5	6

<i>index</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
<i>key</i>	13	4	/	4	7	1	8	10	4	19	13	7	5	16	10	11	/	13

10-1

	未排序的单链表	已排序的单链表	未排序的双向链表	已排序的双向链表
<i>SEARCH</i> (<i>L</i> , <i>k</i>)	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$
<i>INSERT</i> (<i>L</i> , <i>x</i>)	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$
<i>DELETE</i> (<i>L</i> , <i>x</i>)	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
<i>SUCCESSOR</i> (<i>L</i> , <i>x</i>)	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$
<i>PREDECESSOR</i> (<i>L</i> , <i>x</i>)	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$
<i>MINIMUM</i> (<i>L</i> , <i>x</i>)	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$
<i>MAXIMUM</i> (<i>L</i>)	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$