

2018~2019 学年第 2 学期期末考试试卷
《算法分析》(A 卷 共 3 页)
(考试时间: 2019 年 6 月 14 日)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	成绩	核分人签字
得分										

一、算法分析 (30 分)

1、应用 Master 方法求解以下递归方程

(1) $T(n)=27T(n/3)+11n^3$ (5 分)

(2) $T(n)=64T(n/4)+10n^3\log_2^n$ (5 分)

2、展开递归式 $T(n)=T(n-1)+cn$, 并对 $T(n)$ 做渐进分析。(5 分)

3、以下伪代码算法将 x 插入到前 n 个元素已排好序的数组 $a[0:n]$ 中, 分析算法在最好、最坏和平均情形所用的关键字比较次数。(10 分)

```
For (i ← n-1; i ≥ 0 且 x < a[i]; i--)  
    a[i+1] ← a[i];  
a[i+1] ← x;
```

4、以下伪代码算法计算数组 $a[0: n-1]$ 中元素的 rank 值, 请用步计数法分析其渐进时间复杂度 (5 分)

```
for(i ← 0; i < n; i++)  
  
    r[i] ← 0;  
  
for(i ← 1; i < n; i++)  
  
    for(j ← 0; j < i; j++)  
  
        if(a[j] ≤ a[i]) r[i]++;  
  
        else r[j]++;
```

二、分治法（15 分）

- 1. 叙述分治法算法的思想并用归并排序算法说明；（5 分）
- 2. 叙述快速排序算法的过程（最好用伪代码），并分析其最好最坏和平均时间复杂度；（5 分）
- 3. 对于快速排序算法，试设计一种能够在 $O(n)$ 时间内选择第 k 小元素元素作为支点的算法 （5 分）

三、贪心法（20 分）

考虑 $0 \leq x_i \leq 1$ 而不是 $x_i \in \{0,1\}$ 的连续背包问题。一种可行的贪婪策略是：按价值密度非递减的顺序检查物品，若剩余容量能容下正在考察的物品，将其装入；否则，往背包中装入此物品的一部分。

- 1. 对于 $n=3$ ， $w=[100,10,10]$ ， $p=[20,15,15]$ 及 $c=105$ ，上述装入方法获得的结果是什么？（5 分）
- 2. 写出伪代码（5 分）
- 3. 证明这种贪心算法总能获得最优解。（10 分）

四、动态规划（20 分）

设 $g(i,x)$ 表示物品 $1,\dots,i$ ，背包容量 x 的 0/1 背包问题的优化效益值。

- (1) 试写出 $g(i,x)$ 满足的动态规划递归关系式（10 分）
- (2) 就以下实例， $n=4,c=20,w=(10,15,6,9),p=(2,5,8,1)$ （10 分）
用元组法计算,并回溯求出优化的物品装法。

五、回溯与分支-限界（15 分）

- 令三元组 (p_i,d_i,t_i) 表示一个作业的罚款额、截止期和执行时间；试用 LC-分枝-限界法求解以下最小罚款额调度问题的实例：4 个作业的罚款额、截止期和执行时间分别为 $(8, 2, 1), (4, 2, 1), (9, 3, 2), (2, 1, 1)$ 。
- 1. 写出所使用的限界函数；（5 分）
 - 2. 画出分枝-限界过程中展开的部分状态空间树。（10 分）

