

15.2-1

1	2	3	4	5	6	
0	150	330	405	1655	2010	1
	0	360	330	2430	1950	2
		0	180	930	1770	3
			0	3000	1860	4
				0	1500	5
					0	6

括号方案：

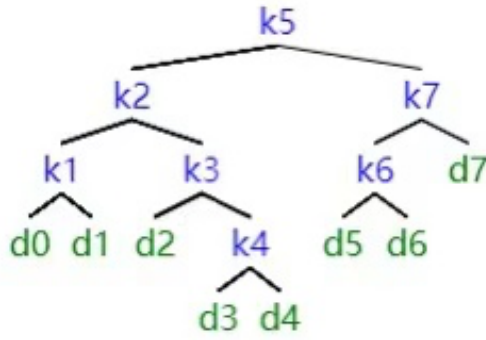
$((A_1\ A_2)((A_3\ A_4)(A_5\ A_6)))$

15.4-1

<1, 0, 0, 1, 1, 0> 或 <1, 0, 1, 0, 1, 0>...

15.5-2

0.06	0.28	0.62	1.02	1.34	1.83	2.44	3.12
	0.06	0.3	0.68	0.93	1.41	1.96	2.61
		0.06	0.32	0.57	1.04	1.48	2.13
			0.06	0.24	0.57	1.01	1.55
				0.05	0.30	0.72	1.20
					0.05	0.32	0.78
						0.05	0.34
							0.05



17.1-1

最坏情况下执行 n 次 *MULTIPUSH* 或者 循环执行 *MULTIPUSH* 和 *MULTIPOP* 的时间复杂度为 $\Theta(kn)$ ，摊还代价为 $\Theta(k)$

17.3-2

定义势函数为

$$\Phi(D_i) = \begin{cases} 0 & i = 0 \\ 2i - 2^{1+\lfloor \lg i \rfloor} & i > 0 \end{cases}$$

当 $i = 1$ 时,

$$\hat{c}_i = c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1}) = 1 + 2i - 2^{1+\lfloor \lg i \rfloor} - 0 = 1$$

当 $i > 1$ ，但不是2的幂时，

$$\hat{c}_i = c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1}) = 1 + 2i - 2^{1+\lfloor \lg i \rfloor} - 2(i-1) + 2^{1+\lfloor \lg(i-1) \rfloor} = 3$$

当 $i > 1$ ，但是2的幂时 ($i = 2^j, j \in \mathbb{N}$) ,

$$\begin{aligned} \hat{c}_i &= c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1}) \\ &= i + 2i - 2^{1+j} - (2(i-1) - 2^{1+j-1}) \\ &= i + 2i - 2i - 2i + 2 + i \\ &= 2 \end{aligned}$$

17.3-3

定义势函数为

$$\Phi(D_i) = \sum_{k=1}^i \lg k$$

对于 *INSERT* 操作

$$\begin{aligned}
\hat{c}_i &= c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1}) \\
&= \lg i + \sum_{k=1}^i \lg k - \sum_{k=1}^{i-1} \lg k \\
&= 2 \lg i \\
&= O(\lg i)
\end{aligned}$$

对于 *EXTRACT – MIN* 操作

$$\begin{aligned}
\hat{c}_i &= c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1}) \\
&= \lg i + \sum_{k=1}^{i-1} \lg k - \sum_{k=1}^i \lg k \\
&= 0 \\
&= O(1)
\end{aligned}$$

17.4-2

TABLE – DELETE 的势函数如下

$$\Phi(T) = \begin{cases} 2 \cdot \text{num}_i - \text{size}_i & \alpha(T) \geq 1/2 \\ \text{size}_i/2 - \text{num}_i & \alpha(T) < 1/2 \end{cases}$$

当 $\alpha_{i-1} \geq 1/2$, $\alpha_i \geq 1/2$ 时

$$\begin{aligned}
\hat{c}_i &= c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1}) \\
&= 1 + (2 \cdot \text{num}_i - \text{size}_i) - (2 \cdot \text{num}_{i-1} - \text{size}_{i-1}) \\
&= 1 + (2 \cdot (\text{num}_{i-1} - 1) - \text{size}_{i-1}) - (2 \cdot \text{num}_{i-1} - \text{size}_{i-1}) \\
&= -1
\end{aligned}$$

当 $\alpha_{i-1} \geq 1/2$, $\alpha_i < 1/2$ 时

$$\begin{aligned}
\hat{c}_i &= c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1}) \\
&= 1 + (\text{size}_i/2 - \text{num}_i) - (2 \cdot \text{num}_{i-1} - \text{size}_{i-1}) \\
&= 1 + (\text{size}_{i-1}/2 - (\text{num}_{i-1} - 1) - (2 \cdot \text{num}_{i-1} - \text{size}_{i-1})) \\
&= 2 + \frac{3}{2} \text{size}_{i-1} - 3 \cdot \text{num}_{i-1} \\
&\leq 2 + \frac{3}{2} \text{size}_{i-1} - \frac{3}{2} \text{size}_{i-1} \\
&= 2
\end{aligned}$$

21.2-3

UNION 操作运行时间最多为 $O(n \lg n)$ ，则每一个都花费了最多 $O(\lg n)$ 的分摊时间

MAKE-SET 和 FIND-SET 操作时只有恒定的工作量，也无法抵消 UNION 操作的成本，因此它们的运行时间上界都是 $O(1)$