

数据科学与工程数学基础

作业提交规范及第 4 次作业

教师：黄定江

助教：刘文辉、徐艺玮

2023 年 11 月 3 日

作业提交规范

1. 作业提交形式：建议使用 Word 或 \LaTeX 编写所得到的电子文档。若使用 Word 编写，将其另存为 PDF 形式，然后提交 PDF 文档。若使用 \LaTeX 编写，将其编译成 PDF 形式，然后提交 Tex 和 PDF 两个文档。若使用手写拍照的方式，请务必规整好各题解答的图片，并整合在一个 PDF 文档中，只发图片格式的作业概不批改！
2. 作业命名规范：提交的电子文档必须命名为：“学号_姓名”。命名示例：52200000000_刘某某。
3. 作业提交途径：点击打开每次作业的传送门地址：**第 4 次作业提交传送门**，无需注册和登录，按要求输入个人学号和姓名，然后上传作业文档即可。注意：传送门将会在截至时间点到达后自动关闭。
4. 作业更改说明：如果需要修改已经提交的作业，只要在截至日期前，再次上传更改后的作业（切记保持同名），即可覆盖已有作业。
5. 作业评分说明：正常提交作业的按照实际评分记录；逾期补交作业的根据逾期情况在实际评分基础上酌情扣分；未交作业的当次作业记为 0 分；若发现存在抄袭的作业时，相似的两份作业均会被记为 0 分。

第 4 次作业



提交截至时间：**2023/11/07 下周二 12:00（中午）**

理论部分

习题 1. 利用 QR 分解求解下述线性方程组的解 (最终结果可只需写出具体矩阵与向量的乘积形式即可):

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

习题 2. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 的 SVD 分解。

习题 3. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 在 F 范数下秩为 1 的最优近似。(注: 根据 *Eckart-Young-Mirsky* 定理, 即为只保留最大的秩所对应的矩阵)

习题 4. 假设 D 是一个 $n \times d$ 的矩阵, 矩阵 B 是 $(n+d) \times (n+d)$ 定义为

$$B = \begin{pmatrix} 0 & D^T \\ D & 0 \end{pmatrix}$$

显然 B 是对称矩阵。请证明矩阵 B 的对角化会产生 D 的奇异值分解所需要的所有信息。

实践部分

习题 5. 任选一张图片, 使用 SVD 分解对图片进行压缩, 分别展示取 1%、2%、10%、50% 奇异值的结果。提示: 可在 *numpy* 包中可以使用 '*np.linalg.svd*' 对一个 '*np.matrix*' 对象进行 SVD 分解。需要上传代码和结果。