

数据科学与工程数学基础 作业6

2021年6月30日 上午
718 字 6 分钟

一

证明：若 $H(Y|X) = 0$ 则 Y 是 X 的函数（即对于满足 $p(x) > 0$ 的任意 x ，仅存在一个可能的取值 y ，使得 $p(x, y) > 0$ ）

由 $H(Y|X) = 0$ 可知，对任意 x_i ，存在唯一的 y_j 使得 $P(Y = y_j|X = x_i) = 1$

故

$$\begin{aligned} p(x_i, y_j) &= p(y_j|x_i) \cdot p(x_i) \\ &= p(x_i), X = x_i \wedge Y = y_j \end{aligned}$$

也即 Y 是 X 的函数

二



一个容器里面装有 a 个红球和 b 个白球，若从容器中取出 $k(k \geq 2)$ 个球。对于有放回和无放回两种情况，哪种情况的熵更大?请回答并给予说明。

有放回时，第 i 次摸出红球和白球的概率是相同的

无放回时，第 i 次摸出红球和白球的概率与前 $i - 1$ 次的结果有关

于是由熵的极值性可知，有放回的熵更大。

三

投掷一枚均匀的硬币。硬币出现正面和反面的互信息是多少？

$$I(H,T) = \log \frac{P(H|T)}{P(H)} = -\infty$$

四

投掷一颗 6 面均匀的骰子，出现顶面和前面的互信息是多少？

$$I(Top,Front) = \log \frac{P(Top|Front)}{P(Top)} = -\infty$$

五

求均匀分布 $X \sim U(a,b)$ 的微分熵

$$\begin{aligned} h(X) &= - \int_a^b \frac{1}{b-a} \log \frac{1}{b-a} dx \\ &= \log(b-a) \end{aligned}$$

本博客所有文章除特别声明外，均采用 [CC BY-SA 4.0 协议](#)，转载请注明出处！

