

机器学习理论作业3

10211900416 郭夏辉

Q1: 已知正例点 $x_1 = (1, 2)^T, x_2 = (2, 3)^T, x_3 = (3, 3)^T$ **，负例点** $x_4 = (2, 1)^T, x_5 = (3, 2)^T$ **，试求最大间隔分离平面和分类决策函数，并找出哪些点是支持向量**

该问题可转化为最优化问题 $\min_{w,b} \frac{1}{2} \|w\|^2$

$$s. t. w_1 + 2w_2 + b \geq 1$$

$$2w_1 + 3w_2 + b \geq 1$$

$$3w_1 + 3w_2 + b \geq 1$$

$$-2w_1 - w_2 - b \geq 1$$

$$-3w_1 - 2w_2 - b \geq 1$$

化简，可得

$$-w_1 + w_2 \geq 2$$

$$-2w_1 \geq 2$$

$$2w_2 \geq 2$$

$$w_1 + 2w_2 \geq 2$$

$$w_2 \geq 2$$

易得 $w = (-1, 2)^T$ 时 $\frac{1}{2} \|w\|^2$ 取得最小值，将其带入约束条件，可得 $b = -2$

故最大间隔分离超平面为 $-x^{(1)} + 2x^{(2)} - 2 = 0$

分类决策函数： $f(x) = \text{sign}(-x^{(1)} + 2x^{(2)} - 2)$

求各点到最大间隔分离超平面的距离，可得 $d_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}, d_2 = \frac{2}{\sqrt{5}}, d_3 = \frac{1}{\sqrt{5}}, d_4 = \frac{2}{\sqrt{5}}, d_5 = \frac{1}{\sqrt{5}}$

故 $x_1 = (1, 2)^T, x_3 = (3, 3)^T, x_5 = (3, 2)^T$ 这三个点为支持向量。