（装订线内不要答题）

复旦大学计算机科学技术学院

2009-2010 学年第二学期《线性代数》期终考试试卷

（A 卷）共 8 页

课程代码：COMP120004.02　　　　**考试形式：闭卷**　　　　2010 年 7 月

（本试卷答卷时间为 120 分钟，答案必须写在试卷上，做在草稿纸上无效）

专业________________学号____________姓名____________成绩________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

一、　n 阶行列式计算：（共 20 分，每小题 10 分）

（1）$$A_n = \begin{vmatrix} 1+a_1b_1 & 1+a_1b_2 & \cdots & 1+a_1b_n \\ 1+a_2b_1 & 1+a_2b_2 & \cdots & 1+a_2b_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1+a_nb_1 & 1+a_nb_2 & \cdots & 1+a_nb_n \end{vmatrix}$$

（2）$B_n = \begin{vmatrix} x_1 - y_1 & x_1 - y_2 & x_1 - y_3 & \cdots & x_1 - y_n \\ x_2 - y_1 & x_2 - y_2 & x_2 - y_3 & \cdots & x_2 - y_n \\ x_3 - y_1 & x_3 - y_2 & x_3 - y_3 & \cdots & x_3 - y_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_n - y_1 & x_n - y_2 & x_n - y_3 & \cdots & x_n - y_n \end{vmatrix}$

二、假设 A 为 n 阶方阵，$D = diag\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \cdots, \lambda_n\}$是 n 阶对角阵，其中 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \cdots, \lambda_n$ 两两不相等，且 $AD = DA$，证明:A 必为对角阵。 (10 分)

三、假设 n 阶方阵 A 满足：$(A + aI_n)(A + bI_n) = 0$，其中 $a \neq b, I_n$ 是 n 阶单位阵，证明：

（1）$r(A + aI_n) + r(A + bI_n) = n$；

（2）方阵 A 必相似于一对角阵。 （共 10 分）

（装订线内不要答题）

四、讨论参数α,β的值，解下列方程组。何时无解？何时有唯一的解？并请写出解；何时有无穷多的解？并请写出解的一般形式。

$$\begin{cases} \alpha x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + \beta x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2\beta x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

（12 分）

五、设向量 $\alpha_1=(1,1,0,1),\alpha_2=(1,0,0,1),\alpha_3=(1,1,-1,1),\beta_1=(1,2,0,1),\beta_2=(0,1,1,0)$, 请分别求 $L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)+L(\beta_1,\beta_2)$ 和 $L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)\cap L(\beta_1,\beta_2)$ 的维数及一个基。 （12 分）

（装订线内不要答题）

六、设向量$\alpha_i = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in}), i = 1,2,\cdots,m; \beta = (b_1, b_2, \cdots, b_n)$，而且齐次方程组：

$$
\begin{cases}
a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & 0 \\
a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & 0 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & 0
\end{cases}
$$

的解都是$b_1x_1 + b_2x_2 + \cdots + b_nx_n = 0$的解，证明：向量$\beta$可以由$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m$线性表示。(12 分)

（装订线内不要答题）

七、设 A、B 均为 n 阶方阵。若 AB=BA，则 A、B 有共同的特征向量。　（12 分）

八、设 $P_4[x]$ 是实数域 R 上的次数不超过 4 多项式的全体，

$f_1 = 1 + x - 2x^3, f_2 = x^2 - x^4, f_3 = 4x - x^2 + 5x^3 + 5x^4, f_4 = 2 + x^3 - x^4, f_5 = x - 3x^2 + 3x^4$ 。求

f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 的极大线性无关组。　　　（12 分）