华东师范大学期中试卷 A

2018—2019 年第一学期

课程名称：___概率论与数理统计_______________

学生姓名：___________________ 学 号：___________________

专 业：___________________ 年级/班级：____17 级______

课程性质：公共必修、公共选修、**专业必修**、专业选修

| 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 总分 | **阅卷人签名** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | |

**一、 选择题（每题 2 分，共 20 分）**

1. 下列命题正确的是（ ）

(A) 若事件$A$发生的概率为 0，则$A$为不可能事件；

(B) 若随机变量X与Y不独立，则$\mathrm{E}(X+Y)=E(X)+E(Y)$不一定成立；

(C) 若X是连续型随机变量，且$\mathrm{f}(x)$是连续函数，则$\mathrm{Y}=\mathrm{f}(X)$不一定是连续型随机变量；

(D) 随机变量的分布函数一定是有界连续函数.

2. 将一枚硬币独立地掷两次，设事件$A=${掷第一次出现正面}$,B=${掷第二次出现正面}$,C=${正面出现两次}$,D=${正、反面各出现一次}, 则事件（ ）

(A) $A$，$B$，$D$相互独立. (B) $A$，$B$，$D$两两独立.

(C) $B$，$C$，$D$相互独立. (D) $B$，$C$，$D$两两独立

3. 设随机变量$(X,Y)\sim N(3,2,4,9,0.4)$，则 ( ).

(A) $\mathrm{Cov}(X,Y)=0.4$ (B) $\mathrm{Cov}(X,Y)=4$

(C) $\mathrm{Cov}(X,Y)=9$ (D) $\mathrm{Cov}(X,Y)=2.4$

4. 设随机变量$X$, Y不相关，且$\mathrm{E}(X)=2, \mathrm{E}(Y)=1, \mathrm{D}(X)=3$,则$\mathrm{E}\big(X(X+Y-2)\big)=$（ ）

(A) -3 (B) 3 (C) -5 (D) 5

5. 设两个随机变量的分布函数和密度函数分别是$F_1(x),F_2(x)$和$f_1(x),f_2(x)$。则（ ）

A. $F_1(x)+F_2(x)$是分布函数 B. $F_1(x)\cdot F_2(x)$是分布函数

C. $f_1(x)+f_2(x)$是密度函数 D. $f_1(x)\cdot f_2(x)$是密度函数

6. 设$\mathrm{X}\sim N(\mu_1,\sigma_1^2),\mathrm{Y}\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且$P\{|X-\mu_1|<1\}>P\{|X-\mu_2|<1\}$，则必有 ( )

$(A)\mu_1>\mu_2$； $(B)\sigma_1^2>\sigma_2^2$； $(C)\mu_1<\mu_2$； $(D)\sigma_1^2<\sigma_2^2$.

7. 设随机变量$\mathrm{X}\sim \mathrm{B}(1,p)$, Y 是一连续性随机变量，则 $\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}$ 的分布函数（ ）

(A)是连续函数； (B)是阶梯函数； (C)恰有一个间断点； (D)至少有两个间断点.

8. 设二维随机变量$(X,\mathrm{Y})$的分布律为下表,若随机事件{X=0}与{X+Y=1}相互独立，则（ ）

| Y \ X | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0.4 | a |
| 1 | b | 0.1 |

(A) a=0.2,b=0.3 (B) a=0.1,b=0.4 (C) a=0.4,b=0.1 (D) a=0.3,b=0.2

9. 设相互独立的两个随机变量 $\boldsymbol{X}$ 与 $\boldsymbol{Y}$ 都服从 N（0,1）,则（ ）

(A)P{X+Y>0}=1/4; (B) P{X-Y>0}=1/4;

(C) P{max(X,Y)>0}=3/4; (D) P{min(X,Y)>0}=3/4。

10. 设随机变量$X$服从参数$\lambda=3$的泊松分布，$\mathrm{Y}\sim\mathrm{N}(3,1)$，$X,\mathrm{Y}$相互独立，根据切比雪夫不等式有$\mathrm{P}(X-3<\mathrm{Y}<\mathrm{X}+3)$=（ ）

(A) $\le 0.25$ (B) $\le \frac{5}{9}$ (C) $\ge 0.75$ (D) $\ge \frac{5}{9}$

二、 **填空题（每题 4 分，共 20 分）**

1. 设随机变量X的分布函数$\mathrm{F}(x)=0.4\Phi(x)+0.6\Phi\left(\frac{x-4}{2}\right)$, 其中$\Phi(x)$为标准正态分布函数，则$\mathrm{E}(X)=$ ________。

2. 设随机事件A与B相互独立，A与C相互独立，$\mathrm{BC}=\Phi$，若 $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}$, 又$\mathrm{P}(AC|AB\cup C)=\frac{1}{4}$, 则$\mathrm{P}(C)=$______。

3. 设随机变量 X 的密度函数$f(x)=\begin{cases}2x,0<x<1\\ 0,\text{其它}\end{cases}$，Y 表示 X 的 3 次独立重复事件$\left\{X\le\frac{1}{2}\right\}$次数，则 P{Y=2}=_______。

4. 设随机变量(X,Y)的联合分布函数是

$$F(x,y)=\begin{cases}0,\min(x,y)<0\\ \min(x,y),0\le\min(x,y)<1\\ 1,\min(x,y)\ge1\end{cases}$$

则X的分布函数为___________。

5. 设随机变量X的分布函数为$\mathrm{F(x)}=\begin{cases}0,\ \mathrm{x}<10\\ 1-\frac{10}{x},\ \mathrm{x}\ge10\end{cases}$，用Y表示对X的 72 次独立重复观察中事件中$(\mathrm{X}>30)$出现的次数，则由中心极限定理得：Y近似服从______。

三、 **计算题（每题 10 分，共 60 分）**

附表：(其中$\Phi(x)$是标准正态分布函数)

| $x$ | 0.10 | 0.20 | 0.40 | 0.78 | 0.94 | 1.00 | 1.11 | 1.20 | 1.40 | 1.50 | 1.60 | 2.00 | 2.50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Phi(x)$ | 0.530 | 0.579 | 0.655 | 0.783 | 0.827 | 0.841 | 0.867 | 0.885 | 0.919 | 0.933 | 0.945 | 0.977 | 0.994 |

1. 观察进入华师大车辆的情况，设每小时进入华师大的车辆数服从参数为 λ 的 Poisson 分布，但每天 24 小时中 3 个时间段参数 λ 不一样：在高峰时段（早上 7:00~10:00），λ= 20；平时时段（10:00~20:00）λ=15；而其余时段则是 λ=5．现观察者随机观察某一个小时发现进了 10 辆车，试求属于高峰时段的概率.

2. 设$X$的密度函数为$\mathrm{f(x)}=\frac{1}{2}e^{-|x|}$，$\mathrm{x}\in(-\infty,+\infty)$

(1) $E(X)$.（2 分）

(2) $D(X)$.（2 分）

(3) $cov(X,|X|)$.（3 分）

(4) $E\left(\sqrt{|X|}\right)$.（3 分）

3. 设离散型随机变量 X 和 Y 的联合分布律如下：

| X \ Y | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0.1 | 0.2 |
| 1 | 0.3 | 0.4 |

求（1）$\mathrm{E}(X-1)$. (3 分)

（2） $\mathrm{E}(XY)$. (4 分)

（3）$\rho_{XY}$.(3 分)

4. 设二维随机变量$(X,Y)$服从区域 G 上的均匀分布，G 是由直线 y=1-|x|与 y=0 围成，求：

a) 求 X、Y 的边缘概率密度函数;（5 分）

b) 当$0\le x<1$, 计算$f_{Y|X}(y|x)$.（5 分）

5. 设随机变量 $X$ 与 $Y$ 相互独立， $X$ ， $Y$ 的概率密度函数分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}2x, 0<x<1 \\ 0, 其它\end{cases}, f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, y>0 \\ 0, 其它\end{cases}$$

求（1）（X,Y）的概率密度(3 分)；

（2） $Z=X+Y$ ，试求随机变量 $Z$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$ （7 分）.

6. 学校某食堂出售盒饭，共有三种价格：4 元，5 元和 6 元。出售哪种盒饭是随机的，售出三种价格盒饭的概率分布 0.3,0.5 和 0.2，已知某天售出 400 盒。

求（1）这天售出盒饭的收入不少于 1925 元的概率（5 分）

（2）这天售出 6 元盒饭不多于 100 盒的概率（5 分）