西安交通大学考试题

成绩	

课　程　高等数学 I-2

学　院 ______　　考试日期　2022 年 5 月 8 日

专业班号 ______

姓　名 ______　学　号 ______　期中 □　期末 □

题号	一	二	三	四
满分	15	15	56	14
得分				

得分	
评阅人	

一、　单选题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 的一个邻域内有定义，则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微的一个充分条件是（　）.

（A）$f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处连续且 $f_x(0,0), f_y(0,0)$ 均存在；

（B）$f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处沿任意方向的方向导数均存在；

（C）$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{f(x,y)-f(0,0)}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$；

（D）$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{f(x,y)-xy}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$.

2. 设 (V) 由曲面 $x^2+y^2=z^2+9$ 与平面 $z=0, z=4$ 围成，则在柱坐标下，$\iiint\limits_{(V)} f(x^2+y^2+z^2)dV$ 可化为（　）.

（A）$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^5 \rho d\rho \int_0^4 f(\rho^2+z^2)dz$ ；

（B）$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^5 \rho d\rho \int_{\sqrt{\rho^2-9}}^4 f(\rho^2+z^2)dz$；

（C）$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^3 \rho d\rho \int_0^4 f(\rho^2+z^2)dz+\int_0^{2\pi} d\theta \int_3^5 \rho d\rho \int_{\rho^2-9}^4 f(\rho^2+z^2)dz$；

（D）$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^3 \rho d\rho \int_0^4 f(\rho^2+z^2)dz+\int_0^{2\pi} d\theta \int_3^5 \rho d\rho \int_{\sqrt{\rho^2-9}}^4 f(\rho^2+z^2)dz$.

3. 设有二重极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{\sin x-\sin(2y)}{x-2y}$，则此极限为（　）.

（A）0；　（B）1；　（C）不存在但非 ∞；　（D）∞；

4. 设 $f(x,y)$ 满足 $f_{yy}(x,y)=2, f(x,0)=1, f_y(x,0)=x$，则有（ ）.

（A） $f(x,y)=1-xy+y^2$；

（B） $f(x,y)=1+xy+y^2$；

（C） $f(x,y)=1-x^2y+y^2$；

（D） $f(x,y)=1+x^2y+y^2$.

5. 设 $(\sigma)=\{(x,y)\,|\,0\le x\le\pi, 0\le y\le\sin x\}$，则 $\iint\limits_{(\sigma)} f(x,y)d\sigma$ 等于（ ）.

（A） $\int_0^1 dy\int_{\arcsin y}^{\pi-\arcsin y} f(x,y)dx$；

（B） $\int_0^1 dy\int_{\arcsin y}^{\pi} f(x,y)dx$；

（C） $\int_0^1 dy\int_0^{\pi-\arcsin y} f(x,y)dx$；

（D） $\int_0^1 dy\int_0^{\pi} f(x,y)dx$.

得分	
评阅人	

二、 填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 函数 $f(x,y,z)=x+y+z$ 在点 $P(0,0,1)$ 处沿球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 的外法线方向的方向导数为________.

2. 设 $f(x,y)=xe^{x+y}+\ln y\cdot\arctan\dfrac{x+y}{1+x^2y^2}$，则 $f_x(1,1)=$________.

3. 设 $x^z+y=z^y+x^2$ 决定隐函数 $z=z(x,y)$，则 $dz|_{(1,1)}=$________.

4. 交换积分次序：

$$\int_0^{\sqrt{2}}dx\int_0^x f(x,y)dy+\int_{\sqrt{2}}^2 dx\int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy=\_\_\_\_\_\_\_\_.$$

5. 设 $(V)=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le 1\}$，则

$$\iiint\limits_{(V)}(x+\sqrt{2}y+\sqrt{3}z)^2dV=\_\_\_\_\_\_\_\_.$$

得分	
评阅人	

三、计算(每小题 8 分，共 56 分)

1. 设 f 具有连续的二阶偏导数，$z=f(2x-y, y\sin x)$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$.

2. 设有隐函数方程组 $\begin{cases} x = -u^2 + v + z \\ y = u + vz \end{cases}$，求 $\dfrac{\partial u}{\partial z}, \dfrac{\partial v}{\partial x}$.

3. 求曲面 $x^2 + x + \cos(xy) + yz = 0$ 上点 $P(0,1,-1)$ 处的切平面与法线方程.

4. 设 $(\sigma) = \{(x, y) \mid 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\}$，计算 $\iint\limits_{(\sigma)} e^{\max(x^2, y^2)} d\sigma$.

5. 设(V)是由$z=\sqrt{x^2+y^2}$与$z=1-\sqrt{1-x^2-y^2}$围成立体，计算$I=\iiint\limits_{(V)}(x+y+z)^2\,dV$.

6. 求$f(x,y)=x^3+y^3+(x+y)^2$的极值.

7. 已知 $\vec{f}(u,v)=\begin{pmatrix} u^2+v^2 \\ uv \end{pmatrix}$，$\vec{g}(x,y,z)=\begin{pmatrix} \cos x+\sin y+\tan z \\ e^{x+y+z} \end{pmatrix}$，

设 $\vec{w}=\vec{w}(x,y,z)=\vec{f}\circ\vec{g}$，求 $D\vec{w}(0,0,0)$.

得分	
评阅人	

四、（本题 14 分）设 $f(x,y)=x^{2022}+y^{2022}$.

（1）（8 分）求 $f(x,y)$ 在条件 $x^2+y^2=1$ 下的最大值与最小值；

（2）（6 分）设 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\}$，如果非负函数 $g(x,y)$ 在区域 D 上有连续的偏导数，且在边界 $x^2+y^2=1$ 上满足 $g(x,y)=f(x,y)$. 证明：存在 $(\xi,\eta)\in D$，使得 $[g_x(\xi,\eta)]^2+[g_y(\xi,\eta)]^2<4$.