

华东师范大学期末试卷 (A)

2010—2011 学年第 二 学期

课程名称: 高等数学 A

学生姓名: _____

学 号: _____

专 业: _____

年级/班级: 2010 级

课程性质: 公共必修.

一	二	三	四	五	总分	阅卷人签名

一、填空题: 共 24 分, 每小题 4 分。

1. 设 $\vec{A} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (y^2 + z^2)\vec{j} + (z^2 + x^2)\vec{k}$, 则 $\text{div } \vec{A} =$ _____.

2. 函数 $z = f(x, y)$ 由方程 $z = e^{xyz}$ 确定, 则 $dz =$ _____.

3. 空间曲线 $x = t^2 - 1, y = t^3, z = \sqrt{3 + t^2}$ 在 $P_0(1, -1, 1)$ 处的切线方程为

_____.

4. 设 $\vec{A} = 4xz\vec{i} + x^2y\vec{j} + 2y^2z\vec{k}$, 则 $\text{rot } \vec{A} =$ _____.

5. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(1+n)}{n+1} x^{n-1}$ 的收敛域为_____.

6. 方程 $y'' - 2y' + y = 0$ 通解为_____.

二、解答题: 共 76 分。解答题要有解题过程。

1. (6 分) 设函数 $z = f(u, v)$ 有二阶连续偏导数, $u = xy, v = x^2 + y^2$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

2. (6分) 设 D 由 $y = x, y = -x, y = 1$ 围成, 求二重积分 $\iint_D x^2 \cdot \sqrt{y} d\sigma$.

3. (6分) 计算 $\oint_L 2xy dx + x^3 dy + (x^2 - z^2) dz$, 其中 L 是 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 与 $z = 0$ 的交线, 从 z 正向往负向看时 L 为逆时针方向.

4. (6分) 将函数 $f(x) = \arctan \frac{1+x}{1-x}$ 展开为 x 的幂级数, 并指出收敛域.

5. (6分) 求 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!} x^n$ 的和函数.

6. (6 分) 设 $f(x) = x^2 + x$, ($0 \leq x \leq 2$), $S(x)$ 是 $f(x)$ 在 $(-2, 2]$ 上余弦级数展开式

$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{2}$ 的和函数, 求当 $x \in (2, 4]$ 时, $S(x)$ 表达式.

7. (6 分) 求微分方程 $(x-2)dy + [y + (x-2)^2]dx = 0$ 的通解

8. (8 分) 求方程 $y' = \frac{xy}{y^2 - x^2}$ 的通解.

9. (8 分) 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n}}{n^p}$ 收敛, 求 p 的取值范围.

10. (9 分) 求解初值问题 $y'' - 4y = 4x^2$, $y(0) = -\frac{1}{2}$, $y'(0) = 4$.

11. (9 分) 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 在 $(-\infty, \infty)$ 上收敛, 其和函数 $y(x)$ 满足方程 $y'' - 2xy' - 4y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

(1) 证明 $a_{n+2} = \frac{2}{n+1} a_n$, $n = 1, 2, \dots$; (2) 求出和函数 $y(x)$.