东南大学考试卷(A卷)

课程名称 线性代数A 考试学期 10-11-3 得分

适用专业 非电类专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 120分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________ 学号________

线 封 密

一. (30%)填空题（E表示单位矩阵）

1. 设$A=\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}$，则$A^{2011}B^6C^{17}=$____________；

2. 若矩阵A满足$3A^2+2A=O$，则$(A+E)^{-1}=$____________；

3. 若向量组$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\k\\-1\end{pmatrix}$线性相关，则参数$k=$____________；

4. 若$\alpha=(1,2,3)^T,\beta=(2,1,0)^T$分别是矩阵$A$的属于特征值1和$-1$的特征向量，$\eta=2\alpha+3\beta$，则$A\eta=$____________；

5. 如果矩阵$\begin{pmatrix}1&3\\0&2\end{pmatrix}$与$\begin{pmatrix}2&0\\1&x\end{pmatrix}$相似，则参数$x=$____________；

6. 若4是矩阵$A=\begin{pmatrix}1&a&b\\p&4&c\\q&r&5\end{pmatrix}$的二重特征值，则$A$的行列式$|A|=$____________；

7. 与$\alpha=(1,2,3),\beta=(1,0,-1)$都正交的单位向量是____________；

8. 若二次型$f(x,y)=x^2+2txy+3y^2$是正定的，则参数t满足条件____________；

9. 若n维列向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{\beta}$满足$\boldsymbol{a}^T\boldsymbol{\beta}=2$，则矩阵$\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{a}^T$的非零特征值为____________；

10. 如果向量组中每个向量都是线性方程组$\begin{cases}x_1-x_2+x_3+2x_4=1\\x_1+2x_2-x_3+x_4=5\end{cases}$的解，则这样的向量组的秩之最大值为____________。

二． （10%）已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&2&3\\2&1&3&0\\0&3&1&2\\3&2&0&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} & & & 1\\ & & 2 & \\ & \iddots & & \\ n & & & \end{pmatrix}$。

分别求行列式 $|A|$、$|B|$ 的值。

三． （14%）求 $A(2X-B)=X$ 的解，其中 $A=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&1&3\\0&0&1\end{pmatrix}$， $B=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$。

四. （12%）设向量组 $\beta_1=\begin{pmatrix}0\\3\\5\end{pmatrix},\beta_2=\begin{pmatrix}1\\1\\q\end{pmatrix}$ 可以由向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\1\\p\end{pmatrix}$ 线性表示。

1. 求参数 p,q 的值，并分别将 β_1,β_2 写成 α_1,α_2 的线性组合。
2. 记矩阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2),B=(\beta_1,\beta_2)$。求矩阵方程 $AX=B$ 的解。

五. （14%）已知 $A=\begin{pmatrix}2&2&1\\0&a&0\\1&-2&2\end{pmatrix}$。根据参数 a 的值讨论矩阵 A 是否相似于对角阵。

六．（12%）设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+4x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3-8x_2x_3$。求一正交变换将此二次型化为标准形，并写出相应的标准形。

七．（8%）证明题

1．若$n+2$个n阶实对称矩阵$A_1,A_2,\cdots,A_{n+2}$都是可逆的，证明：存在$i\neq j$，使得A_i与A_j是合同的。

2．证明：对任意$n\times n$矩阵A，存在$n\times n$矩阵B使得$r(AB)=r(A)=r(B)$。