

华东师范大学期末试卷 (A)

2013 —2014 学 年 第 一 学 期

课程名称： 高等数学 A

学生姓名： _____

学 号： _____

专 业： _____

年级/班级： 2013 级

课程性质： 公共必修.

一	二	三	四	五	六	七	八	总分	阅卷人签名

一. 填空题 (24 分, 每题 4 分)

1. 设 $\vec{a} = (2, 1, 2)$, $\vec{b} = (4, 1, -5)$, 使 $\vec{a} - \lambda \vec{b}$ 垂直于 \vec{a} 的 $\lambda =$ _____.

2. 已知 $y = \arcsin \sqrt{1-x^2}$, $x > 0$, 则 $dy =$ _____.

3. $\int x^3 \arctan x dx =$ _____.

4. 曲线 $y = xe^{-x}$ 的拐点为 _____.

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_x^0 \cos t^2 dt}{\sin x} =$ _____.

6. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x(\sin x + \cos^4 x) dx =$ _____.

二. 计算题 (40 分, 每题 5 分)

1. 设 $p(x)$ 是多项式, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x) - x^3}{x^2} = 2$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{p(x)}{x} = 1$, 求 $p(x)$.

2. 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $y = \tan(x + y)$ 所确定, 求二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

3. 计算下列积分:

(1) $\int \sec^3 x dx$;

(2) $\int \frac{1}{(x^2 - 4)^{\frac{3}{2}}} dx$;

(3) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$;

(4) $\int_0^2 \frac{3}{x^2 + x - 2} dx$.

4. 求过点 $(-1,0,4)$ 且平行于平面 $3x-4y+z-10=0$, 又与直线 $\frac{x-1}{0}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{2}$ 垂直的直线.

5. 计算由直线 $y=x^2$, $y=4$, $y=1$ 所围平面图形面积.

三. 综合题 (36 分)

1. (8 分) 求外摆线 $x=a(t-\sin t)$, $y=a(1-\cos t)$ ($a>0$) 一拱和 x 轴所围图形的周长, 并求该图形绕 x 轴旋转一周所得旋转曲面面积.

2. (8 分) 求过点 $(1,2,1)$ 而与两直线

$$\begin{cases} x+2y-z+1=0, \\ x-y+z-1=0 \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} 2x-y+z=0, \\ x-y+z=0 \end{cases}$$

平行的平面的方程.

3. (10 分) 求由曲线 $y=2-|x^2-2|$ 和 x 轴所围封闭图形绕直线 $y=2$ 旋转所成旋转体的体积.

4. (10 分) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续, 且 $f(x)<1$, 证明方程 $2x-\int_0^x f(t)dt=1$ 在开区间 $(0,1)$ 内有且仅有一个根.