

华东师范大学期中试卷

2021-2022 学年第二学期

考试时间: 2022 年5月7 日, 8:00-8:45. 地点: 腾讯会议

课程名称: 高等数学A

一	二	总分	阅卷人签名

一、(90分,每小题15分) 计算下列各题

1. $\oint_C (xy \sin x^2 + 1) ds$, 这里 $C: (x-1)^2 + y^2 = 4$.

2. 利用第一型曲线积分证明半径为 r 的圆的周长为 $2\pi r$.

3. $\oint_L \frac{-2ydx + 3xdy}{|x| + |y|}$, 其中 L 为 $|x| + |y| = r (r > 0)$ 逆时针一周.

4. 验证 $(2x \sin(x+y) + x^2 \cos(x+y))dx + x^2 \cos(x+y)dy$ 是某函数 $u(x, y)$ 的全微分, 并求出这样的 $u(x, y)$.

5. $\oiint_{\Sigma} xydydz + (x+2z \cos y)dxdz + (z^2 \sin y - zy + z)dxdy$, 其中 Σ 是柱面 $\frac{(x-a)^2}{4} + \frac{(y-b)^2}{9} = 1$ 和 $z = -1, z = 2$ 所围的外侧.

6. $\iint_{\Sigma} \frac{z}{\sqrt{5-x^2-y^2-z^2}} dxdy$, 这里 Σ 为上半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 被柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 所截下的部分, 取下侧.

二、(10分) 设有界单连通区域 D 的边界 L 为光滑曲线, u 在闭区域 D 上有二阶连续

偏导数, 且 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$. 试证 $\int_L \frac{\partial u}{\partial n} ds = 0$, 其中 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 是 u 沿 D 的边界曲线 L 上的外法线方向的方向导数, L 方向为逆时针方向.