东南大学考试卷 A 卷

课程名称	线性代数	考试学期	19-20-2	得　分	
适用专业	全　校	考试形式	闭　卷	考试时间长度	120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

学号＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿　密……封……线

一. (30%)填空题（E表示单位矩阵）

1. 设2阶矩阵$A=(\alpha_1,\beta)$，$B=(\alpha_2,\beta)$，若$|A|=-2,|B|=2$，则$|2A-B|=$＿＿＿＿＿＿＿＿；

2. 设向量$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，若$\alpha_1+\alpha_2,k\alpha_2-\alpha_3,\alpha_1+\alpha_3$线性相关，则$k=$＿＿＿＿＿＿；

3. 设$A=\begin{pmatrix}1&2&1&2\\0&1&a&a\\1&a&0&1\end{pmatrix}$，若$Ax=0$的基础解系中只含两个向量，则$a=$＿＿＿＿＿＿；

4. 设向量空间V的从基α_1,α_2到β_1,β_2的 过渡矩阵为$\begin{pmatrix}2&3\\1&1\end{pmatrix}$，向量$\eta$在基$\alpha_1,\alpha_2$下的坐标是$(1,-1)^T$，则$\eta$在基$\beta_1,\beta_2$下的坐标是＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿；

5. 将2阶矩阵A的第二行的2倍加到第一行，再将第一行和第二行互换得矩阵B，则满足$B=PA$的矩阵$P=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿；

6. 若n阶矩阵A,B满足$AB=A+B$，则$(A-E)^{-1}=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿；

7. 若$A=\begin{pmatrix}1&2\\2&x\end{pmatrix}$与$B=\begin{pmatrix}1&3\\y&4\end{pmatrix}$合同，则参数$x,y$的取值范围是＿＿＿＿＿＿＿＿；

8. 已知A,P为 2阶矩阵，且$P=(\alpha,\beta)$可逆，若$P^{-1}AP=\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$，矩阵$Q=(2\beta,3\alpha)$，则$Q^{-1}AQ=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿；

9. 线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2=1\\x_1-x_2=2\\-x_1+2x_2=1\end{cases}$的最小二乘解是＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿；

10. 矩阵$A=\begin{pmatrix}2&-1&1\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}$的若当标准形是＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

二.　（**10%**）计算n阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix} 3 & 1 & & & \\ 2 & 3 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 2 & 3 & 1 \\ & & & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

三.　（**12%**）已知向量 $\beta_1=\begin{pmatrix}1\\4\\-3\end{pmatrix},\beta_2=\begin{pmatrix}a\\3\\0\end{pmatrix}$ 可以由 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\3\\-1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}0\\1\\b\end{pmatrix}$ 线性表示，且表达式不唯一，求参数 a,b 的值及表达式.

四．（**13%**）设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$，求矩阵方程 $XA-AXA=E-A^2$ 的解.

五．（**12%**）设矩阵 $A=\begin{pmatrix}3 & 2 & -2\\ -a & -1 & a\\ 4 & 2 & -3\end{pmatrix}$ 相似于对角阵，求 a，并求可逆矩阵 P 及对角阵 Λ，使得 $P^{-1}AP=\Lambda$.

六．（13%）设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+ax_2^2+2x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3-2x_2x_3$ 的秩为 2，求参数 a，并求一正交变换 $x=Qy$，把 f 化为标准形，并给出相应的标准形.

七．（10%）证明题：

1．设 A 为 $s\times n$ 矩阵. 证明：$r(A)=n$ 的充分必要条件是存在 $n\times s$ 矩阵 B，使得 $BA=E$.

2．设矩阵 $A=\left(a_{ij}\right)$ 是 n 阶正定矩阵，$b_i\neq 0\quad(i=1,2,\cdots,n)$ 为实数．记 $B=\left(b_ib_ja_{ij}\right)$. 证明：$B$ 也是正定矩阵.