复旦大学管理学院
2014—2015学年第一学期期末考试试卷

☑ A卷　　　□ B卷

课程名称：**概率论与数理统计**　　　　课程代码：MANA130001.(01,02,03)
开课院系：管理学院　　　　　　　　　考试形式：闭卷

姓名：__________　学号：__________　专业：__________

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

注意事项

1. 答卷时间120分钟，试题**共10页**。答案必须写在**第1至第9页**上，写在其他纸上无效。
2. 解题用到的标准正态、χ^2、F、t分布的分位点请在第10页的附表中查。

一、填空(每空2分，共20分)

1. 一个班上有10位男生、6位女生，他们用抽签的办法选出3位同学参加体育测试。那么至少抽中一位女生的概率为 __________。

2. 设随机事件 A、B、C 相互独立，$P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B)=\frac{1}{3}$，$P(C)=\frac{1}{2}$。则这三个事件都不发生的概率为 __________。

3. 设 $X_1,\cdots,X_6$ i.i.d. $Poi(\theta)$，则 $\sum_{i=1}^{6}X_i$ 的分布为 __________。

4. $X_1,\cdots,X_{25}$ i.i.d.，已知 $E(X)=1$，$EX^2=5$。令 $S=\sum_{i=1}^{25}X_i$。由中心极限定理知，$P(S\le 15)\approx$ __________ (用 $N(0,1)$ 的分布函数 Φ 表示)。

5. 设 $X_1,\cdots,X_n$ 是来自 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，则 σ^2 的矩估计为__________，该估计量的偏倚为 __________。

6. 设 $X_1,\cdots,X_n$ i.i.d. $B(1,\theta)$，$\theta\in(0,1)$ 是未知参数。根据中心极限定理构造的 θ 的置信水平近似为 $1-\alpha$ 的置信区间为 __________。

7. $X_1,\ldots,X_{25}$ i.i.d. $N(\mu,1)$，μ 为未知参数。检验 $H_0:\mu\le 0$ v.s. $H_1:\mu>0$。根据样本数据算得 $\bar{X}=0.4$，则在显著性水平取 0.05 时，应__________（拒绝/接受）H_0，相应的 p 值__________（小于/等于/大于）0.05。

8. 若假设检验的结论是接受原假设，那么该结论可能(多选)：__________。
1)不犯错误；2)只犯第 I 类错误；3)只犯第 II 类错误；4)同时犯两类错误。

（装订线内不要答题）

二、**(15 分)** 设 A, B 是两个随机事件，且 $P(A)=\frac{1}{4}, P(B\mid A)=\frac{1}{3}, P(A\mid B)=\frac{1}{2}$。令

$$X=\begin{cases}1, & \text{若}A\text{发生},\\ 0, & \text{否则。}\end{cases}\qquad Y=\begin{cases}1, & \text{若}B\text{发生},\\ 0, & \text{否则。}\end{cases}$$

求：(1) 随机向量 (X,Y) 的联合分布列；

(2) X 与 Y 的相关系数；

(3) $Z=X^2+Y^2$ 的分布列。

三、(10分) 随机向量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{8xy}{3}, & 0\le x\le 1, x\le y\le 2x,\\ 0, & \text{else.}\end{cases}$$

求：(1) $P(Y>1\mid X>\frac{1}{2})$。

(2) $Z=X^2$ 的密度函数。

（装订线内不要答题）

四、(15 分) 已知某种电器的寿命 X 的总体分布为指数分布，密度函数为

$$p(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & \text{if } x>0,\\ 0, & \text{else},\end{cases}$$

其中 $\lambda>0$ 未知。现抽取一个简单随机样本 $X_1,\ldots,X_n$，欲估计未知参数 $\theta=\mathrm{var}(X)$。求：

1) θ 的最大似然估计 $\hat{\theta}_{MLE}$。
2) $\hat{\theta}_{MLE}$ 是否是 θ 的无偏估计？如果是，请给出证明；如果不是，请根据 $\hat{\theta}_{MLE}$ 构造一个 θ 的无偏估计。
3) $\hat{\theta}$ 是否是 θ 的相合估计？为什么？

五、(20 分) 研究表明，声音反射对人识别英语辅音有干扰。研究者针对某个很大的特定群体，在以英语为母语的人中(A 组)、以及在以英语为第二语言的人中(B 组)各随机抽了 10 人进行测试，各人的辅音识别能力测试值记录如下：

组别	辅音识别能力测试值										$\sum_{i=1}^{n} x_i$	$\sum_{i=1}^{n} x_i^2$
A 组	93	85	89	81	88	88	89	85	85	87	870	75784
B 组	76	84	78	73	78	76	70	82	79	77	773	59899

假定该特定群体中 A、B 两组人的辅音识别能力均服从正态分布。

(1) 请用恰当的假设检验方法说明：A、B 两组人的辅音识别能力的**总体方差**是否存在显著差别。显著性水平取 0.10。(请写出必要的假定、原假设与备择假设、检验规则、检验结论及其解释。)

(2) 假定两组的总体方差相同，请用恰当的方法给出两组**总体均值之差**的置信水平为 95% 的置信区间。并判断两组总体均值的差异是否显著。

(装订线内不要答题)

六、(10 分) 以往的调查表明，某地区成年男子身高 X(单位：英寸)的总体分布为N(68,1)。最近从该地区的成年男子中随机抽取了 500 人，测得他们的身高情况如下：

身高区间 (单位：英寸)	人数
<=67	102
(67,68]	157
(68, 69]	168
>69	73
合计	500

请根据样本数据、用 χ^2 检验法判断：最近 X 的总体分布是否依然是 N(68,1)？显著性水平取 0.05。(请写出原假设与备择假设、检验规则(包括检验统计量、临界值等)；检验的计算过程及结果；对检验结论的简单解释。)

(装订线内不要答题)

七、(10 分) Brownlee (1960) 研究发现，某些路段上汽车的制动距离的平方根 y 与速度 x 呈线性相关关系。他做了 6 次试验，数据如下：

x	y
20.5	3.92
20.5	3.65
30.5	5.82
40.5	8.55
48.8	10.63
57.8	11.94

用最小二乘法拟合 y 关于 x 的一元线性回归模型：$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$，$i = 1, \cdots, n$，计算得到下列统计量的值：

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\sum_{i=1}^{6}(x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^{24}(y_i - \bar{y})^2$	$\sum_{i=1}^{24}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$
36.433	7.418	1168.953	61.034	266.198

求：

1) β_0，β_1 的最小二乘估计；

2) 请用 F 检验法检验回归方程的显著性。（注意：写出必要的假定、原假设与备择假设、方差分析表、显著性水平为 0.05 时的检验规则、检验结论。）

（装订线内不要答题）

附表 1. 标准正态分布分布函数表

x	0.5	1	1.5	2	1.282	1.645	1.96	2.328
Φ(x)	**0.6915**	**0.8413**	**0.9332**	**0.9772**	0.90	0.95	0.975	0.99

附表 2. χ^2 分布表

注：第一列(df)表示 χ^2 分布的自由度，第一行(p)表示概率值。“df”行与“p”列交叉格中的数据 c 的含义为 $P(\chi^2(df)\le c)=p$。

df	p					
	0.025	0.050	0.100	0.900	0.950	0.975
1	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024
2	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378
3	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348
4	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143
5	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833
6	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449
58	38.844	41.492	44.696	72.160	76.778	80.936
59	39.662	42.339	45.577	73.279	77.931	82.117

附表 3. F 分布表

注：第一列(n)、第二列(m) 分别表示 F 分布的分子、分母自由度，第一行(p)表示概率值。“n、m”行与“p”列交叉格中的数据 c 的含义为 $P(F(n,m)\le c)=p$。

n	m	p		
		0.900	0.950	0.975
1	3	5.538	10.128	17.443
1	4	4.545	7.709	12.218
1	5	4.060	6.608	10.007
1	6	3.776	5.987	8.813
2	3	5.462	9.552	16.044
2	4	4.325	6.944	10.649
2	5	3.780	5.786	8.434
2	6	3.463	5.143	7.260
8	8	2.589	3.438	4.433
9	9	2.440	3.179	4.026
10	10	2.323	2.978	3.717
11	11	2.227	2.818	3.474
15	15	1.972	2.403	2.862
16	16	1.928	2.333	2.761
17	17	1.889	2.272	2.673
18	18	1.854	2.217	2.596

附表 4. t 分布表

注：第一列 (df) 表示 t 分布的自由度，第一行(p)表示概率值。“df”行与“p”列交叉格中的数据 c 的含义为 $P(t(df)\le c)=p$。

df	p		
	0.900	0.950	0.975
9	1.383	1.833	2.262
10	1.372	1.812	2.228
11	1.363	1.796	2.201
12	1.356	1.782	2.179
13	1.350	1.771	2.160
14	1.345	1.761	2.145
15	1.341	1.753	2.131
16	1.337	1.746	2.120
17	1.333	1.740	2.110
18	1.330	1.734	2.101
19	1.328	1.729	2.093
20	1.325	1.725	2.086
21	1.323	1.721	2.080
22	1.321	1.717	2.074
23	1.319	1.714	2.069
24	1.318	1.711	2.064