

华东师范大学期末试卷(B)

2016-2017学年第一学期

课程名称: 高等数学(一)

姓名: _____ 学号: _____

专业: _____ 年级/班级: _____

一	二	三	四	总分	签名

一、填空题 (每小题4分, 共20分)

1. $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____

2. 曲线 $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$ 的拐点为 _____ (可能不止一个)

3. $\int_0^\pi \sqrt{1 - \sin^2 x} dx =$ _____

4. 设 $f(t) \in C^1$, $f(1) = 0$, $\int_1^{x^3} f'(t) dt = \ln x$, 则 $f(e) =$ _____

5. $f(x)$ 在 $x = 0$ 的邻域内2阶可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + xf(x)}{x^3} = 1/2$, 则 $f(0) =$ _____, $f'(0) =$ _____, $f''(0) =$ _____.

二、选择题 (每小题4分, 共20分. 每小题的正确答案可能不止一个)

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\tan x - \sin x} =$ _____

(A) 0 (B) 1/2 (C) 2 (D) $+\infty$

7. $\int_1^e x^2 \ln x dx =$ _____

(A) $+\infty$ (B) 1 (C) $\frac{1}{9}(2e^3 + 1)$ (D) $\frac{1}{9}(2e^3 - 1)$

8. $f(x)$ 连续, 则 $\frac{d}{dx} \int_0^x f(x^2 - y^2) y dy =$ _____

- (A) $xf(x^2)$ (B) $-xf(x^2)$ (C) $2xf(x^2)$ (D) $-2xf(x^2)$

9. 下列广义积分收敛的是 _____

- (A) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$ (B) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$ (C) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \sqrt{\ln x}} dx$ (D) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$

10. 下列不等式成立的是 _____

- (A) $e^{\frac{x+y}{2}} < \frac{1}{2}(e^x + e^y)$ (B) $\sin x < x$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$)
(C) $e^{2x} < \frac{1+x}{1-x}$ ($x > 0$) (D) $(x^2 - 1) \ln x > (x - 1)^2$ ($x > 0$)

三、 计算/问答题 (每题10分, 共40分)

11. 如 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ 是不定式, 若 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ 不存在, 是否可以得出 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ 不存在? 如正确, 请证明; 反之, 请给出反例予以说明.

12. 求不定积分 $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} dx$ ($a > 0$)

13. 计算 $\int_0^{+\infty} \frac{1+x^2}{1+x^4} dx$

14. 计算 $\begin{cases} y^2 = 2x \\ y = x - 4 \end{cases}$ 所围面积

四、 证明题 (每题10分, 共20分)

15. 叙述并证明牛顿-莱布尼兹公式

16. 请分别用2种不同的微元分析法 (例如, 关于 x 积分和关于 y 积分), 推出 $x^2 + y^2 = a^2$ 绕 y 轴旋转的体积是 $\frac{4}{3}\pi a^3$.