华东师范大学期末试卷（A）

2014 —2015 学年第 II 学期

课程名称：高等数学 A（一）

学生姓名：__________ 学号：__________

专业：__________ 年级/班级：__________

课程性质：专业必修

一	二	三	四	总分	阅卷人签名

一、填空题（每题 4 分，共计 20 分）

1. 若函数$f(x)=\begin{cases} e^x, x\le 0,\\ x^2+k, x>0\end{cases}$在$x=0$处连续，则$k=$ ________；

2. 设函数$y=f(x)$在x_0处可导，$\Delta y(x_0)=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$，$dy(x_0)=f'(x_0)dx$，则 $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y(x_0)-dy(x_0)}{\Delta x}=$ ________；

3. $\int_{-1}^{1}\left(x^2\ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)+(x+1)\sqrt{1-x^2}\right)dx=$ ________；

4. $\lim_{n\to+\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{n^2+k^2}=$ ________；

5. 设$\frac{\cos x}{x}$是$f(x)$的一个原函数，则$\int f(x)\frac{\cos x}{x}dx=$ ________；

二、 选择题（每题 4 分，共计 20 分）

6. 极限 $\lim_{x\to 0}\frac{\int_1^{\cos x}e^{-t^2}dt}{x^2}=($ $)$。

A. $\frac{1}{e}$； B. $-\frac{1}{e}$； C. $-\frac{1}{2e}$； D. $\frac{1}{2e}$；

7. 曲线$x=\sqrt{y}$,直线$y=1$及$x=0$所围成的平面图形绕y轴旋转一周后所得到的几何体的体积$V=($ $)$。

A. $\frac{\pi}{3}$； B. $\frac{\pi}{2}$； C. $\frac{\pi}{4}$； D. $\frac{\pi}{5}$；

8. 设连续函数$f(x)$满足$f(x)=x+2\int_0^1 f(x)dx$，则$f(x)=($ $)$。

A. $\frac{x^2}{2}$;　　B. $\frac{x^2}{2}+2$;　　C. $x-1$;　　D. $x+2$;

9. 曲线$\begin{cases} x=\cos t+\cos^2 t, \\ y=1+\sin t \end{cases}$上在$t=\frac{\pi}{4}$点处的法线斜率是(　　)。

A. $1+\sqrt{2}$;　　B. $\sqrt{2}-1$;　　C. $-1-\sqrt{2}$;　　D. $1-\sqrt{2}$;

10. 当$0<x<1$时，$\int \frac{1+x}{\sqrt{x-x^2}}dx=$(　　)。

A. $3\arcsin\sqrt{x}+2\sqrt{x-x^2}+C$;　　B. $2\arcsin\sqrt{x}+\sqrt{x-x^2}+C$;

C. $2\arcsin\sqrt{x}-\sqrt{x-x^2}+C$;　　D. $3\arcsin\sqrt{x}-\sqrt{x-x^2}+C$;

三、 计算题（每题 11 分，共计 55 分）

11. 计算$\int_0^{+\infty}\frac{xe^{-x}}{(1+e^{-x})^2}dx$的值；

12. 求不定积分$\int\frac{1}{(1+x^2)^2}dx$;

13. 设$f(x)=\int_1^x e^{-t^2}dt$，求$\int_0^1 x^2 f(x)dx$的值；

14. 求曲线$\sqrt{\frac{x}{a}}+\sqrt{\frac{y}{b}}=1,(a>0,b>0)$ 与坐标轴围成的平面图形面积；

15. 计算曲线段 $\rho=\frac{1}{1+\cos x}$ $(-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2})$ 的弧长；

四、 证明题（5 分）

16. 设f(x)在[0,1]区间上可导，$f(1)=2\int_0^{\frac{1}{2}}xf(x)dx$，证明：$\exists\mu\in(0,1)$使得$f'(\mu)=-\frac{f(\mu)}{\mu}$。