

数据结构与算法平时考试 2

陈宇琪

2020 年 5 月 26 日

目录

1	数的变换	2
1.1	题面	2
1.2	输入约定	2
1.3	输出约定	2
1.4	样例 1	2
1.5	样例 2	2
1.6	数据规模约定	2
2	单峰序列	3
2.1	题面	3
2.2	输入约定	3
2.3	输出约定	3
2.4	样例	3
2.5	数据约定	3
2.6	样例说明	3
3	高级并查集	4
3.1	题面	4
3.2	输入约定	4
3.3	输出约定	4
3.4	样例	4
3.5	数据约定	4

1 数的变换

1.1 题面

给定一个长度为 n 的数组，总共有 m 次操作，每次操作可以任意选择数组中的一个数，将其变成原来的数加 1。

求经过 m 次操作之后所有数乘积最大是多少？

1.2 输入约定

输入第一行为两个数 n, m 。

接下来一行 n 个数 a_i ，表示数组中的数的初始值。

1.3 输出约定

输出最大乘积模 $10^9 + 7$ 的结果。

1.4 样例 1

1.4.1 样例输入 1

```
4 2
1 1 1 1
```

1.4.2 样例输出 1

```
4
```

1.5 样例 2

1.5.1 样例输出 2

```
4 3
-1 0 1 2
```

1.5.2 样例输出 2

```
2
```

1.6 数据规模约定

对于 30% 的数据，满足 $1 \leq n, m \leq 13, -10 \leq a_i \leq 10$ 。

对于 67% 的数据，满足 $1 \leq n, m \leq 10^3, 1 \leq a_i \leq 10^6$ 。

对于 100% 的数据，满足 $1 \leq n, m \leq 10^6, 1 \leq a_i \leq 10^6$ 。

2 单峰序列

2.1 题面

给定长度为 n 的序列，求最长子序列 p_1, \dots, p_m 满足：存在 $k, 1 \leq k \leq m$ 使得 $p_1 < p_2 < \dots < p_k > p_{k+1} > \dots > p_m$ （单调增和单调减的序列都满足条件）。

2.2 输入约定

第一行一个数 n ，表示序列长度。

接下来一行 n 个数 a_i ，表示序列中的数。

数列中可以存在重复元素。

2.3 输出约定

一个数表示最长单峰序列的长度。

2.4 样例

2.4.1 样例输入

```
5
1 2 3 1 1
```

2.4.2 样例输出

```
4
```

2.5 数据约定

对于 30% 数据满足： $1 \leq n \leq 23$ 。

对于 60% 数据满足： $1 \leq n \leq 5 \times 10^3$ 。

对于 100% 数据满足： $1 \leq n \leq 10^6, 1 \leq a_i \leq 10^6$ 。

2.6 样例说明

样例中最长分峰序列为 1 2 3 1，长度为 4。

3 高级并查集

3.1 题面

给定 n 个节点和 m 个操作，每个操作可能为以下 4 种之一：

- $1\ x\ y$: 合并 x 所在的集合和 y 所在的集合，如果 x 和 y 已经在同一集合中，则操作无效。
- $2\ x\ y$: 判断 x 和 y 是否在同一个集合中。
- $3\ x$: 计算 x 所在集合的元素个数。
- $4\ x$: 将 x 从 x 所在的集合中移除，单独形成一个新的集合，如果 x 本来就单独在一个集合中，则操作无效。

初始时，每个节点（从 1 开始编号）单独在一个集合中。

3.2 输入约定

第一个两个数 n, m 。

接下来 m 行，每行一个操作。

3.3 输出约定

对于所有 2 操作，输出 1 表示 x 和 y 在同一个集合中，否则输出 0。

对于所有 3 操作，输出 1 个数表示集合大小。

3.4 样例

3.4.1 输入样例

```
2 4
1 1 2
2 1 2
4 2
3 1
```

3.4.2 输出样例

```
1
1
```

3.5 数据约定

对于 30% 数据满足： $1 \leq n, m \leq 10^3$ 。

对于 50% 数据满足： $1 \leq n, m \leq 10^6$ ，且没有 4 操作。

对于 70% 数据满足： $1 \leq n, m \leq 10^6$ ，且操作 4 的个数小于 100 个。

对于 100% 数据满足： $1 \leq n, m \leq 10^6, 1 \leq x < y \leq n$ 。