东南大学考试卷(A卷)

课程名称	线性代数A	考试学期	15-16-3	得分	
适用专业	非电类专业	考试形式	闭卷	考试时间长度	120分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

姓名________ 线 封 学号________ 密

一.（30%）填空题

1. 若对任意数x,y，矩阵A满足$A\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+y\\y\\y-x\end{pmatrix}$则$A=$____________________;

2. $\mathbb{R}^3$的子空间$V=\{(x,y,z)^T\mid x+y-z=0\}$的一组基为____________________;

3. 设4阶方阵$A=(\alpha_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4),B=(\alpha_2,\beta_2,\beta_3,\beta_4)$，已知$|A|=2,|B|=3$，

   则$|A+B|=$____________________;

4. 设方阵A满足$A^2+3A-4E=O$，则$(A+2E)^{-1}=$____________________;

5. 已知向量组$\alpha_1=(1,4,3)$，$\alpha_2=(2,t,-1)$，$\alpha_3=(-2,3,1)$线性相关，则参数t满足

   条件____________________;

6. 设5阶方阵A的秩为3，则伴随矩阵A^*的秩为____________________;

7. 若$A=\begin{pmatrix}1&2&1\\x&0&y\\1&-1&-1\end{pmatrix}$与对角矩阵合同，则$(x,y)=$____________________;

8. 若二次型$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+2x_2^2+x_3^2+2ax_1x_2+2x_1x_3-2x_2x_3$正定，

   则a满足____________________;

9. 设A,B都是4阶的非零矩阵，$AB=O$，且$r(A)-r(B)=2$，则

   $r(A)+r(B)=$____________________;

10. 设A是2阶方阵，α_1,α_2为线性无关的2维列向量，$A\alpha_1=0,A\alpha_2=2\alpha_1+\alpha_2$，

    则A的特征值为____________________.

二.（8%）求行列式$D=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$的值.

三.（14%）已知$\alpha_1=(1,4,0,2)^T$，$\alpha_2=(2,7,1,3)^T$，$\alpha_3=(0,1,-1,a)^T$，$\beta=(3,10,b,4)^T$，问

（1）a,b为何值时，β不能由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示？

（2）a,b为何值时，β可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示？并写出此表示式.

四．（12%）设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&6\\1&6&1\end{pmatrix}$，求矩阵 X 使得 $AX-E=A+X$．

五．（12%）设 A 是 n 阶方阵，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是 n 维非零列向量．若

$$AX_1=X_2,AX_2=X_3,\cdots,AX_{n-1}=X_n,AX_n=0,$$

（1）证明 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 线性无关；

（2）求 A 的特征值和特征向量．

六. （14%）设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x^T Ax=ax_1^2+2x_2^2-2x_3^2+2bx_1x_3(b>0)$，其中二次型的矩阵 A 的特征值之和为 1，特征值之积为 -12.

（1）求 a,b 的值;

（2）利用正交变换将二次型 f 化为标准形，并写出所用的正交变换.

七.（10%）证明题:

1. （5%）设 A 是 $n\times m$ 矩阵，B 是 $m\times n$ 矩阵，其中 $n<m$，若 $AB=E$，证明 B 的列向量组线性无关.

2. （5%）设 A 是 n 阶方阵，若对所有的 n 维向量 x，恒有 $x^T Ax=0$，证明 A 是反对称矩阵.

: