

华东师范大学期末试卷 (A)
2011 —2012 学年第 二 学期

课程名称: 高等数学 A

学生姓名: _____

学 号: _____

专 业: _____

年级/班级: 2011 级

课程性质: 公共必修.

一	二	三	四	总分	阅卷人签名

一、填空题 (24 分, 每题 4 分)

1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{1 - \cos(xy)}{e^{x^2 y} - 1} =$ _____;

2. 函数 $f(x, y) = \ln(1 + 2x^2 y)$ 的全微分 $dz =$ _____.

3. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} dy \int_y^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{x} dx =$ _____.

4. 设 $f(x, y, z) = xy^2 z^3$, 则 $\text{rot}(\text{grad } f) =$ _____.

5. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2 + 1} x^{n-1}$ 的收敛域为 _____.

6. 方程 $y'' - 5y' + 6y = 0$ 通解为 _____.

二、多元函数微积分 (32 分)

1. (6 分) 设 $z = f(u, v)$ 有二阶连续偏导数, $u = x^2 y$, $v = x^2 + y^2$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

2. (6 分) 求曲面 $z = x^2 + y^2$ 平行于平面 $2x - 4y - z = 1$ 的切平面方程和法线方程.

3. (6 分) 设 D 由 $y = x^2, y = 0, x = 1$ 围成, 求二重积分 $\iint_D (x^2 - 1) \cdot \sqrt{y} d\sigma$.

4. (7 分) 计求第二型曲面积分 $\iint_{\Sigma} (2x + z) dydz + z dx dy$. 其中 Σ 为曲面 $z = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 1$ 取上侧.

5. (7 分) 求函数 $z = x + 2y$ 在区域 $D: \frac{x^2}{2} + y^2 \leq 1$ 上的最大值和最小值.

三、解下列级数题 (24 分)

1. (6 分) 判断正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n^2}{n!}$ 的收敛性.

2. (6 分) 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(1+n)}{n+1}$ 的收敛性, 如果收敛, 是条件收敛还是绝对收敛。

3. (7 分) 设 $f(x) = x + 1, x \in (0, \pi]$, 其傅里叶展开式数为 $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$,

(1) 计算 b_1 ; (2) 求 $S(\frac{5}{2}\pi)$ 。

4. (8 分) 将 $f(x) = \frac{1}{(2-x)^2}$ 展开成 $x-1$ 的幂级数, 并指出收敛域。

.

四、求解下列微分方程 (20 分)

1. (6 分) 求微分方程 $y' + \frac{1}{x}y = \sqrt{x}$ 的通解。

2. (7 分) 求方程 $y'' = \frac{4x}{1+x^2} y'$ 满足 $y|_{x=0} = 0, y'|_{x=0} = 1$ 的特解.

3. (7 分) 设函数 $f(x)$ 具有二阶连续导数, 且 $f(0) = f'(0) = 0$. 已知方程 $f(x)ydx + [\sin x - f'(x)]dy = 0$ 是一个全微分方程, 求 $f(x)$ 的表达式.