

2019 年华东师范大学数学转专业考试试题

1. (1) 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2 \sin x)^{\frac{1}{x}}$

(2) $x_1 = a, x_{n+1} = \arctan x_n$, 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在并求极限

2. 证明夹逼定理

3. 求 $\frac{d}{dx} \int_0^x t^2 f(x^2 - t^3) dt$

4. 已知区域 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}\}$

求该区域:

(1) 绕 x 轴旋转的体积

(2) 绕 $x + y = 0$ 旋转的体积

5. 求点 $P(1, 0, -1)$ 关于平面 $\Pi: x - y + 3z - 4 = 0$ 的对称点

6. 已知 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上无界, 证明 $f'(x)$ 也在 $(0, 1)$ 上无界

反过来, 如果 $f'(x)$ 在 $(0, 1)$ 上无界, $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上是否也无界

7. $f_n(x)$ 在任意非空区间 E 上是等度连续, 若满足: 对任意 $\varepsilon > 0$, 存在 $\delta > 0$, 当 x, y

属于 I 且 $|x - y| < \delta$ 时, 对任意 $n \geq 1$, 有 $|f_n(x) - f_n(y)| < \varepsilon$

(1) 判断: 若 $f_n(x)$ 等度连续, 则 $f_n(x)$ 一致连续。

(2) 判断: 若 $f_n(x)$ 定义域 I 为 $\{1, 2, 3, \dots\}$, 则 $f_n(x)$ 等度连续。

(3) 用数学语言表述 $f_n(x)$ 不是等度连续的。

8. 已知 $x^2 + y^2 = 2y$

(1) 求 $2x + y$ 的取值范围

(2) 若 $x + y + a \geq 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n a_{n+1} = \lambda S_n - 1$, $a_n \neq 0$ $a_1 = 1$ 且 $a_n \neq 0$

(1) 求证: $a_{n+2} - a_n = \lambda$

(2) 是否存在 λ 使得 $\{a_n\}$ 为等差数列

10. (1) 17 名同学站成一排, 甲、乙中间须有一名同学, 请问有多少种排法?

(2) 17 名同学站成一个圆, 甲、乙中间须有一名同学, 请问有多少种排法?