

华东师范大学期末试卷 (A)
2011 —2012 学年第 一 学期

课程名称: 高等数学 B

学生姓名: _____

学 号: _____

专 业: _____

年级/班级: 11 级

课程性质: 专业必修

一	二	三	四	五	六	七	八	总分	阅卷人签名

一、填空题 (15 分, 每小题 3 分)

(1) 设 $y = \frac{\sin x}{e^x}$, 则 $dy =$ _____ ;

(2) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & x < 0 \\ x + a, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 则 $a =$ _____ ;

(3) 曲线 $y = \frac{x^3}{x-2}$ 的渐近线为 _____ ;

(4) 函数 $f(x) = \frac{x}{(1-x)^2}$ 展开成 x 的幂级数是 _____ ;

(5) 设 $f(x) = \int_1^x e^{-t^2} dt$, 则 $\int_0^1 f(x) dx =$ _____ .

二、计算下列极限 (16 分, 每小题 4 分)

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$;

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^3}-1}{1-\cos \sqrt{x}-\sin x};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \int_0^{x^2} \cos(t^2) dt}{x^{10}}.$$

三、求下列积分（16 分，每小题 4 分）

$$(1) \int (2^x + x^2) dx;$$

$$(2) \int x^2 e^x dx;$$

$$(3) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}};$$

$$(4) \int_{-1}^2 |x^2 - x| dx.$$

四、判断下列广义积分的敛散性；若收敛，则求其值（8 分，每小题 4 分）

$$(1) \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(2) \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}.$$

五、判别下列级数的敛散性，并说明理由（16 分，每小题 4 分）

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^2+2n+3};$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}};$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!};$$

$$(4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2^n (\arctan n)^n}.$$

六、（12 分，每小题 6 分）

(1) 判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n}$ 是绝对收敛、条件收敛或发散；

(2) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^{n-1}} x^n$ 的收敛域及和函数；并求数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ 的和.

七、(10 分, 每小题 5 分)

(1) 求曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = 1$ 所围图形绕 x 轴旋转所得立体的体积;

(2) 求曲线段 $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ ($0 \leq x \leq 1$) 的弧长.

八、(7 分) 设函数 $f(x)$ 连续, 且 $f(0) \neq 0$, 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (x-t)f(t)dt}{x \int_0^x f(x-t)dt}$.