东 南 大 学 考 试 卷 A 卷

课程名称	线性代数	考试学期	19-20-2	得　分	
适用专业	全　校	考试形式	闭　卷	考试时间长度	120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

一．(30%)填空题（E 表示单位矩阵）

1. 设 2 阶矩阵 $A=(\alpha_1,\beta)$，$B=(\alpha_2,\beta)$，若 $|A|=-2, |B|=2$，则 $|2A-B|=$__________；

2. 设向量 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，若 $\alpha_1+\alpha_2, k\alpha_2-\alpha_3, \alpha_1+\alpha_3$ 线性相关，则 $k=$_________；

3. 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & a & a \\ 1 & a & 0 & 1 \end{pmatrix}$，若 $Ax=0$ 的基础解系中只含两个向量，则 $a=$__________；

4. 设向量空间 V 的从基 α_1,α_2 到 β_1,β_2 的 过渡矩阵为 $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$，向量 η 在基 α_1,α_2 下的坐标是 $(1,-1)^T$，则 η 在基 β_1,β_2 下的坐标是______________________________；

5. 将 2 阶矩阵 A 的第二行的 2 倍加到第一行，再将第一行和第二行互换得矩阵 B，则满足 $B=PA$ 的矩阵 $P=$ ____；

6. 若 n 阶矩阵 A,B 满足 $AB=A+B$，则 $(A-E)^{-1}=$ _________________________；

7. 若 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & x \end{pmatrix}$ 与 $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ y & 4 \end{pmatrix}$ 合同，则参数 x,y 的取值范围是 _______________；

8. 已知 A,P 为 2 阶矩阵，且 $P=(\alpha,\beta)$ 可逆，若 $P^{-1}AP=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$，矩阵 $Q=(2\beta,3\alpha)$，则 $Q^{-1}AQ=$ ______________________________________；

9. 线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1-x_2=2 \\ -x_1+2x_2=1 \end{cases}$ 的最小二乘解是_________________________________；

10. 矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 的若当标准形是___________________________________.

姓名________ 学号________ 密 封 线

二． （**10%**）**计算** n 阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix} 3 & 1 & & & \\ 2 & 3 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 2 & 3 & 1 \\ & & & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

三． （**12%**）已知向量 $\beta_1=\begin{pmatrix}1\\4\\-3\end{pmatrix},\beta_2=\begin{pmatrix}a\\3\\0\end{pmatrix}$ 可以由 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\3\\-1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}0\\1\\b\end{pmatrix}$ 线性表示，且表达式不唯一，求参数 a,b 的值及表达式.

四． **（13%）**设 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&0\\-1&0&1\end{pmatrix}$，求矩阵方程 $XA-AXA=E-A^2$ 的解.

五． **（12%）**设矩阵 $A=\begin{pmatrix}3&2&-2\\-a&-1&a\\4&2&-3\end{pmatrix}$ 相似于对角阵，求 a，并求可逆矩阵 P 及对角阵 Λ，使得 $P^{-1}AP=\Lambda$.

六．（13%）设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+ax_2^2+2x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3-2x_2x_3$ 的秩为 2.

求参数 a 的值，并求一正交变换 $x=Qy$，把 f 化为标准形，并给出相应的标准形.

七．（10%）证明题：

1．设 A 为 $s\times n$ 矩阵. 证明：$r(A)=n$ 的充分必要条件是存在 $n\times s$ 矩阵 B，使得 $BA=E$.

2. 设矩阵 $A=\left(a_{ij}\right)$ 是 n 阶正定矩阵，$b_i\neq 0\quad (i=1,2,\cdots,n)$ 为实数. 记 $B=\left(b_ib_ja_{ij}\right)$. 证明：$B$ 也是正定矩阵.