

华东师范大学期末试卷 (B)

2019 —2020 学年第 1 学期

课程名称: 高等数学 B

一、求下列函数的导数或微分 (16 分, 每小题 4 分)

- (1) 设 $y = 5^x + x^5 + 5^5$, 求 $\frac{dy}{dx}$; (2) 设 $y = \sqrt{1+x^4}$, 求 $\frac{dy}{dx}$;
 (3) 设 $y = x^2 + \arctan x$, 求 dy ; (4) 已知 $\begin{cases} x = 3t^2 + 2t \\ e^y \sin t - y + 1 = 0 \end{cases}$, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0}$.

二、计算下列极限 (16 分, 每小题 4 分)

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)$; (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\sqrt{1+x^3} - 1}$;
 (3) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{6}{x^2+x-2} \right)$; (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{\cos x}^1 e^{-t^2} dt}{x^2}$.

三、求下列积分 (20 分, 每小题 4 分)

- (1) $\int (2e^x + \sqrt{x}) dx$; (2) $\int (2e^x + 1)^3 e^x dx$;
 (3) $\int x \cos 2x dx$; (4) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x - \cos^3 x} dx$;
 (5) $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^3} dx$.

四、判断下列广义积分的敛散性; 若收敛, 则求其值 (8 分, 每小题 4 分)

- (1) $\int_0^{+\infty} \frac{2x}{1+x^4} dx$; (2) $\int_0^5 \frac{1}{(5-x)^6} dx$.

五、判别下列级数的敛散性, 并说明理由 (16 分, 每小题 4 分)

- (1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^3+n+1}$; (2) $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{\pi}{n}$;
 (3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^3}$; (4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$.

六、(10 分, 每小题 5 分)

- (1) 判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \tan \frac{1}{n}$ 是绝对收敛、条件收敛或发散;
 (2) 求函数 $f(x) = \frac{x}{1-2x}$ 在 $x=0$ 处的幂级数展开式, 并计算 $f^{(n+1)}(0)$.

七、(6分) 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处三阶可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \sin^2 x}{1 - \cos x} = 1$, 求 $f(0), f'(0), \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$.

八、(8分) 过点 $O(0,0)$ 作曲线 $C: y = e^x$ 的切线, 这切线与曲线 C 及 y 轴围成一平面图形, 求此图形绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积.