

华东师范大学期末试卷 (A)
2010 —2011 学年第 一 学期

课程名称: 高等数学 B

学生姓名: _____

学 号: _____

专 业: _____

年级/班级: 10 级

课程性质: 专业必修

一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分	阅卷人签名

.....

一、填空题 (15 分, 每小题 3 分)

(1) 设 $y = x^2 \sin x$, 则 $dy =$ _____ ;

(2) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x < 2 \\ x + a, & x \geq 2 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 则 $a =$ _____ ;

(3) 曲线 $y = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$ 的斜渐近线为 _____ ;

(4) 设 $\int f(x)dx = \sin^2 x$, 则 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ _____ ;

(5) 函数 $f(x) = \frac{x^2}{2-x}$ 展开成 x 的幂级数是 _____ .

二、计算下列极限 (16 分, 每小题 4 分)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$;

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\tan x};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \int_0^{x^2} e^{-t^2} dt}{(1 - \cos x)^3}.$$

三、求下列积分（16 分，每小题 4 分）

$$(1) \int (x^2 + \tan x) dx;$$

$$(2) \int x e^{-x^2} dx;$$

$$(3) \int_0^{2\pi} x |\sin x| dx;$$

$$(4) \int_0^1 \sqrt{(1-x^2)^3} dx.$$

四、判断下列广义积分的敛散性；若收敛，则求其值（8 分，每小题 4 分）

$$(1) \int_0^{+\infty} \frac{x}{1+x^4} dx;$$

$$(2) \int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} dx.$$

五、判别下列级数的敛散性，并说明理由（16 分，每小题 4 分）

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{3n}$;

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} n^n \sin^n \frac{1}{2n}$;

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}$;

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \tan \frac{1}{n}$.

六、（8 分，每小题 4 分）

设 D 是由直线 $y = x$ 与抛物线 $y = x^2$ 所围成的平面图形，求

(1) D 的面积;

(2) D 绕 x 轴旋转所产生的旋转体体积.

七、(7 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n$ 的收敛域及和函数; 并求数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{6^n(n+1)}$ 的和.

八、(7 分) 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 并满足

$$\int_0^x e^t f(x-t) dt = e^{2x}(x+1),$$

求 $\int_0^1 f(x) dx$.

九、(7 分) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ ($0 < a < b$) 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且 $f'(x) \neq 0$, 证明:

存在 $\xi, \eta \in (a, b)$, 使 $\frac{f'(\xi)}{f'(\eta)} = \frac{\ln b - \ln a}{b - a} \eta$.