计算机系统

1. 信息表示

华东师范大学 数据科学与工程学院

2021年09月05日

钱卫宁

wnqian@dase.ecnu.edu.cn

位（bit）：“数字化”的最小单位

0 或者 1

可以（通过组合）来表示数字，集合，字符串，操作（指令）...

用电子元器件实现：可用双稳态元器件实现，可在有噪声的不准确线路上可靠传输

计数

以2为基的数字表示

- $15213_{10} = 11101101101101_2$
- $1.20_{10} = 1.00110011001100110011[0011]\ldots_2$
- $1.5213 \times 10^4 = 1.1101101101101 2 \times 2^{13}$

字节（byte）

1 byte = 8 bits

二进制：00000000_2 ~ 11111111_2

十进制：0_{10} ~ 255_{10}

十六进制：00_{16} ~ FF_{16}

（$FA1D37B_{16}$ C 语言表示：0xFA1D37B 或者 0xfa1d37b）

二进制与十六进制的转换?

典型的数据类型及其表示位数

C数据类型	32位机器	64位机器	x86-64
char	1	1	1
short	2	2	2
int	4	4	4
long	4	8	8
float	4	4	4
double	8	8	8
指针	4	8	8

位操作：布尔代数（Boolean Algebra）

逻辑的代数表示方法（True: 1, False: 0）

- 按位与（and）： A&B=1 当且仅当 A=1 且 B=1；
- 按位或（or）： A|B=1 当且仅当 A=1 或者 B=1；
- 按位非（not）： ~A=1 当且仅当 A=0；
- 按位异或（xor）： A^B=1 当且仅当 A=1 或 B=1 但两者不同时为1。

通用布尔代数

位向量操作

- 01101001 & 01010101 = 01000001
- 01101001 | 01010101 = ????????
- 01101001 ^ 01010101 = ????????
- ~ 01010101 = ????????

表示集合

宽度为 w 的位向量可以表示 $\{0, \cdots, w-1\}$ 的子集

($a_i = 1$ 当且仅当 $i \in A$)

- &：$\cap$
- |：$\cup$
- ^：对称差
- ~：补

C 语言中的按位操作

可作用于所有整数数据类型： int, long, short, char, unsigned

- ~0x41 = ?
- ~0x00 = ?
- 0x69 & 0x55 = ?
- 0x69 | 0x55 = ?

C 语言中的逻辑操作

与，或，非（&&, ||, !）

- !0x41 = ?
- !0x00 = ?
- !!0x41=?
- 0x69 && 0x55 = ?
- 0x69 || 0x55 = ?
- p && *p = ?

注意 C 语言中的 early termination

移位操作

左移：x << y

右移：x >> y

- 逻辑（logical）右移：左侧补0
- 算术（arithmetic）右移：左侧补最高位（significant bit）

如果 y<0 或者 y>字长，则行为无定义

整数

回顾我们学习算术的过程

（数字，进制/整数，四则运算，有理数，实数，...）

整数

- 无符号整数（unsigned）

$$B2U(X) = \sum_{i=0}^{w-1} x_i \times 2^i$$

- 有符号整数——基为 2 的补码（two's complement），或简称为“补码”

$$B2T(X) = -x_{w-1} \times 2^{w-1} + \sum_{i=0}^{w-2} x_i \times 2^i$$

整数

C 语言标准并不要求一定使用补码表示有符号整数，但是几乎所有机器上的实现都用补码

问题：请写出：15213 和 -15213 的补码形式

问题：如何判断一个补码表示的整数的正负？

动手练习

- $B2T(10) = ?$
- $B2T(-10) = ?$
- $B2T(15213) = ?$
- $B2T(-15213) = ?$

取值范围

- 无符号整数

$$UMin = 0 \quad (000\ldots0)$$

$$UMax = 2^w - 1 \quad (111\ldots1)$$

取值范围

- 补码

$$TMin = -2^{w-1} \quad (100\ldots0)$$

$$TMax = 2^{w-1} - 1 \quad (011\ldots1)$$

$$-1 \quad (111\ldots1)$$

取值范围

$$|TMin| = TMax + 1$$

$$UMax = 2 * TMax + 1$$

```
#include <limits.h>
ULONG_MAX
LONG_MAX
LONG_MIN
```

关于无符号和有符号数补码表示的说明

- 非负数表示相同
- 每一种位组合表示不同的数（比如，不会存在+0和-0）
- 每一种可表示的整数有唯一的位串编码（当然如此！）
- 可逆

$$U2B(x) = B2U^{-1}(x)$$

$$T2B(x) = B2T^{-1}(x)$$

类型转换

补码$\rightarrow$无符号数

$$ux = B2U[T2B(x)]$$

无符号数$\rightarrow$补码

$$x = B2T[U2B(ux)]$$

保持位串不变，重新解释

类型转换

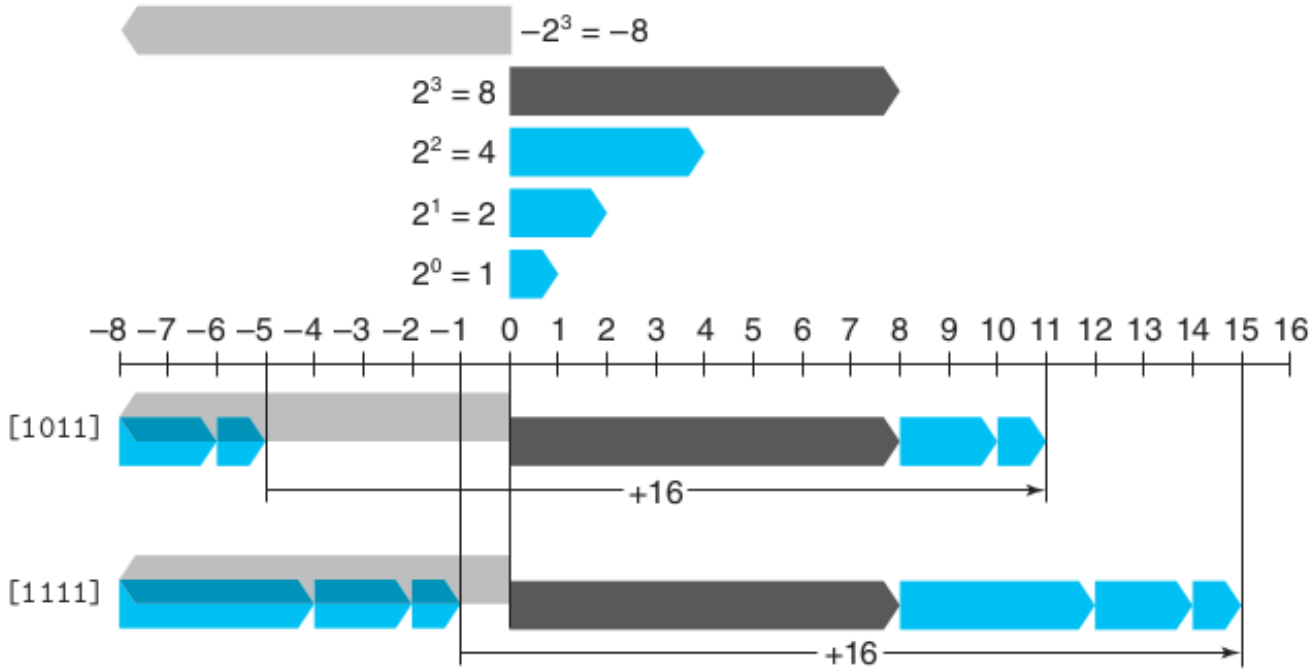


Figure 2.15 **Comparing unsigned and two's-complement representations for $w = 4$.** The weight of the most significant bit is -8 for two's complement, and $+8$ for unsigned, yielding a net difference of 16.

类型转换

Figure 2.16
Conversion from two's complement to unsigned. Function $T2U$ converts negative numbers to large positive numbers.

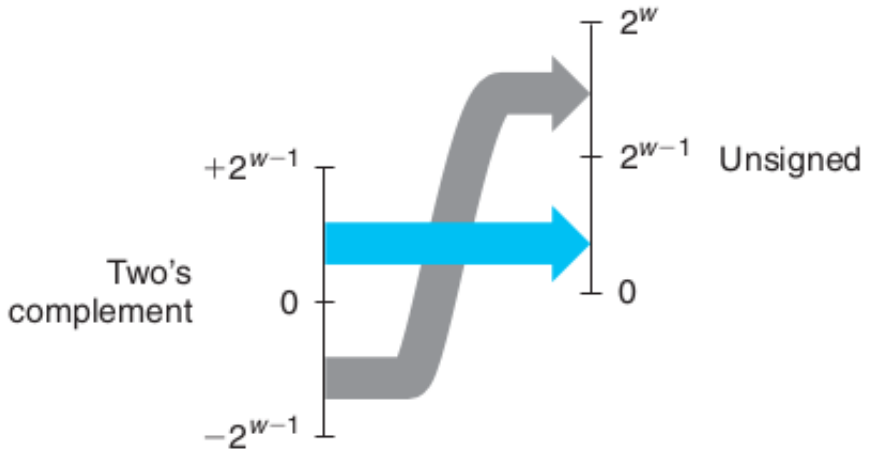
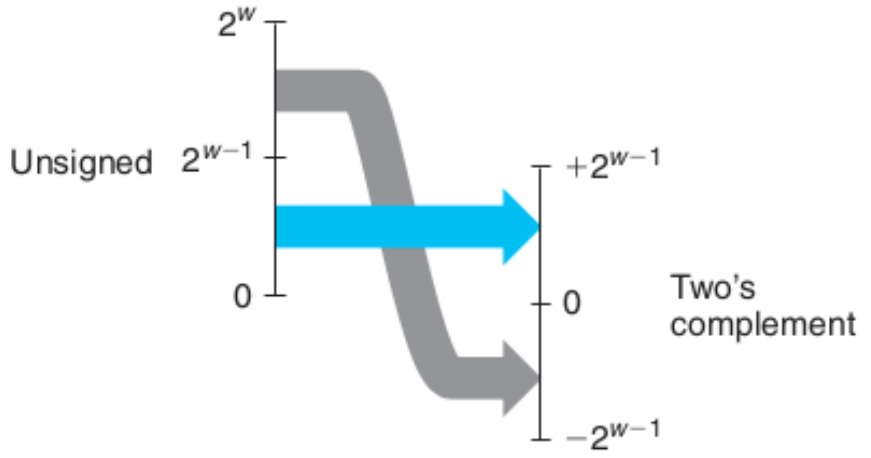


Figure 2.17
Conversion from unsigned to two's complement. Function $U2T$ converts numbers greater than $2^{w-1} - 1$ to negative values.



C 语言中的有符号和无符号整数

常数

- 如果无特别说明，为有符号数
- 后缀’U’表示无符号数，如0U，4294967259U

C 语言中的有符号和无符号整数

类型转换

- 显式类型转换：

```
int tx, ty;
unsigned ux, uy;
tx = (int) ux;
uy = (unsigned) ty;
```

C 语言中的有符号和无符号整数

类型转换

- 隐式类型转换：

```
tx = ux;
uy = ty;
int fun(unsigned u);
uy = fun(tx);
```

C 语言类型转换

表达式计算

- 一个表达式中同时有有符号和无符号数，**有符号数将被隐式转换为无符号数**
- 不仅四则运算、位操作如此，关系判断运算：<, >, ==, <=, >=也遵守此规则

$$W = 32$$

$$TMIN = -2,147,483,648; TMAX = 2,147,483,647$$

$Constant_1$	$Constant_2$	关系运算	计算时数据类型
-1	0U	>	unsigned
2147483647	-2147483647-1	>	signed
2147483647U	-2147483647-1	<	unsigned
-1	-2	>	signed
(unsigned)-1	-2	>	unsigned
2147483647	2147483648U	<	unsigned
2147483647	(int) 2147483648U	>	signed

易错的隐式转换

```
unsigned i;
for (i = cnt-2; i >= 0; i--)
  a[i] += a[i+1];
```

```
#define DELTA sizeof(int)
int i;
for (i = CNT; i-DELTA >= 0; i -= DELTA)
  ...
```

有符号/无符号转换小结

位串保持不变

位串重新解读

可能导致意想不到的结果：$+/-2^w$

同时含有符号和无符号整数的表达式，有符号数被转换为无符号数进行运算

预习要求

阅读至2.3结束

抽时间仔细/反复阅读第一章