2018-2019第一学期《线性代数》期末试卷B

姓　　名: ____________________　　学　　号:____________________

专　　业: ____________________　　考　　场:____________________

一	二	三	四	五	六	总分	阅卷人签名

一、 选择填空题：(每小题3分，共18分)

1. 向量$(1, 2, -2)$和$(1, 1, 1)$的夹角的余弦为______.

2. 当t满足______时，二次型$f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + 4z^2 + 2xy + 2tyz$ 正定.

3. 下列$\mathbb{R}^n$的子集中是$\mathbb{R}^n$的线性子空间的是:______

(A) 坐标是整数的所有向量;

(B) 第一个分量$x_1 \geq 0$的所有向量;

(C) 坐标满足方程$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1$的所有向量;

(D) 坐标满足方程$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 0$的所有向量.

4. n阶方阵有n个不同的特征值是它可以对角化的______

(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

5. 下列命题不正确的是______

(A) 对称矩阵的乘积还是对称矩阵;

(B) 正交矩阵的乘积是正交矩阵;

(C) 非奇异的对称矩阵的逆矩阵也是对称矩阵;

(D) 两个正定矩阵之和还是正定矩阵.

6. 设$\overrightarrow{\alpha}_1, \overrightarrow{\alpha}_2, \cdots, \overrightarrow{\alpha}_n$和$\overrightarrow{\beta}_1, \overrightarrow{\beta}_2, \cdots, \overrightarrow{\beta}_n$为向量空间$\mathbb{R}^n$的两组基，且$(\overrightarrow{\alpha}_1, \overrightarrow{\alpha}_2, \cdots, \overrightarrow{\alpha}_n) = (\overrightarrow{\beta}_1, \overrightarrow{\beta}_2, \cdots, \overrightarrow{\beta}_n)A$. 又$\overrightarrow{\eta} \in \mathbb{R}^n$, $\overrightarrow{\eta} = x_1\overrightarrow{\alpha}_1 + x_2\overrightarrow{\alpha}_2 + \cdots + x_n\overrightarrow{\alpha}_n = y_1\overrightarrow{\beta}_1 + y_2\overrightarrow{\beta}_2 +$

$\cdots+y_n\overrightarrow{\beta}_n$, $\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}=B\begin{pmatrix}y_1\\y_2\\\vdots\\y_n\end{pmatrix}$。则矩阵$A$与$B$的关系是______

(A) $B=A^T$;　　(B) $B=A^*$;　　(C) $B=A^{-1}$;　　(D) $B=A$.

二、 (20分)设线性方程组

$$\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3+x_4=1\\x_1+\lambda x_2+x_3+x_4=1\\x_1+x_2+\lambda x_3+x_4=1\\x_1+x_2+x_3+\lambda x_4=1\end{cases}$$

(1) 当λ取何值时方程组有唯一解？

(2) 当λ取何值时方程组无解？

(3) 当λ取何值时方程组有无穷解？并求一般解。

三、 (20分)设矩阵$A=\begin{pmatrix}-2&0&0\\2&x&2\\3&1&1\end{pmatrix}$与矩阵$B=\begin{pmatrix}-1&&\\&2&\\&&y\end{pmatrix}$相似.

(1)求x,y;

(2)求可逆矩阵P，使得$P^{-1}AP=B$;

(3)求A^6.

四、 (15分)构造一个3阶实对称阵A，使其特征值为$1,1,-1$，且对应于1的特征向量为$\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$和$\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}$，并求一个正交矩阵$Q$使得$Q^TAQ=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$.

五、 (15分)把二次型$f(x_1,x_2,x_3)=4x_1x_2-2x_1x_3-2x_2x_3+3x_3^2$化为标准形，并求出相应的非退化线性代换$\overrightarrow{x}=P\overrightarrow{y}$。这里$\overrightarrow{x}=(x_1,x_2,x_3)^T$, $\overrightarrow{y}=(y_1,y_2,y_3)^T$.

六、 (12分)设$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&0\\3&1&2\end{pmatrix}$, $W=\{B\in M^{3\times3}|\ B$为下三角阵，且$AB=BA\}$。

(1) 证明：W是$M^{3\times3}$的一个线性子空间

(2) 求W的一组基和维数。