2020 年转专业试题

数学与应用数学专业（师范）

一共 10 题，每题 10 分，满分 100 分。请将答案写在空白纸上，注明学号、姓名和专业。

1. 已知复数 z 满足 $|z|=\sqrt{2}$， z^2 的虚部为 2.

(1) 求复数 z；

(2) 设 z , z^2 , $z-z^2$ 在复平面上的对应点分别为 A， B， C，求△ ABC 的面积.

2. 对于实数集 $\mathbf{R}$ 的非空子集 A，若一个实数 m 满足：对任意 $x\in A$，均有 $m-x\in A$，则称 A 具有"特征数" m .

(1) 求集合 $\{1,3,5\}$ 的所有特征数；

(2) 若集合 $A=\{1,2,4,b\}$（其中实数 $b\neq 1,2,4$）具有特征数，求 b 的所有可能值；

(3) 若 $m, m+d$ 是集合 A 的两个不同的特征数，证明： $m+10d$ 是 A 的特征数.

3. 设 $x,\ y, z\ >0,\ x+y+z=3.$ 证明：$\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\geq xy+yz+xz.$

4. 求 p 的值，使 $\int_a^b (x+p)^{2007} e^{(x+p)^2} dx = 0$.

5. 设 $\mathrm{f}(x)=\dfrac{1}{1+2x+4x^2}$, 求 $f^{(100)}(0)$.

6. 设曲线 $y=\sin x$ 和直线 $x=0, x=\dfrac{\pi}{2}$ 以及 $y=t(0\leq \mathrm{t}\leq 1)$ 所围部分的面积为S(t)，试求 S(t)的最大值和最小值.

7. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，且 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{e^{f(x)}-1}$=1，求 $f'(0)$ 的值.

8. 设 $g(x)$ 在（$-\infty$，$+\infty$）上连续，$f(x)=\frac{1}{2}\int_0^x (x-t)^2 g(t)dt$，求 $f''(x)$.

9. 设 $f(x)$ 是（$-\infty$，$+\infty$）上的连续非负函数，且 $f(x)\cdot\int_0^x f(x-t)dt=\sin^4 x$，求 $f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上的平均值.

10. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可导，$f'(x)$ 在 $[a,b]$ 上可积。若 $f(a)=f(b)$=0，证明：$\forall\, x\in [a,\ b], |f(x)|\leq \frac{1}{2}\int_a^b |f'(x)|dx.$