

```

int a[101];
int main()
{
    int n,i;
    cin>>n;
    for (i=1;i<=n;i++)
        cin>>a[i];
    qsort(1,n);
    for (i=1;i<=n;i++)
        cout<<a[i]<<" ";
    cout<<endl;
}

void qsort(int l,int r)
{
    int i,j,mid,p;
    i=l;j=r;
    mid=a[(l+r)/2];           //将当前序列在中间位置的数定义为分隔数
    do
    {
        while (a[i]<mid) i++; //在左半部分寻找比中间数大的数
        while (a[j]>mid) j--; //在右半部分寻找比中间数小的数
        if (i<=j)
        {
            //若找到一组与排序目标不一致的数对,则交换它们
            p=a[i];a[i]=a[j];a[j]=p;
            i++;j--;           //继续找
        }
    } while(i<=j);           //注意这里不能少了等号
    if (l<j) qsort(l,j);      //若未到两个数的边界,则递归搜索左右区间
    if (i<r) qsort(i,r);
}

```

快速排序的时间的复杂性是 $O(n\log_2 n)$, 速度快, 但它是不稳定的排序方法。就平均时间而言, 快速排序是目前被认为是最好的一种内部排序方法。

由以上讨论可知, 从时间上看, 快速排序的平均性能优于前面讨论过的各种排序方法, 但快速排序需一个栈空间来实现递归。若每一趟排序都将记录序列均匀地分割成长度相接近的两个子序列, 则栈的最大深度为 $\log(n+1)$ 。

6. 归并排序

归并排序是建立在归并操作上的一种有效的排序算法, 该算法是采用分治法 (Divide and Conquer) 的一个非常典型的应用。将已有序的子序列合并, 得到完全有序的序列; 即先使每个子序列有序, 再使子序列段间有序。若将两个有序表合并成一个有序表, 称为二路归并。

例如有 8 个数据需要排序: 10 4 6 3 8 2 5 7

归并排序主要分两大步:分解、合并。

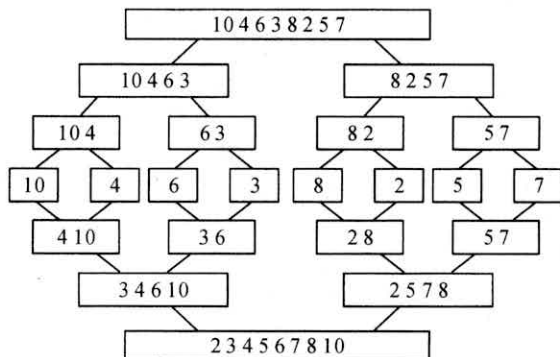


图 2-1

合并过程为:比较 $a[i]$ 和 $a[j]$ 的大小,若 $a[i] \leq a[j]$,则将第一个有序表中的元素 $a[i]$ 复制到 $r[k]$ 中,并令 i 和 k 分别加上 1;否则将第二个有序表中的元素 $a[j]$ 复制到 $r[k]$ 中,并令 j 和 k 分别加上 1,如此循环下去,直到其中一个有序表取完,然后再将另一个有序表中剩余的元素复制到 r 中从下标 k 到下标 t 的单元。归并排序的算法我们通常用递归实现,先把待排序区间 $[s, t]$ 以中点二分,接着把左边子区间排序,再把右边子区间排序,最后把左区间和右区间用一次归并操作合并成有序的区间 $[s, t]$ 。

【程序实现】

```

void msort(int s, int t)
{
    if(s == t) return;           //如果只有一个数字则返回,无须排序
    int mid = (s + t) / 2;
    msort(s, mid);               //分解左序列
    msort(mid + 1, t);           //分解右序列
    int i = s, j = mid + 1, k = s; //接下来合并

    while(i <= mid && j <= t)
    {
        if(a[i] <= a[j])
        {
            r[k] = a[i]; k++; i++;
        } else {
            r[k] = a[j]; k++; j++;
        }
    }

    while(i <= mid)               //复制左边子序列剩余
    {
        r[k] = a[i]; k++; i++;
    }
}
    
```

```

while(j<=t)                //复制右边子序列剩余
{
    r[k]=a[j]; k++; j++;
}
for(int i=s; i<=t; i++) a[i]=r[i];
}

```

归并排序的时间复杂度是 $O(n\log n)$, 速度快。同时, 归并排序是稳定的排序。即相等的元素的顺序不会改变。如输入记录 1(1) 3(2) 2(3) 2(4) 5(5) (括号中是记录的关键字) 时输出的 1(1) 2(3) 2(4) 3(2) 5(5) 中的 2 和 2 是按输入的顺序。这对要排序数据包含多个信息而要按其中的某一个信息排序, 要求其它信息尽量按输入的顺序排列时很重要, 这也是它比快速排序优势的地方。

7. 逆序对

上述提到归并排序是稳定的排序, 相等的元素的顺序不会改变, 进而用其可以解决逆序对的问题。首先我们了解一下什么是逆序对。

逆序对: 设 A 为一个有 n 个数字的有序集 ($n>1$), 其中所有数字各不相同。如果存在正整数 i, j 使得 $1 \leq i < j \leq n$ 而且 $A[i] > A[j]$, 则 $\langle A[i], A[j] \rangle$ 这个有序对称为 A 的一个逆序对, 也称作逆序数。

例如, 数组 (3, 1, 4, 5, 2) 的逆序对有 (3, 1), (3, 2), (4, 2), (5, 2), 共 4 个。

所谓逆序对的问题, 即对给定的数组序列, 求其逆序对的数量。

从逆序对定义上分析, 逆序对就是数列中任意两个数满足大的在前, 小的在后的组合。如果将这些逆序对都调整成顺序 (小的在前, 大的在后), 那么整个数列就变得有序, 即排序。因而, 容易想到冒泡排序的机制正好是利用消除逆序来实现排序的, 也就是说, 交换相邻两个逆序数, 最终实现整个序列有序, 那么交换的次数即为逆序对的数量。

冒泡排序可以解决逆序对问题, 但是由于冒泡排序本身效率不高, 时间复杂度为 $O(n^2)$, 对于 n 比较大的情况就没用武之地了。我们可以这样认为, 冒泡排序求逆序对效率之所以低, 是因为其在统计逆序对数量的时候是一对一对统计的, 而对于范围为 n 的序列, 逆序对数量最大可以是 $(n+1) * n/2$, 因此其效率太低。那怎样可以一下子统计多个, 而不是一个一个累加呢? 这个时候, 归并排序就可以帮我们来解决这个问题。

在合并操作中, 我们假设左右两个区间元素为:

左边: {3 4 7 9} 右边: {1 5 8 10}

那么合并操作的第一步就是比较 3 和 1, 然后将 1 取出来, 放到辅助数组中, 这个时候我们发现, 右边的区间如果是当前比较的较小值, 那么其会与左边剩余的数字产生逆序关系, 也就是说 1 和 3、4、7、9 都产生了逆序关系, 我们可以一下子统计出有 4 对逆序对。接下来 3、4 取下来放到辅助数组后, 5 与左边剩下的 7、9 产生了逆序关系, 我们可以统计出 2 对。依此类推, 8 与 9 产生 1 对, 那么总共有 $4+2+1$ 对。这样统计的效率就会大大提高, 便可较好地解决逆序对问题。

而在算法的实现中, 我们只需略微修改原有归并排序, 当右边序列的元素为较小值时, 就统计其产生的逆序对数量, 即可完成逆序对的统计。

【程序实现】

```

void msort(int s,int t)
{
    if(s==t) return;          //如果只有一个数字则返回,无须排序
    int mid=(s+t)/2;
    msort(s,mid);              //分解左序列
    msort(mid+1,t);            //分解右序列
    int i=s, j=mid+1, k=s;      //接下来合并
    while(i<=mid && j<=t)
    {
        if(a[i]<=a[j])
        {
            r[k]=a[i]; k++; i++;
        }else{
            r[k]=a[j]; k++; j++;
            ans+=mid-i+1;        //统计产生逆序对的数量
        }
    }
    while(i<=mid)                //复制左边子序列剩余
    {
        r[k]=a[i]; k++; i++;
    }
    while(j<=t)                  //复制右边子序列剩余
    {
        r[k]=a[j]; k++; j++;
    }
    for(int i=s; i<=t; i++) a[i]=r[i];
}

```

其中 $\text{ans} += \text{mid} - i + 1$ 这句代码统计新增逆序对的数量, ans 作为全局变量,用于统计逆序对的数量,此时 ans 要增加左边区间剩余元素的个数。当归并排序结束后,逆序对问题也得到解决, ans 即为逆序对的数量。

8. 各种排序算法的比较**(1) 稳定性比较**

插入排序、冒泡排序、二叉树排序、二路归并排序及其他线性排序是稳定的。

选择排序、希尔排序、快速排序、堆排序是不稳定的。即有跨度的交换都会导致不稳定。

(2) 时间复杂性比较

插入排序、冒泡排序、选择排序的时间复杂性为 $O(n^2)$; 快速排序、堆排序、归并排序的时间复杂性为 $O(n \log_2 n)$; 桶排序的时间复杂性为 $O(n)$;