华东师范大学期末试卷（ A）

2016 —2017 学年第 I 学期

课程名称： 线性代数

学生姓名： ____________________ 学号： ____________________

专业： ____________________ 年级/班级： ____________________

课程性质：专业必修

一	二	三	四	总分	阅卷人签名

一、 填空题（每题 4 分，共计 20 分）

1. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$ （）。

2. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵 $A^{-1} =$ （）。

3. 齐次线性方程组 $AX = 0$ 中，如果 A 是 5 阶方阵，秩等于 3，那么，该方程组的基础解系是由（）个向量组成。

4. 若二次型 $5x_1^2 + x_2^2 + \lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$ 是正定的，则 λ 的取值范围是 （）。

5. n 阶实对称矩阵 A 的两个特征值 $\lambda \neq \mu$，则分属于这两个特征值的特征向量 α，β 的内积 $\alpha ? \beta =$ （）。

二、 选择题（每题 4 分，共计 20 分）

6. 若 A 是 n 阶方阵，$|A| = -2$，则 $|-2A| =$ （）。

（A） -4 （B） 4 （C） -2^n （D） -2^n

7. 设 A, B 都是 n 阶方阵, AB=0, 则必有（）。

（A）A=0 或 B=0　　　　（B）|A|=0 或|B|=0

（C）A+B=0（D）|A|+|B|=0

8. 设非齐次线性方程组 AX = b，A 是m ×n阶矩阵，若秩（ A）等于秩（A |b），则关于该方程组的解正确的是（）。

（A）有无穷多组解（ B）有唯一解（ C）无解（ D）不确定

9. 若 n 阶方阵 P是正交矩阵，则关于 P的列向量最确切的表述是（）。

（A）构成单位正交向量组（ B）都是单位向量

（C）两两正交（ D）必含零向量

10. 5阶行列式 $\begin{vmatrix} 9 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 9 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 9 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 9 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 9 \end{vmatrix}$ 的值是（）。

（A） $5^6 - 4^6$（B）$5^6 + 4^6$（C）$5^5 - 4^5$（D）$5^5 + 4^5$

三、 计算题（每题 10 分，共计 50 分）

11. 求线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$ 的基础解系和通解。

12. 求 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ 的所有特征值以及最大特征值所对应的全部特

征向量。

13. 试通过正交变换将二次型 $3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3$ 化为标准形。

14. 设 A 为 n 阶正交对称矩阵， 1 是 A 的 r 重特征值，求：（1）与 A 相似的对角阵；（2） 3E - A 。

15. 已知 V 是三维线性空间， σ是 V 上的线性变换。如果 σ在 V 的一组

基 α, β, γ下的矩阵为 $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$ ，求 σ在基 β, γ, α下的矩阵。

四、证明题（ 10 分）

16. 设 n 阶矩阵 A 是反对称的，即 $A^T = -A$。若已知 λ是 A 的一个特征值，证明， $-\lambda$也是 A 的一个特征值。