Przygotowanie zadań do laboratorium z techniki optymalizacji

Data: 14.11.16

Termin: Pon TP 13:15

Temat: Zadania programowania liniowego dla ograniczeń mniejszościowych. Metoda prymalna simpleks.

Grupa:

Rudowicz Tomasz 218930

Nowocień Mateusz 218818

Przykład 1

$X \neq \emptyset$, istnieje optymalne rozwiązanie dla $\underline{n=2}$.

$$\boxed{\begin{array}{l} MAX \quad x_0 = x_1 + 2x_2 \\ X: \begin{cases} -2x_1 + x_2 \leqslant 3 \\ x_1 + x_2 \leqslant 6 \\ 5x_1 + 2x_2 \leqslant 25 \end{cases}, \quad x \geqslant 0 \end{array}}$$

MATLAB

Wynik:

$x = \begin{matrix} 1 \\ 5 \end{matrix}$, fval=-11, exitflag=1, output =

iterations: 2

algorithm: m.scale: simplex

message: Optimization terminated.

Dane wejściowe:

```
f=[-1;-2]; A=[-2 1;1 1;5 2];
b=[3;6;25]; lb=[0;0];
options=optimset('largescale','off','simplex','on');
[x,fval,exitflag,output,lambda]=linprog(f,A,b,[],[],lb,
```

Rozwiązanie metodą graficzną dołączone.

Rozwiązanie za pomocą tablicowej metody simpleks.

Tablica 1

	b	x_1	x_2
x_0	0	-1	-2
x_3	3	-2	1
x_4	6	1	1
x_5	25	5	2

dopuszczalność = TAK
optymalność = NIE

$\min(-1,-2) = -2$

$\min\left(\frac{3}{1}, \frac{6}{1}, \frac{25}{2}\right) = \frac{3}{1}$

$\Downarrow$

Tablica 2, iteracja 1

	b	x_1	x_3
x_0	$0-\frac{3\cdot(-2)}{1}$	$-1-\frac{(-2)\cdot(-2)}{1}$	$-\frac{-2}{1}$
x_2	$\frac{3}{1}$	$\frac{-2}{1}$	$\frac{1}{1}$
x_4	$6-\frac{3\cdot 1}{1}$	$1-\frac{(-2)\cdot 1}{1}$	$-\frac{1}{1}$
x_5	$25-\frac{3\cdot 2}{1}$	$5-\frac{(-2)\cdot 2}{1}$	$-\frac{2}{1}$

=

	b	x_1	x_2
x_0	6	-5	2
x_2	3	-2	1
x_4	3	3	-1
x_5	19	9	-2

$\min(-5, 2)$

$\min\left(\frac{3}{3}, \frac{19}{2}\right) =$

dopuszczalność = TAK, optymalność = NIE

Tablica 3, iteracja 2

	b	x_4	x_3
x_0	$6-\frac{3\cdot(-5)}{3}$	$-\frac{-5}{3}$	$2-\frac{(-5)\cdot(-1)}{3}$
x_2	$3-\frac{3\cdot(-2)}{3}$	$-\frac{-2}{3}$	$1-\frac{(-2)\cdot(-1)}{3}$
x_1	$\frac{3}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{-1}{3}$
x_5	$19-\frac{3\cdot 9}{3}$	$-\frac{9}{3}$	$-2-\frac{9\cdot(-1)}{3}$

=

	b	x_4	x_3
x_0	11	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$
x_2	5	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
x_1	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
x_5	10	-3	1

Dopuszczalności = TAK

Optymalność = TAK

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = 5 \\ \max\ x_0 = 11 \end{array}}$$

Przykład 2

$X = \emptyset$ - zbiór pusty, zadanie programowania liniowego nie ma rozwiązania. ~~dla~~

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Max } x_0 = -3x_1 + x_2 \\ X: \begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ 2x_1 - x_2 \leq 5 \end{cases},\ x \geq 0 \end{array}}$$

!!! mniejszościowe i $b \geq 0$

MATLAB

```
f=[3;-1];
A=[1 -2;2 -1];
b=[2;5];
lb=[0;0];

options=optimset('largescale','off','simplex','on');
[x,fval,exitflag,output,lambda]=linprog(f,A,b,[],[],lb,[],[],options);
```

WYNIK

Exiting: The problem is unbounded; iterations: 0
the constraints are not restrictive enough.

Rozwiązanie metodą graficzną dołączone.

Rozwiązanie za pomocą tablicowej metody simpleks.

Tablica 1.

	b	x_1	x_2
x_0	0	3	-1
x_3	-2	-1	-2
x_4	5	2	-1

$\Rightarrow$ Wszystkie wartości w kolumnie x_2 są ujemne, więc zadanie jest nieograniczon

	b	x_1	x_2
x_0	0	3	-1
x_3	2	1	-2
x_4	5	2	-1

14.11.16

Przykład 3.

Zadanie programowania liniowego z interpretacją praktyczną $n>2$

Firma Electropax zajmuje się głównie produkcją woltomierzy elektronicznych. W swojej ofercie ma 3 rodzaje mierników - kategorii A, B oraz C. Cena woltomierza w sprzedaży wynosi: kat. A - 900 zł, kat. B - 400 zł i C-20

Zewnętrzna firma dostarcza miesięcznie do 150 sztuk wzmacniaczy operacyjnych, które w woltomierzach służą jako komparatory. Inna firma produkuje i dostarcza miesięcznie do 182 przełączników (pokrętła) potrzebnych do nastaw woltomierza

Miernik kategorii A składa się z 3~~2~~ wzmacniaczy operacyjnych i ~~8~~7 przełączników, kategorii B z 2 wzm. operacyjnych i 2 przełączników, a kategorii C składa się z 1 wzmacniacza operacyjnego i 2 przełączników.

Wyprodukowanie woltomierza kategorii A trwa 5h, kategorii B - 2h, a C - 1h. Pracownik jest w pracy w ciągu miesiąca 168 godzin.

Ile mierników i jakiej kategorii powinien produkować pracownik w ciągu miesiąca, aby zmaksymalizować zysk?

	A	B	C	
cena	900	400	200	[zł]
wzmacniacze ilość	3	2	1	[szt.]
przełączniki ilość	~~8~~7	2	2	[szt.]
czas produkcji	5	2	1	[h]

$x \geq 0 \quad x \in \mathbb{Z}^3$

$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad x_i \; [szt]$

$200 \left[\frac{zł}{szt}\right] \cdot x_1 [szt]$

$2 \left[\frac{jedn.}{szt}\right]$

$$\text{MAX} \quad x_0 = 200x_1 + 400x_2 + 900x_3$$

$$X: \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 150 & \text{jedn. sur. A} \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 168 & [h] \\ 2x_1 + 2x_2 + 7x_3 \leq 182 & \text{sur. B} \end{cases} \quad x \geq 0$$

jedn. szt

MATLAB

```
f=[-200;-400;-900];
A=[1 2 3;1 2 5;2 2 7];
b=[150;168;182];
lb=[0;0;0];
options=optimset('largescale','off','simplex','on');
[x,fval,exitflag,output,lambda]=linprog(f,A,b,[],[],lb,[],[],options
```

WYNIK

$x = \begin{matrix} 0 \\ 63 \\ 8 \end{matrix}$, fval = -32400 , exitflag = 1 , iterations: 2

Rozwiązanie za pomocą tablicowej metody simpleks.

tablica 1

	b	x_1	x_2	x_3
x_0	0	-200	-400	-900
x_4	150	1	2	3
x_5	168	1	2	5
x_6	182	2	2	7

dopuszczalność = TAK

optymalność = NIE

$\min(-200, -400, -900) = -900$

$\min\left(\frac{150}{3}, \frac{168}{5}, \frac{182}{7}\right) = \frac{182}{7}$

	b	x_1	x_2	x_6
x_0	$0-\frac{182\cdot(-900)}{7}$	$-200-\frac{2\cdot(-900)}{7}$	$-400-\frac{2\cdot(-900)}{7}$	$-\frac{(-900)}{7}$
x_4	$150-\frac{182\cdot 3}{7}$	$1-\frac{2\cdot 3}{7}$	$2-\frac{2\cdot 3}{7}$	$-\frac{3}{7}$
x_5	$168-\frac{182\cdot 5}{7}$	$1-\frac{2\cdot 5}{7}$	$2-\frac{2\cdot 5}{7}$	$-\frac{5}{7}$
x_3	$\frac{182}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$

||

	b	x_1	x_2	x_6
x_0	23400	57,1429	-142,857	128,571
x_4	72	0,14286	1,14286	-0,42857
x_5	38	-0,42857	0,57143	-0,71429
x_3	26	0,28571	0,28571	0,14286

dopuszczalność = TAK

optymalność = NIE

$\min(57{,}1429; -142{,}857; 128{,}571) = -142{,}857$

$\min\left(\frac{72}{1{,}14286}, \frac{38}{0{,}57143}, \frac{26}{0{,}28571}\right) = \frac{72}{1{,}14286}$

⇓ (obliczenia - excel)

tablica 2, iteracja 2

	b	x_1	x_4	x_6
x_0	32400	75	125	75
x_2	63	0,125	0,875	-0,375
x_5	2	-0,5	-0,5	-0,5
x_3	8	0,25	-0,25	0,25

dopuszczalność = TAK

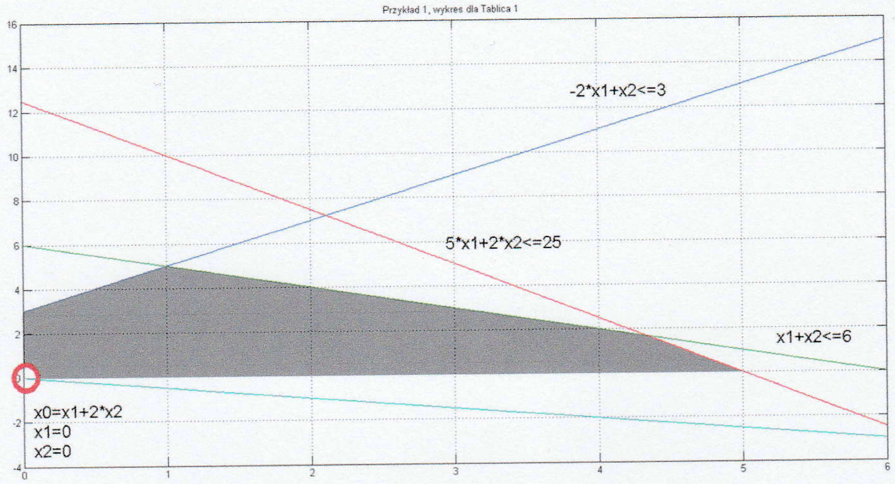
optymalność = TAK

$x_1 = 0$ szt, $x_2 = 63$ szt, $x_3 = 8$ szt

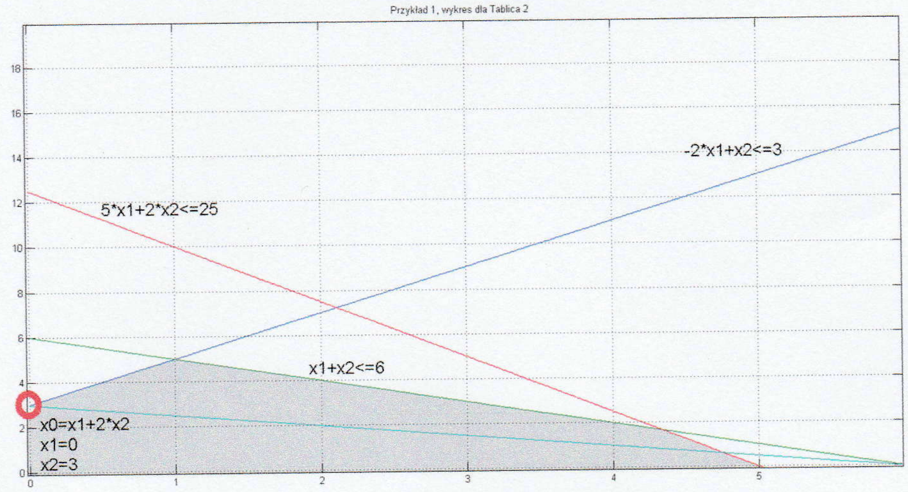
$\max x_0 = 32400$ zł

14.11.16

Metoda graficzna, przykład 1 dla tabelki 1:

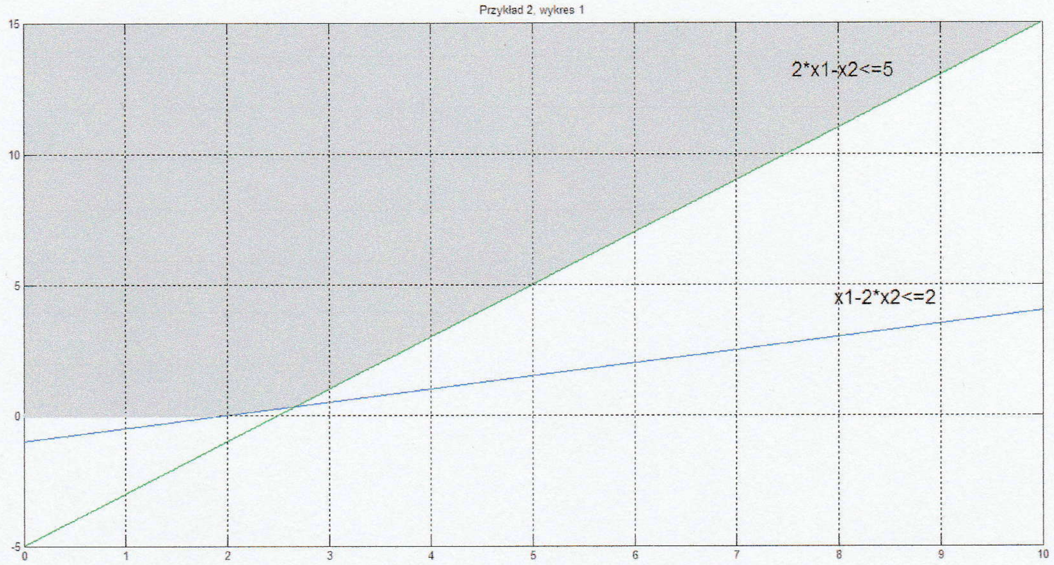


Metoda graficzna, przykład 1 dla tabelki 2:



Metoda graficzna, przykład 1 dla tabelki 3:

Metoda graficzna, przykład 2, rozwiązanie nieograniczone:



Obliczenia oraz rysunki wykonano za pomocą programu Matlab.
Do edycji rysunków wykorzystano program Paint.