

---

*Problemas Cap. 2  
Elementos de Física*

---

*Ano Letivo 2017/18*

---

## Capítulo 2

**1.** Um corpo de 2 kg estica de 10 cm uma mola, à qual está pendurado na vertical, em equilíbrio. O corpo preso à mola é depois colocado sobre uma mesa lisa, com uma das extremidades da mola fixa. O corpo é mantido à distância de 5 cm da posição de equilíbrio e então solto oscilando com movimento harmônico simples. Determine:

- a) a frequência angular,  $\omega$ .
- b) a frequência,  $f$ .
- c) o período,  $T$ .
- d) a amplitude,  $A$ .
- e) a constante de fase,  $\delta$ .
- f) Qual é o módulo da velocidade máxima do corpo, e quando ele a tem?

**2.** Uma segunda mola, idêntica à do problema anterior, está ligada a um segundo corpo, que tem também a massa de 2 kg. A mola está esticada de 10 cm em relação à posição de equilíbrio e as duas molas são simultaneamente soltas, estando a primeira distendida apenas 5 cm. Qual dos dois corpos atinge, em primeiro lugar, a posição de equilíbrio?

**3.** Um movimento harmônico simples demora 12 segundos a completar 5 oscilações completas. Determine:

- a) O período das oscilações
- b) A frequência
- c) A frequência angular.

**4.** Qual o período de um pêndulo de 1 m, quando  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ?

**5.** Uma partícula tem o deslocamento,  $x$ , dado por  $x = 3 \cos(5 \pi t + \pi)$  em que  $x$  está expresso em metros e  $t$  em segundos.

- a) Qual a frequência,  $f$ , e o período,  $T$ , do movimento?
- b) Qual a maior distância percorrida pela partícula, medida a partir do equilíbrio?
- c) Onde está a partícula no instante  $t = 0$ ? E no instante  $t = 0,5 \text{ s}$ ?

**6.** Uma massa de 1kg, está suspensa do tecto de um elevador através de uma mola de constante  $k=9\text{N/m}$ . Se o elevador descer com velocidade  $v=3\text{m/s}$ , e a massa estiver em repouso em relação ao elevador, escreva a equação do movimento da massa quando, em  $t=0\text{s}$ , o elevador parar.

**7.** Uma partícula, com movimento harmônico simples, está em repouso a uma distância de 6 cm da posição de equilíbrio, no instante  $t = 0$ . O seu período é 2 s. Escreva as expressões da posição,  $x$ , da velocidade,  $v_x$  e da aceleração,  $a$ , em função do tempo.

**8.** A posição de uma partícula é dada por  $x = 4 \sin(2t)$ , em que  $x$  é expresso em metros e  $t$  em segundos.

- a) Qual é o valor máximo de  $x$ ?
- b) Qual o primeiro instante, depois de  $t = 0$ , em que ocorre este máximo?
- c) Determine a expressão da velocidade da partícula em função do tempo.
- d) Qual é a velocidade no instante  $t = 0$ ?
- e) Determine uma expressão para a aceleração da partícula em função do tempo. Qual é a aceleração no instante  $t = 0$ ? Qual é o valor máximo da aceleração?

**9.** Um objecto de 500g, preso a uma mola com  $k=8\text{N/m}$ , oscila num movimento com amplitude  $A=10\text{cm}$ .

Calcule:

- a velocidade e aceleração máximas.
- a velocidade e aceleração quando o objecto dista 6cm da posição de equilíbrio.
- o tempo necessário para o objecto partir de  $x=0$  e chegar a  $x=8\text{cm}$ .

**10.** Uma partícula desloca-se num círculo no plano  $xy$  com centro na origem. O raio do círculo é 40 cm e o módulo da velocidade da partícula é  $80 \text{ cm.s}^{-1}$ .

- Qual a velocidade angular da partícula?
- Quais a frequência e o período do movimento circular?
- Escreva as componentes  $x$  e  $y$  do vetor posição,  $\vec{r}$ , em função do tempo.

**11.** Um bloco de massa  $M= 4.0 \text{ kg}$  está assente numa mesa horizontal e ligado a uma mola de constante  $k = 100 \text{ N/m}$  e massa desprezável. O sistema executa um movimento harmónico simples. Considere que no instante inicial a mola está na posição de compressão máxima, que corresponde a 10cm. Determine:

- A frequência angular
- O período
- A equação do movimento
- A energia cinética do sistema no instante  $t = 1.0 \text{ s}$

**12.** Um corpo de 3 kg está preso a uma mola e oscila com a amplitude de 10 cm e a frequência  $f = 2 \text{ Hz}$ .

- Qual é a constante de força da mola?
- Qual é a energia mecânica total do movimento?
- Escreva uma equação  $x(t)$  que descreva a posição do corpo em relação à sua posição de equilíbrio. A constante de fase pode ser determinada pela informação que se deu?

**13.** Um corpo de 100 g executa um movimento harmónico simples com uma frequência de 20 Hz e amplitude de 0,5 cm.

- Qual é a constante da força,  $k$ , que actua sobre ele?
- Qual é a aceleração máxima?
- Qual é a energia mecânica total do movimento?

**14.** A posição inicial, velocidade e aceleração de um objecto que executa um movimento harmónico simples, são  $x_i$ ,  $v_i$  e  $a_i$ , respectivamente. A frequência angular do movimento é  $\omega$ .

- Mostre que a posição e velocidade do objecto estão relacionadas através da expressão:

$$x(t) = x_i \cos(\omega t) + \frac{v_i}{\omega} \sin(\omega t)$$
$$v(t) = -x_i \omega \sin(\omega t) + v_i \cos(\omega t)$$

- Se a amplitude do movimento for  $A$ , mostre que:

$$v^2 - a_x = v_i^2 - a_i x_i = \omega^2 A^2$$

**15.** Quando o deslocamento de um corpo que oscila preso a uma mola é igual à metade da amplitude, qual a fração da sua energia mecânica total que corresponde à energia cinética? Para que deslocamento as energias cinética e potencial são iguais?

**16.** Se o período de um pêndulo de 70 cm de comprimento é 1,68 s, qual o valor de g no local onde ele se encontra?

**17.** Um corpo de 2 kg está suspenso verticalmente numa mola de constante de força,  $k = 350 \text{ N.m}^{-1}$ .

- Determine o alongamento,  $y_0$ , da mola esticada quando o corpo está em repouso, e a energia potencial da mola em relação à situação em que está sem tensão.
- O corpo é puxado para baixo, até uma distância  $y' = 3 \text{ cm}$  abaixo do ponto de equilíbrio. Determine a variação da energia potencial da mola, a variação da energia potencial gravitacional e a variação total da energia potencial. Mostre que a variação total da energia potencial é  $\frac{ky'^2}{2}$ .
- O corpo é então libertado. Determine o período, a frequência e a amplitude da oscilação subsequente.

**18.** Um corpo de massa 1 kg preso a uma mola ( $k = 100 \text{ N/m}$ ) executa um movimento harmônico simples com amplitude igual a 10 cm. A oscilação tem início numa das posições extremas.

- Determine a energia cinética e energia potencial elástica do oscilador no instante de tempo em que elas são iguais. Determine o primeiro instante de tempo e a posição respectiva em que isso acontece.

De seguida, o oscilador fica sujeito a amortecimento ( $b = 2 \text{ kg/s}$ ).

- Determine a variação de energia mecânica no segundo ( $\Delta t = 1 \text{ s}$ ) seguinte.
- Se se pretendesse manter a oscilação com amplitude igual à amplitude inicial ( $A_0 = 10 \text{ cm}$ ) determine a potência da força exterior a aplicar ao oscilador?

**19.** Um corpo de 2 kg oscila preso a uma mola de constante de força  $k = 400 \text{ N.m}^{-1}$ , com amplitude inicial de 3 cm.

- Determine o período e a energia mecânica total inicial.
- Qual a constante de amortecimento  $b$ , quando a energia diminui de 1% por período. Assuma que o período da oscilação natural é igual ao da oscilação amortecida.

**20.** Um sistema mola/massa de  $m = 10 \text{ kg}$  e  $k = 100 \text{ N/m}$ , oscila com um período de 2 s e uma amplitude inicial de 20 cm. Assuma que, no instante inicial, o oscilador se encontra na posição de equilíbrio.

- Calcule a constante de amortecimento do movimento oscilatório.
- Calcule a posição do oscilador ao fim de 0,5s.
- Qual a posição do oscilador e a sua energia mecânica ao fim de 2 oscilações completas.
- O oscilador passa a ser forçado por uma força externa de amplitude 100 N. Calcule a frequência da força externa para a amplitude do oscilador ser metade da amplitude inicial ( $A_0 = 20 \text{ cm}$ ).

**21.** Um corpo de massa  $m = 1\text{ kg}$  ligado a uma mola de constante elástica  $K = 100\text{ N/m}$  oscila sob acção de uma força externa sinusoidal de valor máximo  $10\text{ N}$  e frequência angular  $6\text{ rad/s}$ . A constante de amortecimento do sistema é igual a  $2\text{ kg/s}$ .

- Escreva a expressão da força externa em função do tempo.
- Determine a amplitude das oscilações forçadas.
- Para que valor da frequência força externa ocorre ressonância?
- Se a força externa deixar de actuar, ao fim de quanto tempo a amplitude passa para metade do valor inicial.

**22.** Uma massa de  $1\text{ kg}$  vibra com movimento harmónico simples no extremo de uma mola. No instante  $t = 0\text{ s}$  a massa está a uma distância de  $10\text{ cm}$  da posição de equilíbrio e está em repouso. O período natural do movimento é de  $5\text{ s}$ . Obtenha:

- A frequência natural do movimento e a constante da mola;
- A equação da posição em função do tempo,  $x(t)$
- A velocidade e a aceleração máximas da massa;
- Considere agora que o movimento é amortecido com uma constante de amortecimento  $b = 1,00\text{ kg.s}^{-1}$ . Considerando que o período da oscilação natural é igual ao da oscilação amortecida, qual é a variação da energia mecânica do movimento num período.

**23.** Um corpo de  $2\text{ kg}$  oscila preso a uma mola de constante de força  $k = 400\text{ N.m}^{-1}$ . A constante de amortecimento é  $b = 2,00\text{ kg.s}^{-1}$ . O corpo é accionado por uma força sinusoidal de valor máximo  $10\text{ N}$  e frequência angular de  $10\text{ rad.s}^{-1}$ .

- Qual é a amplitude das oscilações?
- Se a frequência da força motriz se alterar, em que frequência ocorrerá a ressonância?
- Determine a amplitude das vibrações na ressonância.

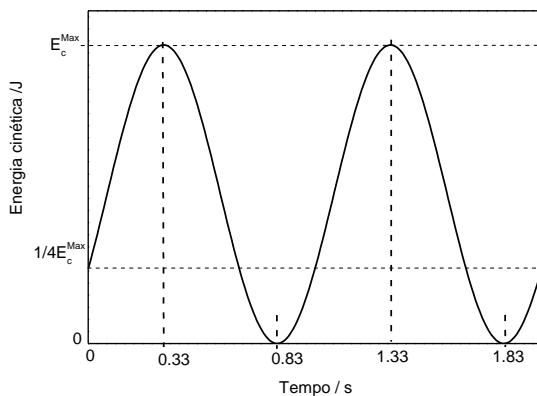
**24.** Um corpo de massa  $m=2\text{kg}$  encontra-se ligado a uma mola de constante elástica  $K=10\text{N/m}$ . O sistema oscila com uma amplitude inicial de  $20\text{cm}$ . Ao fim de  $2\text{ segundos}$  a amplitude de oscilação passa para metade.

- Determine a frequência angular do movimento.
- Qual a frequência angular com que uma força externa deveria ser aplicada para que o sistema vibrasse em ressonância?

**25.**

A figura representa o gráfico da energia cinética em função do tempo para uma massa de  $0.5\text{kg}$  ligada a uma mola que oscila em torno da posição de equilíbrio com uma amplitude de  $0.5\text{m}$ .

- Determine a constante da mola.
- Escreva a dependência temporal da aceleração do corpo,  $a(t)$ .
- Represente o gráfico força resultante em função do tempo,  $F_R(t)$ .
- Considere que a partir de um dado instante actua sobre o sistema corpo-mola uma força com as seguintes características:  
 $F(t) = 2 \cos(5t)\text{ (N)}$ .



Determine a nova amplitude de oscilação.

**26.** Um corpo de massa 2kg está preso a uma mola que se encontra na horizontal sobre uma superfície sem atrito. Na direcção do movimento, o corpo está sujeito a uma força restauradora de módulo igual a  $20x$  ( $x$  é a posição do corpo relativamente à posição de equilíbrio) e a uma força de amortecimento de módulo igual a  $2v$  ( $v$  é a velocidade do corpo).

- a) Determine a frequência angular do movimento.
- b) Sabendo que a amplitude inicial é de 20cm determine a amplitude ao fim de 2 segundos.
- c) Escreva a equação diferencial do movimento.

## Soluções Cap. 2

**1.** a) 9,9 rad.s<sup>-1</sup> b) 1,58 Hz c) 0,63s; d) 5 cm; e) 0 rad; f) 0,495 m/s e  $t = (2n+1) \times 0,1586\text{ s}, n=0,1,2,\dots$

**2.** Chegam ao mesmo tempo ( $\Delta t=T/4$ )

**3.** a) 2.4 s b) 0.417Hz c) 2.62rad/s

**4.** 2,006 s

**5.** a)  $5/2\text{ s}^{-1}$  e 0,4 s; b) 3 m c) -3 m e 0 m.

**6.**  $x(t) = \cos\left(3t + \frac{\pi}{2}\right)$ , com sentido positivo para cima.

**7.**  $x(t) = 6 \cos(\pi t)$  (cm);  $v(t) = -6\pi \sin(\pi t)$  (cm/s);  $a(t) = -6\pi^2 \cos(\pi t)$  (cm.s<sup>-2</sup>).

**8.** a) 4m; b)  $\pi/4$  s c)  $8 \cos 2t$  (m/s) d) 8 m/s e) 0 ms<sup>-2</sup> e 16 m.s<sup>-2</sup>.

**9.** a) 40cm/s; 160 cm/s<sup>2</sup> b)  $\pm 32$  cm/s; -96 cm/s<sup>2</sup> c) 0.232s

**10.** a) 2 rad/s b) 0,318 Hz e 3,14 s c)  $x = 40 \cos(2t+\delta)$  (cm) e  $y = 40 \sin(2t+\delta)$  (cm).

**11.** a) 5 rad/s b) 1.256s c)  $0.1 \cos(5t - \pi)$  d) 0.46J

**12.** a) 474 N/m; b) 2,37 J; c)  $x = 0,1 \cos(4\pi t + \delta)$ ; não.

**13.** a) 1579 N/m; b) 79 m.s<sup>-2</sup>; c) 0,0197 J.

**15.**  $3/4$  e  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$ .

**16.** 9,79 m.s<sup>-2</sup>.

**17.** a) 5,6 cm e 0,55 J; b) 0,7455 J -0,588 J e 0,1575 J; c) 0,475 s 2,1 Hz e 0,03 m.

**18.** a)  $E_c = E_{pot} = 0.25J$ ;  $t = 0.07854s$ ;  $x = 0.0707m$  b)  $\Delta E_m = -0.432J$  c)  $\bar{P} = 0.432W$

**19.** a) 0,44 s e 0,18 J; b) 0,045 kg/s.

**20.** a)  $b=7,22\text{ kg/s}$  b)  $x=0,167\text{ m}$  c)  $x=0\text{ m}$ ;  $E_{mec}=0,11\text{ J}$  d)  $\omega=10,5\text{ rad/s}$

**21.** a)  $F_{ext} = 10\cos(6t + \phi)$  b)  $A = 0.15m$  c)  $w_f = w_0 = 10\text{ rad/s}$  d)  $t = 0.69s$

**22.** a)  $f_0 = 0.2 \text{ Hz}$ ;  $k = 1.6 \text{ N/m}$       b)  $x(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \delta) = 0.1 \cos(0.4\pi t)$  (m) c)

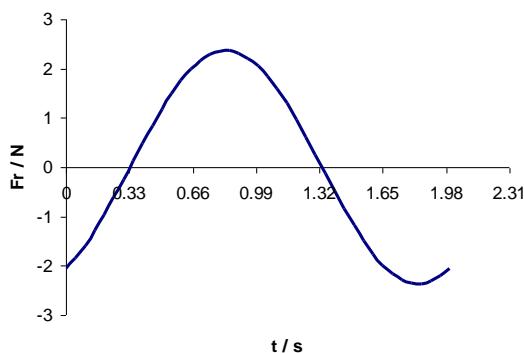
$$v_{\max} = 0.04\pi \text{ m/s} ; \quad a_{\max} = 0.16 \text{ m/s}^2 \quad \text{d)} \quad \Delta E_M = -7.8 \times 10^{-3} \text{ J}$$

**23.** a) 4,98 cm; b) 14,14 rad/s; c) 35,4 cm.

**24.** a)  $w = 2,21 \text{ rad/s}$  b)  $w_f = w_0 = \sqrt{5} \text{ rad/s}$

**25.** a)  $k = 4.9 \text{ N/m}$     b)  $a(t) = -\frac{\pi^2}{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (m/s}^2)$

c)



d)  $A=0.26 \text{ m}$

**26.** a)  $\omega = 3.12 \text{ rad/s}$     b)  $A=0.074 \text{ m}$     c)  $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + 10x = 0$

