

---

*Problemas Cap. 2*  
*Elementos de Física*

---

*Ano Letivo 2017/18*

---

## Capítulo 2

1. Um corpo de 2 kg estica de 10 cm uma mola, à qual está pendurado na vertical, em equilíbrio. O corpo preso à mola é depois colocado sobre uma mesa lisa, com uma das extremidades da mola fixa. O corpo é mantido à distância de 5 cm da posição de equilíbrio e então solto oscilando com movimento harmónico simples. Determine:

- a) a frequência angular,  $\omega$ .
- b) a frequência,  $f$ .
- c) o período,  $T$ .
- d) a amplitude,  $A$ .
- e) a constante de fase,  $\delta$ .
- f) Qual é o módulo da velocidade máxima do corpo, e quando ele a tem?

2. Uma segunda mola, idêntica à do problema anterior, está ligada a um segundo corpo, que tem também a massa de 2 kg. A mola está esticada de 10 cm em relação à posição de equilíbrio e as duas molas são simultaneamente soltas, estando a primeira distendida apenas 5 cm. Qual dos dois corpos atinge, em primeiro lugar, a posição de equilíbrio?

3. Um movimento harmónico simples demora 12 segundos a completar 5 oscilações completas. Determine:

- O período das oscilações
- A frequência
- A frequência angular.

4. Qual o período de um pêndulo de 1 m, quando  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ?

5. Uma partícula tem o deslocamento,  $x$ , dado por  $x = 3 \cos(5 \pi t + \pi)$  em que  $x$  está expresso em metros e  $t$  em segundos.

- Qual a frequência,  $f$ , e o período,  $T$ , do movimento?
- Qual a maior distância percorrida pela partícula, medida a partir do equilíbrio?
- Onde está a partícula no instante  $t = 0$ ? E no instante  $t = 0,5 \text{ s}$ ?

6. Uma massa de 1kg, está suspensa do tecto de um elevador através de uma mola de constante  $k=9\text{N/m}$ . Se o elevador descer com velocidade  $v=3\text{m/s}$ , e a massa estiver em repouso em relação ao elevador, escreva a equação do movimento da massa quando, em  $t=0\text{s}$ , o elevador parar.

7. Uma partícula, com movimento harmónico simples, está em repouso a uma distância de 6 cm da posição de equilíbrio, no instante  $t = 0$ . O seu período é 2 s. Escreva as expressões da posição,  $x$ , da velocidade,  $v_x$  e da aceleração,  $a$ , em função do tempo.

8. A posição de uma partícula é dada por  $x = 4 \sin(2t)$ , em que  $x$  é expresso em metros e  $t$  em segundos.

- Qual é o valor máximo de  $x$ ?
- Qual o primeiro instante, depois de  $t = 0$ , em que ocorre este máximo?
- Determine a expressão da velocidade da partícula em função do tempo.
- Qual é a velocidade no instante  $t = 0$ ?
- Determine uma expressão para a aceleração da partícula em função do tempo. Qual é a aceleração no instante  $t = 0$ ? Qual é o valor máximo da aceleração?

9. Um objecto de 500g, preso a uma mola com  $k=8\text{N/m}$ , oscila num movimento com amplitude  $A=10\text{cm}$ .

Calcule:

- a) a velocidade e aceleração máximas.
- b) a velocidade e aceleração quando o objecto dista 6cm da posição de equilíbrio.
- c) o tempo necessário para o objecto partir de  $x=0$  e chegar a  $x=8\text{cm}$ .

10. Uma partícula desloca-se num círculo no plano  $xy$  com centro na origem. O raio do círculo é 40 cm e o módulo da velocidade da partícula é  $80\text{ cm.s}^{-1}$ .

- a) Qual a velocidade angular da partícula?
- b) Quais a frequência e o período do movimento circular?
- c) Escreva as componentes  $x$  e  $y$  do vetor posição,  $\vec{r}$ , em função do tempo.

11. Um bloco de massa  $M= 4.0\text{ kg}$  está assente numa mesa horizontal e ligado a uma mola de constante  $k = 100\text{ N/m}$  e massa desprezável. O sistema executa um movimento harmónico simples. Considere que no instante inicial a mola está na posição de compressão máxima, que corresponde a 10cm. Determine:

- a) A frequência angular
- b) O período
- c) A equação do movimento
- d) A energia cinética do sistema no instante  $t = 1.0\text{ s}$

12. Um corpo de 3 kg está preso a uma mola e oscila com a amplitude de 10 cm e a frequência  $f = 2\text{ Hz}$ .

- a) Qual é a constante de força da mola?
- b) Qual é a energia mecânica total do movimento?
- c) Escreva uma equação  $x(t)$  que descreva a posição do corpo em relação à sua posição de equilíbrio. A constante de fase pode ser determinada pela informação que se deu?

13. Um corpo de 100 g executa um movimento harmónico simples com uma frequência de 20 Hz e amplitude de 0,5 cm.

- a) Qual é a constante da força,  $k$ , que actua sobre ele?
- b) Qual é a aceleração máxima?
- c) Qual é a energia mecânica total do movimento?

14. A posição inicial, velocidade e aceleração de um objecto que executa um movimento harmónico simples, são  $x_i$ ,  $v_i$  e  $a_i$ , respectivamente. A frequência angular do movimento é  $\omega$ .

a) Mostre que a posição e velocidade do objecto estão relacionadas através da expressão:

$$x(t) = x_i \cos(\omega t) + \frac{v_i}{\omega} \sin(\omega t)$$
$$v(t) = -x_i \omega \sin(\omega t) + v_i \cos(\omega t)$$

b) Se a amplitude do movimento for  $A$ , mostre que:

$$v^2 - a x = v_i^2 - a_i x_i = \omega^2 A^2$$

**15.** Quando o deslocamento de um corpo que oscila preso a uma mola é igual à metade da amplitude, qual a fração da sua energia mecânica total que corresponde à energia cinética? Para que deslocamento as energias cinética e potencial são iguais?

**16.** Se o período de um pêndulo de 70 cm de comprimento é 1,68 s, qual o valor de  $g$  no local onde ele se encontra?

**17.** Um corpo de 2 kg está suspenso verticalmente numa mola de constante de força,  $k = 350 \text{ N.m}^{-1}$ .

a) Determine o alongamento,  $y_0$ , da mola esticada quando o corpo está em repouso, e a energia potencial da mola em relação à situação em que está sem tensão.

b) O corpo é puxado para baixo, até uma distância  $y' = 3 \text{ cm}$  abaixo do ponto de equilíbrio. Determine a variação da energia potencial da mola, a variação da energia potencial gravitacional e a variação total da energia potencial. Mostre que a variação total da energia potencial é  $\frac{ky'^2}{2}$ .

c) O corpo é então libertado. Determine o período, a frequência e a amplitude da oscilação subsequente.

**18.** Um corpo de massa 1 kg preso a uma mola ( $k = 100 \text{ N/m}$ ) executa um movimento harmónico simples com amplitude igual a 10 cm. A oscilação tem início numa das posições extremas.

a) Determine a energia cinética e energia potencial elástica do oscilador no instante de tempo em que elas são iguais. Determine o primeiro instante de tempo e a posição respectiva em que isso acontece.

De seguida, o oscilador fica sujeito a amortecimento ( $b = 2 \text{ kg/s}$ ).

b) Determine a variação de energia mecânica no segundo ( $\Delta t = 1 \text{ s}$ ) seguinte.

c) Se se pretendesse manter a oscilação com amplitude igual à amplitude inicial ( $A_0 = 10 \text{ cm}$ ) determine a potência da força exterior a aplicar ao oscilador?

**19.** Um corpo de 2 kg oscila preso a uma mola de constante de força  $k = 400 \text{ N.m}^{-1}$ , com amplitude inicial de 3 cm.

a) Determine o período e a energia mecânica total inicial.

b) Qual a constante de amortecimento  $b$ , quando a energia diminui de 1% por período. Assuma que o período da oscilação natural é igual ao da oscilação amortecida.

**20.** Um sistema mola/massa de  $m = 10 \text{ kg}$  e  $k = 100 \text{ N/m}$ , oscila com um período de 2 s e uma amplitude inicial de 20 cm. Assuma que, no instante inicial, o oscilador se encontra na posição de equilíbrio.

a) Calcule a constante de amortecimento do movimento oscilatório.

b) Calcule a posição do oscilador ao fim de 0,5s.

c) Qual a posição do oscilador e a sua energia mecânica ao fim de 2 oscilações completas.

d) O oscilador passa a ser forçado por uma força externa de amplitude 100 N. Calcule a frequência da força externa para a amplitude do oscilador ser metade da amplitude inicial ( $A_0 = 20 \text{ cm}$ ).

**21.** Um corpo de massa  $m = 1 \text{ kg}$  ligado a uma mola de constante elástica  $K = 100 \text{ N/m}$  oscila sob acção de uma força externa sinusoidal de valor máximo  $10 \text{ N}$  e frequência angular  $6 \text{ rad/s}$ . A constante de amortecimento do sistema é igual a  $2 \text{ kg/s}$ .

- Escreva a expressão da força externa em função do tempo.
- Determine a amplitude das oscilações forçadas.
- Para que valor da frequência força externa ocorre ressonância?
- Se a força externa deixar de actuar, ao fim de quanto tempo a amplitude passa para metade do valor inicial.

**22.** Uma massa de  $1 \text{ kg}$  vibra com movimento harmónico simples no extremo de uma mola. No instante  $t = 0 \text{ s}$  a massa está a uma distância de  $10 \text{ cm}$  da posição de equilíbrio e está em repouso. O período natural do movimento é de  $5 \text{ s}$ . Obtenha:

- A frequência natural do movimento e a constante da mola;
- A equação da posição em função do tempo,  $x(t)$
- A velocidade e a aceleração máximas da massa;
- Considere agora que o movimento é amortecido com uma constante de amortecimento  $b = 1,00 \text{ kg.s}^{-1}$ . Considerando que o período da oscilação natural é igual ao da oscilação amortecida, qual é a variação da energia mecânica do movimento num período.

**23.** Um corpo de  $2 \text{ kg}$  oscila preso a uma mola de constante de força  $k = 400 \text{ N.m}^{-1}$ . A constante de amortecimento é  $b = 2,00 \text{ kg.s}^{-1}$ . O corpo é accionado por uma força sinusoidal de valor máximo  $10 \text{ N}$  e frequência angular de  $10 \text{ rad.s}^{-1}$ .

- Qual é a amplitude das oscilações?
- Se a frequência da força motriz se alterar, em que frequência ocorrerá a ressonância?
- Determine a amplitude das vibrações na ressonância.

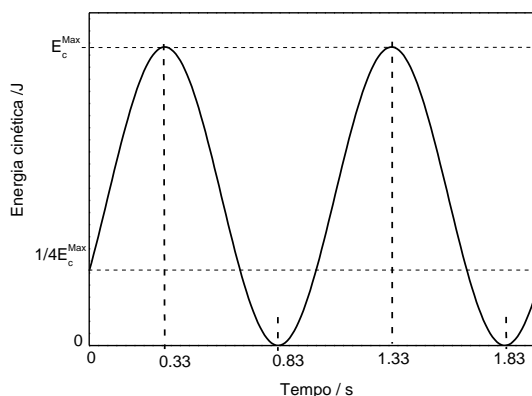
**24.** Um corpo de massa  $m = 2 \text{ kg}$  encontra-se ligado a uma mola de constante elástica  $K = 10 \text{ N/m}$ . O sistema oscila com uma amplitude inicial de  $20 \text{ cm}$ . Ao fim de  $2$  segundos a amplitude de oscilação passa para metade.

- Determine a frequência angular do movimento.
- Qual a frequência angular com que uma força externa deveria ser aplicada para que o sistema vibrasse em ressonância?

**25.**

A figura representa o gráfico da energia cinética em função do tempo para uma massa de  $0,5 \text{ kg}$  ligada a uma mola que oscila em torno da posição de equilíbrio com uma amplitude de  $0,5 \text{ m}$ .

- Determine a constante da mola.
- Escreva a dependência temporal da aceleração do corpo,  $a(t)$ .
- Represente o gráfico força resultante em função do tempo,  $F_R(t)$ .
- Considere que a partir de um dado instante actua sobre o sistema corpo-mola uma força com as seguintes características:  
 $F(t) = 2 \cos(5t) \text{ (N)}$ .



Determine a nova amplitude de oscilação.

**26.** Um corpo de massa 2kg está preso a uma mola que se encontra na horizontal sobre uma superfície sem atrito. Na direcção do movimento, o corpo está sujeito a uma força restauradora de módulo igual a  $20\mathbf{x}$  ( $\mathbf{x}$  é a posição do corpo relativamente à posição de equilíbrio) e a uma força de amortecimento de módulo igual a  $2\mathbf{v}$  ( $\mathbf{v}$  é a velocidade do corpo).

- Determine a frequência angular do movimento.
- Sabendo que a amplitude inicial é de 20cm determine a amplitude ao fim de 2 segundos.
- Escreva a equação diferencial do movimento.

## Soluções Cap. 2

1. a)  $9,9 \text{ rad.s}^{-1}$  b)  $1,58 \text{ Hz}$  c)  $0,63\text{s}$ ; d)  $5 \text{ cm}$ ; e)  $0 \text{ rad}$ ; f)  $0,495 \text{ m/s}$  e  $t = (2n+1) \times 0,1586 \text{ s}, n = 0,1,2, \dots$

2. Chegam ao mesmo tempo ( $\Delta t = T/4$ )

3. a)  $2.4 \text{ s}$  b)  $0.417\text{Hz}$  c)  $2.62\text{rad/s}$

4.  $2,006 \text{ s}$

5. a)  $5/2 \text{ s}^{-1}$  e  $0,4 \text{ s}$ ; b)  $3 \text{ m}$  c)  $-3 \text{ m}$  e  $0 \text{ m}$ .

6.  $x(t) = \cos\left(3t + \frac{\pi}{2}\right)$ , com sentido positivo para cima.

7.  $x(t) = 6 \cos(\pi t) \text{ (cm)}$ ;  $v(t) = -6\pi \sin(\pi t) \text{ (cm/s)}$ ;  $a(t) = -6\pi^2 \cos(\pi t) \text{ (cm.s}^{-2}\text{)}$ .

8. a)  $4\text{m}$ ; b)  $\pi/4 \text{ s}$  c)  $8 \cos 2t \text{ (m/s)}$  d)  $8 \text{ m/s}$  e)  $0 \text{ ms}^{-2}$  e  $16 \text{ m.s}^{-2}$ .

9. a)  $40\text{cm/s}$ ;  $160 \text{ cm/s}^2$  b)  $\pm 32 \text{ cm/s}$ ;  $-96 \text{ cm/s}^2$  c)  $0.232\text{s}$

10. a)  $2 \text{ rad/s}$  b)  $0,318 \text{ Hz}$  e  $3,14 \text{ s}$  c)  $x = 40 \cos(2t + \delta) \text{ (cm)}$  e  $y = 40 \sin(2t + \delta) \text{ (cm)}$ .

11. a)  $5 \text{ rad/s}$  b)  $1.256\text{s}$  c)  $0.1 \cos(5t - \pi)$  d)  $0.46\text{J}$

12. a)  $474 \text{ N/m}$ ; b)  $2,37 \text{ J}$ ; c)  $x = 0,1 \cos(4\pi t + \delta)$ ; não.

13. a)  $1579 \text{ N/m}$ ; b)  $79 \text{ m.s}^{-2}$ ; c)  $0,0197 \text{ J}$ .

15.  $3/4$  e  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$ .

16.  $9,79 \text{ m.s}^{-2}$ .

17. a)  $5,6 \text{ cm}$  e  $0,55 \text{ J}$ ; b)  $0,7455 \text{ J}$   $-0,588 \text{ J}$  e  $0,1575 \text{ J}$ ; c)  $0,475 \text{ s}$   $2,1 \text{ Hz}$  e  $0,03 \text{ m}$ .

18. a)  $E_c = E_{pot} = 0.25\text{J}$ ;  $t = 0.07854\text{s}$ ;  $x = 0.0707\text{m}$  b)  $\Delta E_m = -0.432\text{J}$  c)  $\bar{P} = 0.432\text{W}$

19. a)  $0,44 \text{ s}$  e  $0,18 \text{ J}$ ; b)  $0,045 \text{ kg/s}$ .

20. a)  $b = 7,22 \text{ kg/s}$  b)  $x = 0,167 \text{ m}$  c)  $x = 0 \text{ m}$ ;  $E_{mec} = 0,11 \text{ J}$  d)  $\omega = 10,5 \text{ rad/s}$

21. a)  $F_{ext} = 10 \cos(6t + \phi)$  b)  $A = 0.15\text{m}$  c)  $w_f = w_0 = 10 \text{ rad / s}$  d)  $t = 0.69\text{s}$

22. a)  $f_0 = 0.2 \text{ Hz}$ ;  $k = 1.6 \text{ N/m}$       b)  $x(t) = A_0 \cos(w_0 t + \delta) = 0.1 \cos(0.4\pi t)$  (m) c)

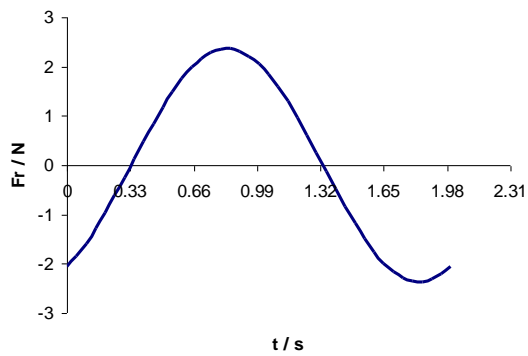
$v_{\max} = 0.04\pi \text{ m/s}$ ;  $a_{\max} = 0.16\pi \text{ m/s}^2$       d)  $\Delta E_M = -7.8 \times 10^{-3} \text{ J}$

23. a) 4.98 cm; b) 14.14 rad/s; c) 35.4 cm.

24. a)  $w = 2.21 \text{ rad/s}$     b)  $w_f = w_0 = \sqrt{5} \text{ rad/s}$

25. a)  $k = 4.9 \text{ N/m}$     b)  $a(t) = -\frac{\pi^2}{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (m/s}^2\text{)}$

c)



d)  $A = 0.26 \text{ m}$

26. a)  $\omega = 3.12 \text{ rad/s}$     b)  $A = 0.074 \text{ m}$     c)  $\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + 10x = 0$

