Elementos de Física

4ª aula Prática Numérica Grupo III- PNB

Sumário:

Problemas sobre Fenómenos Ondulatórios.

Bibliografia:

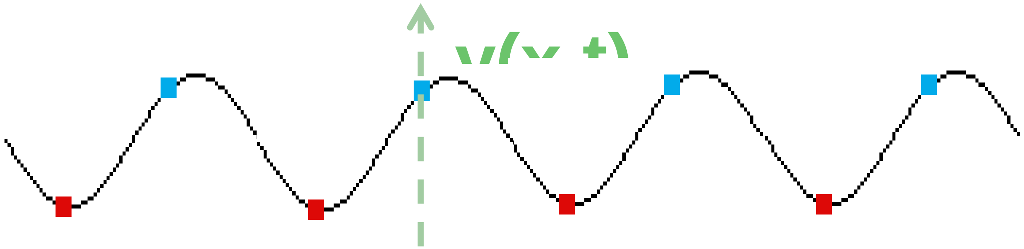
Serway

Cap. 3 Fenómenos Ondulatórios

Ondas transversais:

A perturbação do meio é perpendicular

à direção de propagação da onda



Formulário:

$$y(x,t) = 2\,A\,\cos\frac{\varphi}{2}\,\operatorname{sen}\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\boldsymbol{Y(x,t) = A\,\mathbf{sen}(kx \pm \omega t + \delta)}$$

$$P = \frac{1}{2}\rho_{linear}\,\omega^2\,A^2\,V_{propagação}$$

$$V_{propagação} = \sqrt{\frac{F}{\rho_{linear}}}$$

$$y(x,t) = 2\,A\,\operatorname{sen}(kx\,)\cos(\omega t)$$

$$y(x,t) = 2\,A\cos(kx\,)\cos(\omega t)$$

$$a\,\operatorname{sen}\theta = n\lambda$$

$$a\,\operatorname{sen}\theta = (2n+1)\,\frac{\lambda}{2}$$

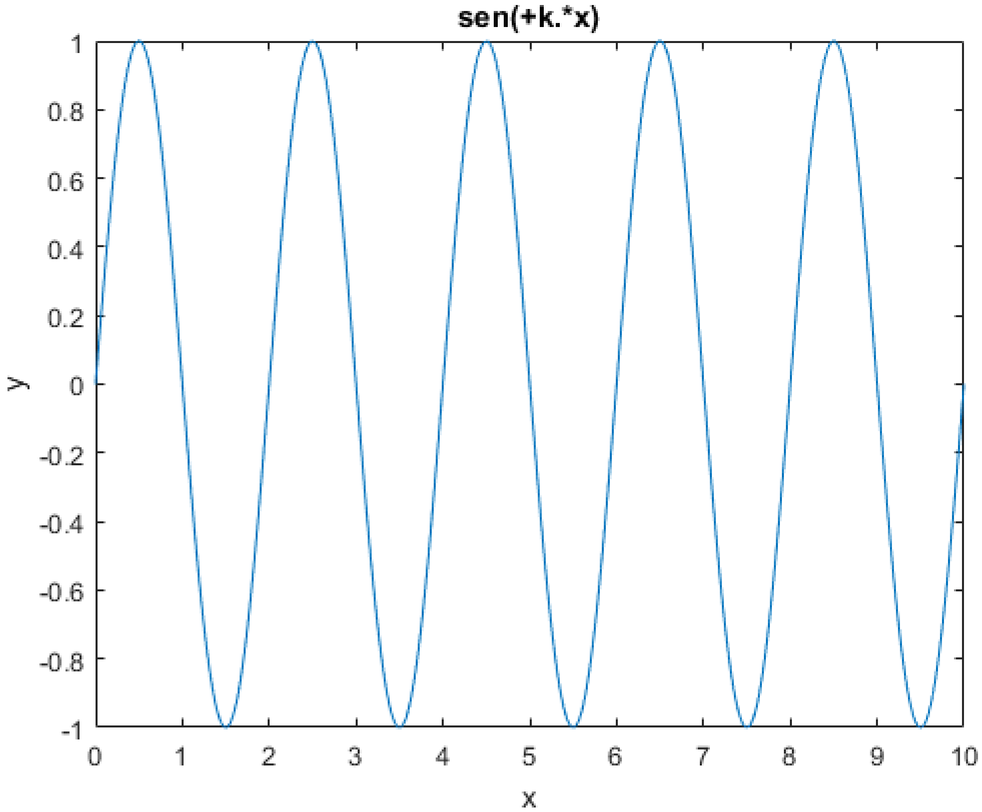
$$f' = f\,\frac{1 \pm \frac{V_0}{V_s}}{1 \mp \frac{V_f}{V_s}}$$

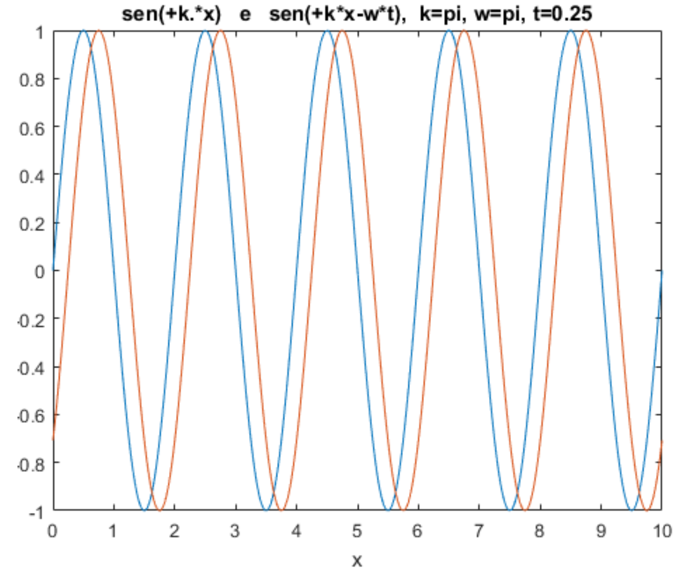
$$\boldsymbol{Y(x,t) = A\,\mathbf{sen}(kx \pm \omega t + \delta)}$$

$$\text{sen}\,(-x) = -\,\text{sen}\,(x)$$
$$\cos\,(-x) = +\cos\,(x)$$

$$\text{sen}\,\left(x \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm\cos\,(x)$$
$$\cos\,\left(x \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp\,\text{sen}\,(x)$$

$Y(x,t) = A\,\text{sen}(kx \pm \omega t + \delta)$

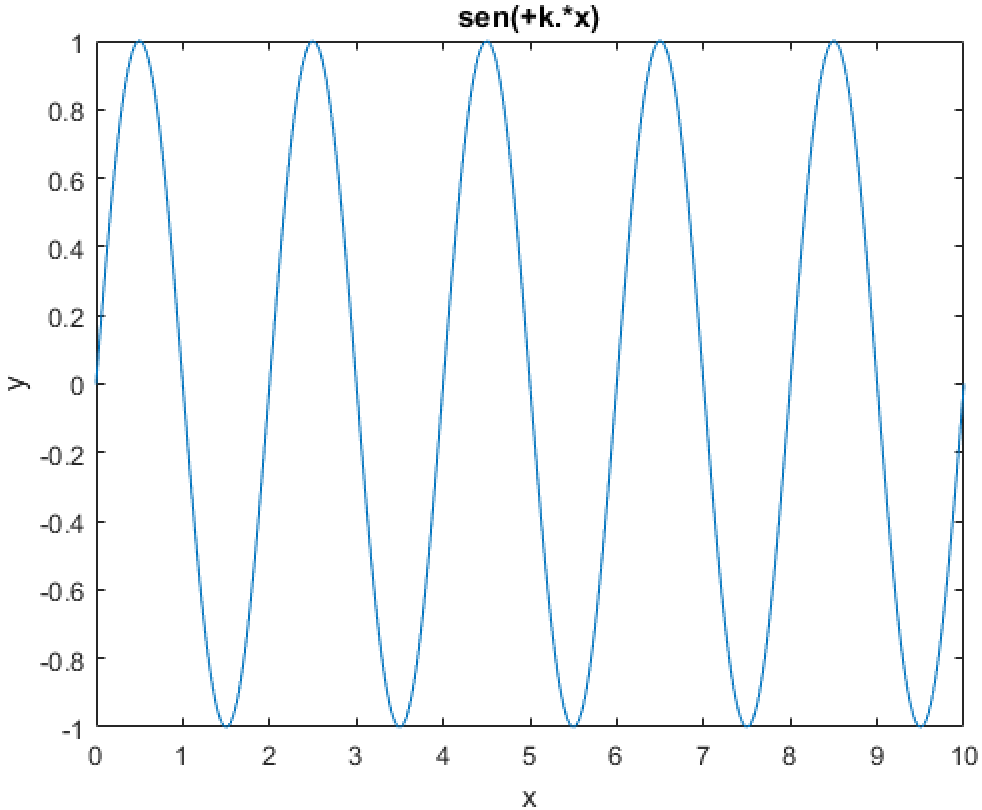


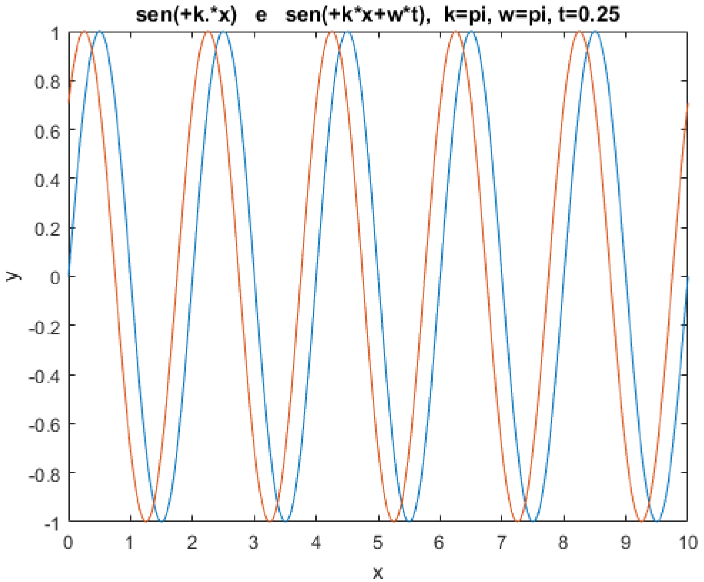


Onda a viajar para a direita:

Onda progressiva

$Y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx \pm \omega t + \delta)$

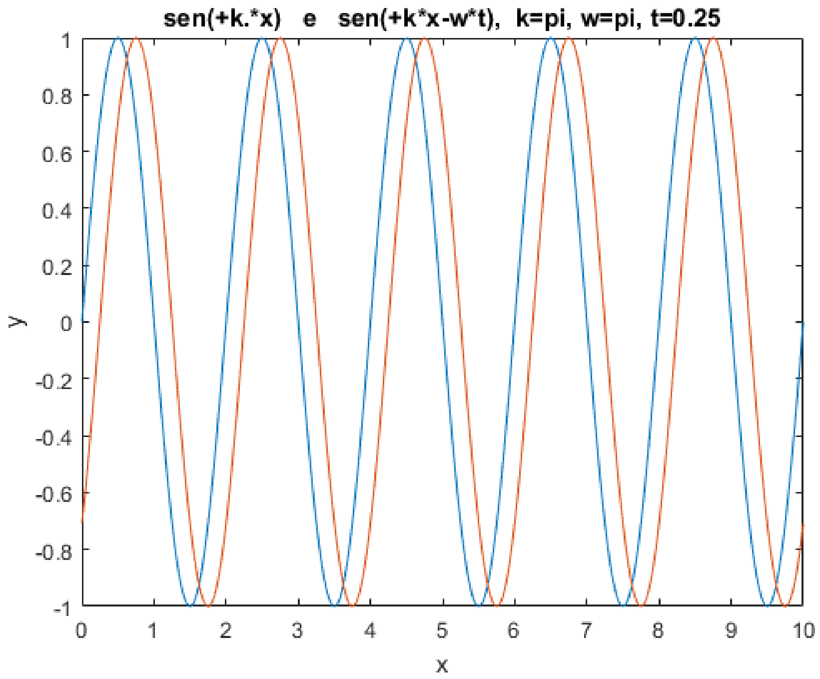


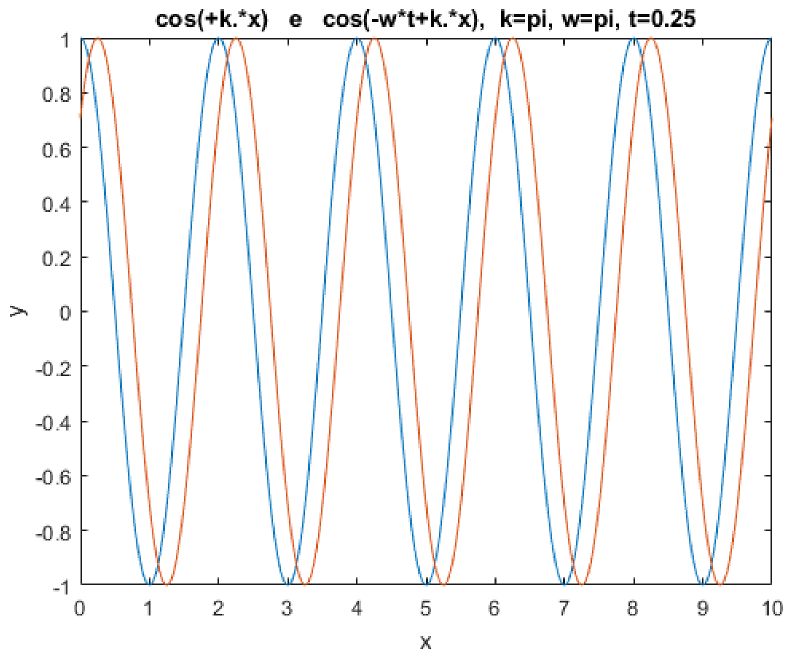


Onda a viajar para a esquerda:

Onda regressiva

$$Y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t + \delta) \qquad Y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \delta)$$





Onda a viajar para a direita:

Onda progressiva

$$\mathrm{sen}\,(-x) = -\,\mathrm{sen}\,(x)$$
$$\cos\,(-x) = +\cos\,(x)$$

$$\mathrm{sen}\left(x \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm\cos\,(x)$$
$$\cos\left(x \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp\,\mathrm{sen}\,(x)$$

Outras formas:

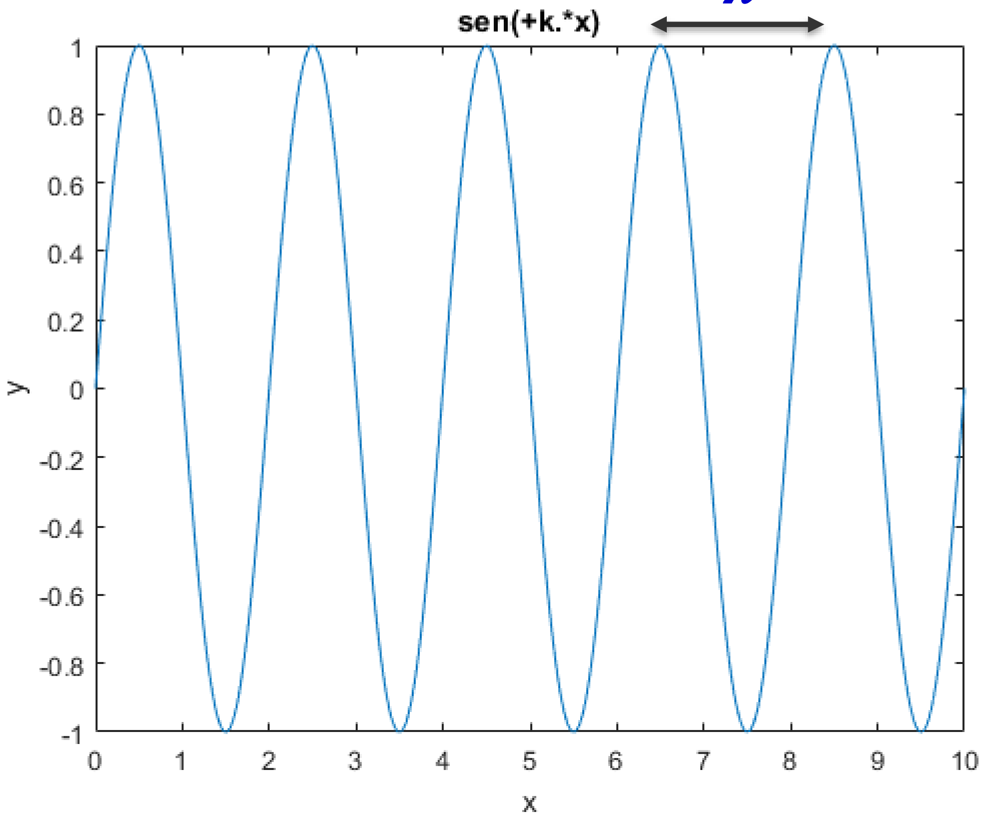
$$Y(x,t) = A\,sen(kx \pm \omega t + \delta) = -\,A\,sen(-kx \mp \omega t - \delta)$$

$$Y(x,t) = A\,sen(kx \pm \omega t + \delta) = +\,A\cos(kx \pm \omega t + \alpha), \qquad \alpha = \delta + \frac{\pi}{2}$$

$$Y(x,t) = A\,sen(kx \pm \omega t + \delta) = +\,A\cos(-kx \mp \omega t - \alpha)$$

$$Y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx \pm \omega t + \delta)$$

λ



ESPAÇO

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

TEMPO

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Velocidade de Propagação

$$v = \lambda\, f = \frac{\omega}{k}$$

Problema:
Mostre que $\mathbf{Y}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{A}\,\mathbf{sen}(\boldsymbol{kx} \pm \boldsymbol{\omega t} + \boldsymbol{\delta})$ obedece à equação de onda:

$$\frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial t^2}$$

em que $v = \frac{\omega}{k}$ é a velocidade de propagação.

Problema 7:

A função $y(x,t) = 10^{-3}\, sen(62{,}8\, x + 314\, t)$

carateriza uma onda a propagar-se numa corda,

onde y e x estão expressos em metro e t em segundo.

a) Em que direção e sentido se desloca esta onda e com que velocidade?

b) Calcule o comprimento de onda, a frequência e o período desta onda.

c) Qual é o deslocamento máximo de qualquer segmento da corda?

Problema 10:

A figura seguinte representa os vários estados de vibração de uma dada partícula (na origem). Este movimento vibratório propaga-se ao longo de uma corda, com velocidade de 1,0 m/s.

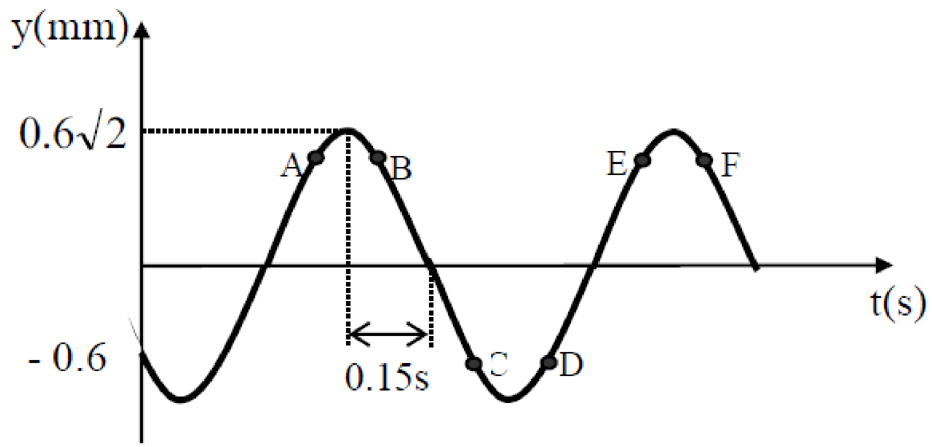
a) Escreva a equação da elongação da referida partícula.

b) Escreva a equação da elongação para qualquer partícula da corda.

c) Dos pontos representados na figura, indique:

1 - Dois que correspondam a uma mesma fase de vibração.

2 - Dois que correspondam a fases opostas de vibração.



Problema 10:

Função de onda progressiva: $Y(x,t) = A\,\text{sen}(kx - \omega t + \delta)$

$$A = 0{,}6\sqrt{2}\ \text{mm}$$

$$T = 4 * 0{,}15\ \text{s} = 0{,}6\ \text{s} \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\,\pi}{T} = \frac{2\,\pi}{0{,}6}\ \text{s}$$

a)

$$Y(0,t) = A\,\text{sen}(-\omega t + \delta)$$
$$V(0,t) = -A\omega\cos(-\omega t + \delta)$$

Para t=0

$$\begin{cases} Y(0{,}0) = -0{,}6\ \text{mm} \\ V(0{,}0) < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} Y(0{,}0) = A\,\text{sen}(\delta) \\ V(0{,}0) = -A\omega\cos(\delta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}6\sqrt{2}\,\text{sen}(\delta) = -0{,}6 \\ -A\omega\cos(\delta) < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \text{sen}(\delta) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\delta) > 0 \end{cases}$$

$$\delta = \begin{cases} \frac{5\pi}{4} \Rightarrow \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) < 0 \\ \frac{7\pi}{4} \Rightarrow \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) > 0 \end{cases} \quad \Rightarrow Y(0,t) = 0{,}6\sqrt{2}\,\text{sen}\left(-\frac{2\,\pi}{0{,}6}t + \frac{7\pi}{4}\right)$$

Problema 10:

Função de onda progressiva: $Y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t + \delta)$

$$A = 0{,}6\sqrt{2}\ \text{mm}$$

$$T = 4 * 0{,}15\ \mathrm{s} = 0{,}6\ \mathrm{s} \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\,\pi}{T} = \frac{2\,\pi}{0{,}6}\ \text{s}$$

b)

$$v = \frac{\omega}{k} \qquad \Leftrightarrow \qquad k = \frac{\omega}{v} = \frac{\frac{2\,\pi}{0{,}6}}{1{,}0} = \frac{2\,\pi}{0{,}6}\ \mathrm{m}^{-1}$$

$$Y(0,t) = 0{,}6\sqrt{2}\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\,\pi}{0{,}6}x - \frac{2\,\pi}{0{,}6}t + \frac{7\pi}{4}\right)$$

Problema 11:

A velocidade de propagação do movimento ondulatório transversal ao longo de uma corda é igual a 20 m.s^{-1}.

No instante t = 0, uma extremidade da corda inicia um movimento vibratório sinusoidal com amplitude 1 cm e frequência 10 Hz

(Durante o primeiro meio período, a elongação supõe-se positiva).

a) Calcule o comprimento de onda.

b) Desenhe a forma da corda no instante t = 0,2 s?

c) Qual a posição dos pontos para os quais a equação da elongação pode ser escrita por $y(x,t) = 1.0 \text{ sen}[2\pi(0{,}5 - 10\, t)]$ cm?

Problema 13:

Uma fonte de vibração está na extremidade de uma corda esticada cujo deslocamento é dado pela equação $y(t) = 0{,}1\ \mathrm{sen}(6t)$, onde y está em metro e t em segundo.

A tensão na corda é de 4 N e a massa por unidade de comprimento é de 10^{-2} kgm^{-1}.

Considere uma onda que se desloca no sentido positivo de x.

a) Qual é a velocidade da onda na corda?

b) Qual é a frequência da onda?

c) Qual é o comprimento de onda?

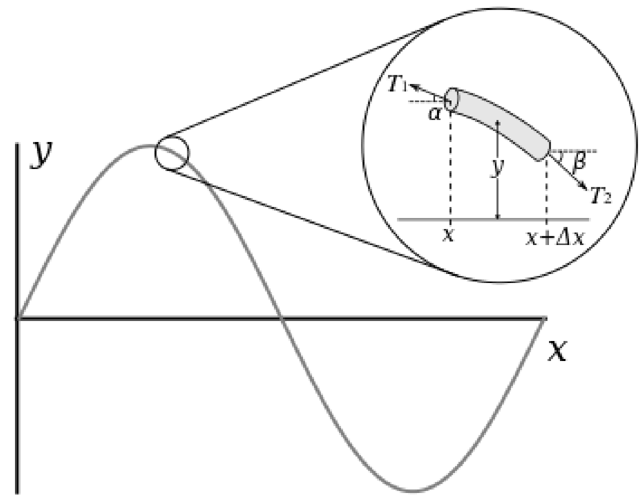
d) Qual é a equação do deslocamento no ponto a 1 m da fonte? E a 3 m?

e) Faça um gráfico de y em função do tempo no ponto $x = 3$ m.

f) Faça um gráfico de y em função de x no instante $t = \pi/12$ s.

Ondas transversais numa corda:

Um modelo muito simples de excitação transversal da corda (válido para pequenas perturbações e amplitudes)



Fornece a que a velocidade de propagação é $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

T é a tensão na corda (é uma força)
μ é densidade linear (massa por unidade de comprimento)

Problema 14:

Uma fonte de vibração está na extremidade de uma corda esticada cujo deslocamento é dado pela equação $y(t) = 0,1\ \mathrm{sen}(6t)$, onde y está em metro e t em segundo.

A tensão na corda é de 4 N e a massa por unidade de comprimento é de 10^{-2} kgm^{-1}.

Considere uma onda que se desloca no sentido positivo de x.

a) Qual é a velocidade da onda na corda?

b) Qual é a frequência da onda?

c) Qual é o comprimento de onda?

d) Qual é a equação do deslocamento no ponto a 1 m da fonte? E a 3 m?

e) Faça um gráfico de y em função do tempo no ponto $x = 3$ m.

f) Faça um gráfico de y em função de x no instante $t = \pi/12$ s.