

Elementos de Física



Exame Final

Ano lectivo 2011/12

1º Semestre

Data: 20 de Janeiro 2012

Hora: 10:00 horas

Duração: 2h30 min

Cotação

I -3,5 valores

II -3,5 valores

III- 3,5 valores

IV- 3,0 valores

V – 3,5 valores

VI – 3,0 valores

Não é permitido o uso de máquina de calcular

I

Duas lentes estão separadas de uma distância de 1 m e colocadas de modo a que os seus eixos coincidam. Um objecto é colocado 1 m à frente da primeira lente. A imagem formada pelas duas lentes é real e forma-se a seguir à segunda lente a uma distância de 1 m. A ampliação lateral total é +3. Determine:

- Onde se forma a imagem obtida a partir da primeira lente.
- As distâncias focais de cada uma das lentes.

Solução:

$$d = 1\text{m} ; I_2 \text{ é real logo } q_2 > 0 \text{ e } q_2 = +1\text{ m} ; m = +3$$

$$\begin{cases} \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1} \\ d = q_1 + p_2 \quad e \quad m = \frac{q_1}{p_1} \frac{q_2}{p_2} \\ \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2} \end{cases}$$

- Posição de I_1 .

$$m = \frac{q_1}{p_1} \frac{1}{p_2} = 3 \rightarrow q_1 = 3p_2 \rightarrow d = 3p_2 + p_2$$

$$p_2 = \frac{1}{4} (\text{m}) \quad e \quad q_1 = \frac{3}{4} (\text{m})$$

- Distâncias focais.

$$f_1 = \frac{p_1 q_1}{p_1 + q_1} = \frac{1 * \frac{3}{4}}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{3}{7} (\text{m})$$

$$f_2 = \frac{p_2 q_2}{p_2 + q_2} = \frac{\frac{1}{4} * 1}{\frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{5} (\text{m})$$

II

Uma massa de 0,5kg, está presa a uma mola e a oscilar em torno da posição $x=0$. Em $t=0$ s, a massa passa pela posição $x = A/2$, deslocando-se no sentido negativo. Em $t=2$ s, a massa atinge a posição $x = 0$.

- Sabe-se que a posição onde a energia cinética da massa é igual à energia potencial se situa em $x=2$ cm. Determine a amplitude do movimento.
- Determine a fase inicial do movimento.
- Determine o período do movimento.
- Se a partícula estiver na realidade sujeita a amortecimento viscoso, e se a amplitude do seu movimento oscilatório for reduzida a 50% da amplitude inicial em 1s, qual é a constante de amortecimento, b?

Solução:

$$x(0) = \frac{A}{2} \quad e \quad V_{osc}(0) < 0 ; \quad x(2) = 0$$

- a) Energia.

$$E_m = E_c + E_p = 2 * E_p = 2 * \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2$$

$$A = x\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ (m)}$$

- b) Fase inicial.

$$x(0) = A \sin(0 + \phi) = \frac{A}{2} \rightarrow \sin\phi = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} \phi = \frac{\pi}{6} \\ \phi = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$V_{osc}(0) = \frac{2\pi}{T} A \cos\phi < 0 \rightarrow \cos\phi < 0 \rightarrow \phi = \frac{5\pi}{6} \text{ (rad)}$$

- c) Período.

$$x(2) = A \sin\left(2\pi\frac{2}{T} + \frac{5\pi}{6}\right) = 0 \rightarrow \frac{4\pi}{T} + \frac{5\pi}{6} = \pi \quad (V_{osc} < 0)$$

$$T = 24 \text{ (s)}$$

- d) Amortecimento.

$$A = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t} \quad e \quad A(1) = 0.5 A_0$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\frac{b}{2m}t \rightarrow b = \frac{2m}{t} \ln 2 = \ln 2 = 0.69 \text{ (kg/s)}$$

III

Uma onda harmónica propaga-se ao longo de uma corda inicialmente em repouso. Qualquer ponto da corda atinge o deslocamento máximo vertical de +5 cm em cada 50 ms. A distância que separa dois máximos de deslocamento em qualquer instante é de 5,0 m

- a) Estabeleça a função de onda, sabendo que para a partícula em $x=0$ m e no instante $t=0$ s o deslocamento é igual a $1/2$ do deslocamento máximo e está a deslocar-se em direcção à posição de equilíbrio.
- b) Determine o valor da tensão do fio sabendo que a densidade linear da corda é de 1×10^{-2} kg/m.

Solução:

- a) Função de onda.

Atinge o deslocamento máximo em cada 50 ms logo o período $T= 50$ ms.

Distância entre 2 dois máximos é 5 m logo o comprimento de onde $\lambda= 5$ m.

$$y(t; x) = A \operatorname{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \phi \right]$$

$$y(0; 0) = \frac{A}{2} = A \operatorname{sen} \phi \rightarrow \begin{cases} \phi = \frac{\pi}{6} \\ \phi = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$V_{osc}(0; 0) < 0 \rightarrow \cos \phi < 0 \rightarrow \phi = \frac{5\pi}{6} \text{ (rad)}$$

Função de onda:

$$y(t; x) = 5 \operatorname{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{0.05} - \frac{x}{5} \right) + \frac{5\pi}{6} \right] \text{ (cm)}$$

- b) Tensão no fio.

$$V_{prop} = \frac{\lambda}{T} = \sqrt{\frac{F}{\rho}} \rightarrow F = \frac{\lambda^2}{T^2} * \rho = 100 \text{ (m/s)}$$

IV

Duas fendas estão espaçadas entre si de 0,06 mm e situam-se num plano paralelo ao plano de observação, colocado a 1,5 m. Verifica-se que, neste plano, a segunda franja brilhante se encontra a 3 cm da linha central. (utilize a aproximação dos ângulos pequenos $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$ rad)

- Determine o comprimento de onda da luz.
- Calcule a distância entre dois mínimos de interferência adjacentes.
- Determine o sem do ângulo correspondente à segunda franja escura.

Solução:

Dupla fenda:

$$a \sin \theta = n\lambda \quad \text{ângulos pequenos} \quad \sin \theta = \tan \theta = \frac{x_n}{L}$$

- C.d.o.

$$a \frac{x_n}{L} = n\lambda \rightarrow \lambda = \frac{ax_n}{nL} = \frac{0.06 * 30}{2 * 1500} = 0.0006 \text{ (mm)} = 600 \text{ (nm)}$$

(600 nm visível resultado coerente.)

- Distância entre dois mínimos adjacentes.

A distância entre dois mínimos adjacentes é igual à distância entre 2 máximos adjacentes que no nosso caso é $3/2$, ou seja 1.5 cm.

Verificação. Interferência destrutiva.

$$x_n = (2n + 1) \frac{\lambda L}{2a}$$

$$x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda L}{a} = 15 \text{ mm} = 1.5 \text{ cm}$$

- Ângulo.

$$a \sin \theta_n = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$$

Segunda frange escura n=1.

$$\sin \theta_1 = \frac{3\lambda}{2a} = 0.015$$

A aproximação verifica-se:

$$\tan \theta = \frac{x_2}{L} = 0.015$$

V

Suponha que se faz incidir sobre um metal um laser de comprimento de onda 400 nm e com uma potência de 5 mW. O comprimento de onda limite para ocorrer emissão fotoeléctrica no potássio é de 620 nm. (nota: $hc=1240 \text{ eV} \cdot \text{nm} = 2 \times 10^{-16} \text{ J} \cdot \text{nm}$)

- a) Qual o trabalho de extração do potássio em electrões-volt?
- b) Qual a energia cinética máxima dos electrões libertados?
- c) Qual a diferença de potencial eléctrico que é necessária aplicar para parar todos os electrões?
- d) Quantos electrões são libertados por segundo?

Solução:

- a) Trabalho de extração.

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} - W \quad e \quad W = \frac{hc}{\lambda_c} = \frac{1240}{620} = 2 \text{ eV}$$

- b) Energia Cinética.

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} - W = \frac{1240}{400} - 2 = 1.1 \text{ eV}$$

- c) D.d.p.

$$\Delta V = \frac{E_c(J)}{e} = 1.1 \text{ (V)}$$

- d) Número de fotoeletrões.

Número de fotoeletrões = número fotões = energia por segundo / energia 1 fotão
 Energia por segundo é a potência.

$$E_{fotão} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{2 * 10^{-16}}{400} = 5 * 10^{-19} \text{ (J)}$$

$$n_{fotões} = \frac{P}{E_{fotão}} = \frac{0.005}{5 * 10^{-19}} = 10^{19} \text{ fotões.}$$

VI

Num serviço de medicina nuclear foi administrada a um paciente uma certa quantidade de radioisótopo ^{99m}Tc ($T_{1/2}=6$ h).

Sabendo que após 1 dia a actividade no paciente é de $6,9 \times 10^{10}$ Bq, determine:

- a) Qual a actividade inicial do ^{99m}Tc administrado.
- b) A quantidade (núcleos) de ^{99m}Tc administrada ao paciente.

Solução:

- a) Atividade inicial.

$$a(t) = a_0 e^{-\ln 2 \frac{t}{T_{1/2}}}$$

$$a_0 = a(24h) * e^{\ln 2 \frac{24}{6}} = 6.9 * 10^{10} e^{\ln 2^4} = 6.9 * 10^{10} * 16 = 110.4 * 10^{10} Bq$$

Ou baste dizer que 1 dia corresponde a $4 * T_{1/2}$ logo a atividade inicial é

$$a_0 = a(1\text{dia} = 24h) * 2^4 = 6.9 * 10^{10} * 16$$

b) Número de núcleos.

$$\begin{aligned} a_0 &= \lambda N_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 \quad \rightarrow \quad N_0 = a_0 * \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = 6.9 * 10^{10} * 16 * \frac{6 * 3600}{0.69} \\ &= 3.456 * 10^{16} \text{ Núcleos} \end{aligned}$$