Elementos de Física

Exame Final

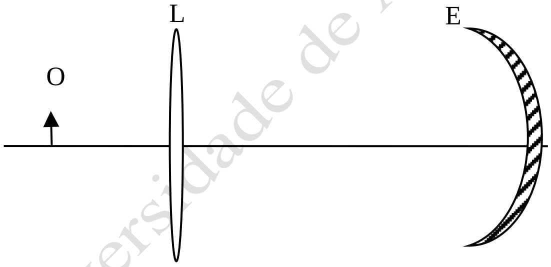
Ano lectivo 2009/10
1º Semestre
Data: 22 de Janeiro 2010
Hora: 10:00 horas
Duração: 3 horas

Cotação
I-3 valores
II-3.5 valores
III-3.5 valores
IV-3,5 valores
V-3.5 valores
VI-3 valores

Não é permitido o uso de máquina de calcular

I

Considere um objecto (O) com 2 cm de altura colocado a uma distância de 30 cm de uma lente biconvexa de distância focal de 20 cm. No outro lado da lente está colocado, a 100 cm desta, um espelho côncavo de raio R=60 cm.



a) Determine a posição da imagem dada pela lente L.
b) Qual a posição da imagem final formada após a reflexão no espelho?
c) Caracterize a imagem final formada após reflexão no espelho.

Solução:

a) Posição

$$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f_1} \quad \rightarrow \quad q_1=\frac{p_1 f_1}{p_1-f_1}=60\ cm$$

b) Imagem final

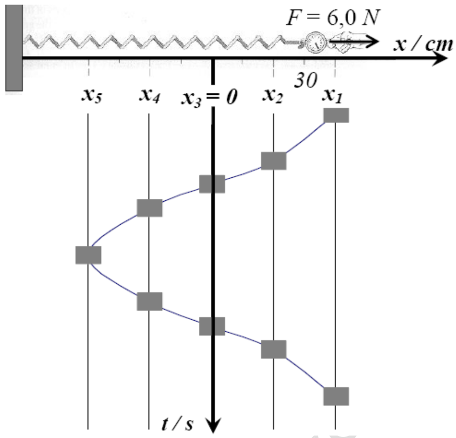
$$d=q_1+p_2 \quad \rightarrow p_2=40\ cm$$

$$\frac{1}{p_2}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{f_2}=\frac{2}{R} \quad \rightarrow q_2=\frac{p_2 f_2}{p_2-f_2}=120\ cm \quad <0\ imagem\ real$$

$$m=m_1*m_2=\left(-\frac{q_1}{p_1}\right)\left(-\frac{q_2}{p_2}\right) \quad >0 \quad imagem\ direita$$

II

Uma mola é montada horizontalmente, com a extremidade esquerda mantida em estado estacionário. Fixando um dinamómetro à extremidade livre da mola e aplicando uma força de tracção verificou-se a proporcionalidade entre a força exercida e a deformação da mola, em que uma força de 6,0 N provoca uma deformação de 3,0 cm. O dinamómetro foi então substituído por um bloco de 0,50 kg que após libertado a 4,0 cm da posição de equilíbrio oscila em torno da posição de equilíbrio, como se ilustra na figura.



a) Determine a constante da mola, e diga qual o seu significado físico.
b) Estabeleça a equação do movimento do bloco.
c) Determine o instante (em *π segundos*) em que o bloco passa pela 2ª vez na posição de equilíbrio.
d) Determine o valor máximo e mínimo da aceleração do bloco e respectivas posições do bloco.
e) Explique o que esperaria acontecer ao sistema físico anterior, quando sobre ele passa a actuar uma força do tipo $\vec{F} = -b\vec{V}$, onde $\vec{V}$ representa o vector velocidade. Para um coeficiente de amortecimento de 2 kg/s estabeleça a nova equação do movimento. Como poderia contrariar este efeito?

Solução:

a) Constante da mola

$$F_{elastica} = kx \quad \rightarrow \quad k = \frac{F_{elas}}{x} = 200\ N.m^{-1}$$

b) Equação

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{2} * \frac{1}{200}} = \frac{\pi}{10}s$$

$$qd\ t = 0 \quad y(t = 0) = A = A\sin\left(2\pi\frac{t}{T} + \phi\right) \quad \rightarrow \quad \sin\phi = 1 \quad \rightarrow \phi = \frac{\pi}{2}\ rad$$

$$y(t) = 4\sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)$$

c) Instante t (2ª vez em y=0)

$$y(t) = 0 = 4\sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \rightarrow \quad 20t + \frac{\pi}{2} = \pi\ ou\ 2\pi\ ou\ 3\pi$$

Note: não pode ser =0 porque é um momento anterior. Segundo instante é =2π.

$$20t + \frac{\pi}{2} = 2\pi \quad \rightarrow \quad t = \frac{3\pi}{40}\ s$$

d) Aceleração

$$a(t) = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 y(t) \quad \rightarrow \quad |a_{max}| = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \quad qd \quad y = \pm A$$

e) Amortecimento

Devido à aplicação duma força proporcional e contrária à velocidade, o movimento harmónico simples transforma-se em movimento harmónico amortecido, ou seja a amplitude do movimento vai diminuir com o tempo e a frequência angular modifica-se.

$$A = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t} \quad e \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

$$y(t) = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Para contrária o amortecimento é necessário aplicar uma força periódica que teria uma expressão do tipo

$$F = F_0 \cos \omega_f t$$

III

A amplitude de um movimento ondulatório transversal que se propaga da direita para a esquerda ao longo de uma corda é 0,6√2 m. A corda tem um densidade linear de 4 kg/m e está sujeita a uma tensão de 4 N. No instante t=0 s o deslocamento da extremidade da corda é y=-0,6 m e desloca-se no sentido negativo. No instante t= 3/8 s o deslocamento da extremidade é agora -0,6√2 m. Determine:

a) a fase inicial;
b) o período da oscilação;
c) a velocidade de propagação;
d) o comprimento de onda.

Solução:

$$V_{prop} = \sqrt{\frac{F}{\rho}} = 1\ m.s^{-1}$$

$$qd\ t = 0\ y(x = 0; t = 0) = -0.6 = 0.6\sqrt{2}\sin(0 - 0 + \phi)$$

$$\sin\phi = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \phi = -\frac{\pi}{4} \\ \phi = -\frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$V_{osc}(0;0) = \frac{2\pi}{T}\cos\phi < 0 \quad \rightarrow \quad \cos\phi < 0 \quad \rightarrow \quad \phi = -\frac{3\pi}{4}\ rad$$

$$qd \quad t = \frac{3}{8}s \quad y\left(0;\frac{3}{8}\right) = -0.6\sqrt{2} = 0.6\sqrt{2}\sin\left(2\pi\frac{3}{8T} - 0 - \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\sin\left(2\pi\frac{3}{8T} - 0 - \frac{3\pi}{4}\right) = -1 \quad \rightarrow \quad 2\pi\frac{3}{8T} - 0 - \frac{3\pi}{4} = -\frac{\pi}{2}$$

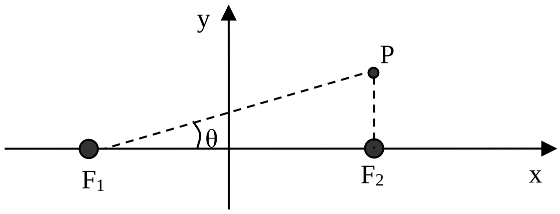
$$T = 3\ s$$

$$\lambda = V_{prop} * T = 3\ m$$

Para os problemas IV, V e VI ver "AC2 09/10"

IV

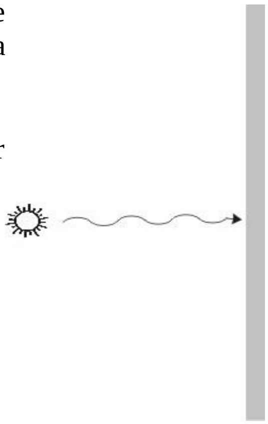
Duas ondas de igual amplitude são emitidas **em oposição de fase** a partir de duas fontes pontuais sonoras, F_1 e F_2, separadas de 2 km e posicionadas simetricamente relativamente à origem, como se indica na figura. As ondas propagam-se com uma velocidade de 400m/s, e têm associado um c.d.o de λ=1km:



a) Determine a diferença de fase entre as ondas no eixo das ordenadas. Explique <u>claramente</u> o seu raciocínio.
b) Determine a diferença de fase entre as ondas para qualquer ponto do eixo das abcissas exterior à linha que une as fontes. Explique <u>claramente</u> o seu raciocínio.
c) Escreva uma expressão em função do ângulo θ (ver figura) que permita determinar o ponto de coordenadas (1km, y_{min}), para o qual se dá interferência construtiva das duas ondas. Onde y_{min}, representa o valor mínimo de ordenada nessas condições.

V

Fotões de 60keV de energia, emitidos por uma fonte radioactiva de ^{241}Am, incidem no alvo de berílio (W_{Be}=4,98 eV), tal como se mostra na figura ao lado. ($h.c$=1240 eV.nm; $\lambda_c = h/m_e c$ =2,43x10^{-3} nm)



a) Qual o comprimento de onda mínimo dos fotões que poderá ser observado no lado esquerdo após a interacção da radiação incidente com o alvo de berílio.
b) Qual a sua energia mínima?
c) Considere agora que substituímos a fonte de ^{241}Am por uma lâmpada com emissão no ultravioleta, de comprimento de onda de 200nm. Estabeleça uma expressão analítica, a mais simplificada possível, que a partir das grandezas conhecidas, lhe permita determinar o comprimento de onda mínimo que poderá ser atribuído aos electrões produzidos no Be,.

VI

Uma amostra de material radioactivo contém 10^{18} átomos. A meia vida do material é de 2x10^3 dias.

a) Mostre que o nº de átomos por decair num dado instante t é dado por $N(t)=N_o/2^n$, quando $t=nT_{1/2}$ (sendo n=0,1,2…).
b) Determine a fracção de átomos do material inicial que ainda existe após 6x10^3dias.
c) Determine a actividade inicial da amostra.
d) Este material pode ser utilizado para datação de achados arqueológicos? Justifique.