$\Leftrightarrow \begin{cases} 4C_2 = -13 \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_2 = -\frac{13}{4} \\ 8C_1 = \frac{18}{2} + \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ C_1 = \frac{31}{16} \end{cases}$

$$q_n = \left(\frac{31}{16}\right) \cdot 2^{n} - \frac{13}{4} + 3 \cdot 4^{n-2}$$
$$= 31 \cdot 2^{-4} \cdot 2^n - \frac{13}{4} + 3 \cdot 4^{n-2}$$
$$= 31 \cdot 2^{n-4} - \frac{13}{4} + 3 \cdot 4^{n-2}$$

4- Again

$q_n \to$ número de palavras escritas com as letras {"a", "b", "c", "d"}, e comprimento n e com número ímpar de "b"

Considera-se p_n uma das palavras contadas em q_n.

Sabe-se que p_n pode ser formadas de duas maneiras:

(1) - A uma palavra p_{n-1} adicionou-se uma letra não "b". ~~Como~~ Deste modo, a partir da mesma palavra p_{n-1} podem ser formadas 3 palavras p_n novas.

(2) - A uma palavra com número par de b's e comprimento n-1 adicionou-se um "b", assim obtendo uma palavra p_n

Deste modo, contabiliza-se as palavras formadas pelo método (1) e (2).

Metodo 1: $q_{n-1} \times 3$

Metodo 2: $\underbrace{(4^{n-1} - q_{n-1})}_{\text{número de palavras com número de "b"s pares}} \times 1$

número de palavras com número de "b"s pares será todos as palavras que se podem escrever com 4 letras e n-1 de comprimento menos as palavras em q_{n-1}

Concluindo: $q_n = 3q_{n-1} + 4^{n-1} - q_{n-1}$

$\Leftrightarrow q_n = 2q_{n-1} + 4^{n-1}$

Condições iniciais:
$q_1 = 1 \to$ "b"

Obtém-se uma sucessão de recorrência não homógenea, logo

$$q_n = q_n^{(1)} + q_n^{(2)}$$

Começando com a solução geral

$a_n = a_n^{(1)}$

$a_n = 2a_{n-1} \qquad a_n = x^n, \ x \neq 0$

$x^n = 2x^{n-1}$

$x^n - 2x^{n-1} = 0$

$x^{n-1}(x-2) = 0$

$x - 2 = 0$
$x = 2$

$a_n = C \cdot 2^n + a_n^{(2)}$

$a_n^{(2)} = 4^{n-1} = \frac{1}{4} \cdot 4^n \qquad a = 4$, não é raiz da solução geral de a_n, logo consideremos:

$a_n^{(2)} = A \cdot n^0 \cdot 4^n = 4^n A$ e $a_n = a_n^{(2)}$

$4^n A = 2 \cdot 4^{n-1} A + 4^{n-1}$

$4A = 2A + 1$

$A = \frac{1}{2} \qquad a_n^{2} = \frac{1}{2} \cdot 4^n$

$a_n = C \cdot 2^n + \frac{1}{2} \cdot 4^n$

$a_1 = 1$

$2C + \frac{1}{2} \cdot 4 = 1 \Leftrightarrow 2C + 2 = 1 \Leftrightarrow 2C = -1 \Leftrightarrow C = -\frac{1}{2}$

$a_n = \frac{1}{2} 4^n - \frac{1}{2} 2^n$