Elementos de Física

Exame Recurso

Ano lectivo 2009/10
1º Semestre
Data: 22 de Janeiro 2010
Hora: 10:00 horas
Duração:1h:30min (AC1/AC2); 2h:30min (Ex.Completo)

Cotação
I- 4 valores
II-4 valores
III-4 valores
IV-4 valores
V- 4 valores
VI-4 valores

Não é permitido o uso de máquina de calcular

I

A- Um tanque cheio de água (n_a=4/3) tem uma profundidade real de d=1m. Qual é a profundidade aparente do tanque quando observado por um observador que recebe raios centrais.

B- Determine o raio de um espelho convexo, para que se obtenha uma imagem direita cujo tamanho é 1/5 do tamanho do objecto colocado a 15 cm do espelho.

Solução:

A) Profundidade

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R}=0 \quad \rightarrow \quad q=-\frac{p}{n}=-\frac{3}{4}\ m$$

A profundidade aparente é 0.75 m.

B) Raio do espelho

Imagem direita implica que a ampliação lateral seja positiva.

$$m=+\frac{1}{5}=-\frac{q}{p} \quad \rightarrow \quad q=-\frac{p}{5}$$

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}=\frac{2}{R} \quad \rightarrow \quad f=\frac{R}{2}=\frac{pq}{p+q}=-\frac{p}{4}=-\frac{15}{4} \quad \rightarrow \quad R=-7.5\ cm$$

II

A equação do movimento de um sistema Massa/mola é dada pela seguinte expressão (com o tempo dado em segundos)

$$x(t)=10sen\left(5t-\pi/4\right)\ cm\ .$$

a) Determine a amplitude, o período e a fase inicial da oscilação da mola.
b) Determine a constante da mola, K_{mola}, sabendo que a massa é de 10kg.
c) Qual é a posição e a velocidade do corpo no instante inicial?
d) Após o instante inicial, quanto tempo demora o corpo a passar na posição de equilíbrio?

e) Suponha que se aplica uma força periódica ao sistema com uma frequência angular de 4 rad/s. Diga, justificando, se o sistema entra em ressonância?

Solução:

Sistema massa-mola:

$$x(t) = A\sin\left(2\pi\frac{t}{T} + \phi\right)$$

a)

$$A = 10\ cm\ ;\ T = \frac{2\pi}{5}\ s\ ;\ \ \phi = -\frac{\pi}{4}\ rad$$

b) Constante da mola

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \rightarrow \quad k = 4\pi^2 * \frac{m}{T} = 100\pi\ N.m^{-1}$$

c) Instante inicial

$$x(0) = 10\sin -\frac{\pi}{4} = -5\sqrt{2}\ cm \quad ; \quad V_{osc}(0) = 10 * 5 * \cos -\frac{\pi}{4} = 25\sqrt{2}\ m.s^{-1}$$

d) Tempo

$$x(t) = 0 = 10\sin\left(5t - \frac{\pi}{4}\right)$$

Posição inicial negativa e velocidade de oscilação inicial positiva, logo a primeira fase que satisfaz à equação será 0.

$$5t - \frac{\pi}{4} = 0 \quad \rightarrow \quad t = \frac{5\pi}{4}\ s$$

e) Ressonância

Para entrar em ressonância a frequência angular da força tem de ser igual à frequência angular própria do oscilador

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T} = 5\ rad.s^{-1}$$

Não há ressonância.

III

Uma onda transversal harmónica de f = 400 Hz propaga-se numa corda com uma amplitude de 2 cm. Dois pontos separados de 2 cm estão num dado instante desfasados de $\frac{\pi}{6}$ rad.

a) Determine o comprimento de onda.
b) Determine o valor da velocidade de propagação.
c) Determine o valor máximo da velocidade transversal.

Solução:

$$y(x;t) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

a) C.D.O usando a diferença de fase

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{6} = \left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right)\right] - \left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right)\right] = 2\pi\frac{|x_1 - x_2|}{\lambda}$$

$$\lambda = 12(x_1 - x_2) = 24 \text{ cm}$$

b) Velocidade de propagação

$$V_{prop} = \lambda * f = 96\, m.s^{-1}$$

c) Velocidade de oscilação máxima

$$V_{osc} = \frac{2\pi}{T} A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] \quad \rightarrow \quad V_{osc\ máx} = \frac{2\pi}{T} A = 16\pi\, m.s^{-1}$$

IV

Considere uma corda de um de comprimento L e densidade linear 0,1kg/m fixa apenas numa extremidade que foi colocada a vibrar.

a) Sabendo que a distância entre nós sucessivos no 3º harmónico é de 20 cm, determine o comprimento da corda L.
b) Determine a frequência fundamental de vibração da corda, quando esta está sujeita a uma força de 160N.
c) Escreva a equação Y(x,t) que descreve a onda estacionária quando a corda vibra no seu modo fundamental e tem um deslocamento máximo transversal de 2 cm.

Solução:

a) Ondas estacionárias

$$f_n = nf_1 \quad e \quad \lambda_n = \lambda_1/n$$

Primeiro harmónico

$$L = \frac{\lambda_1}{4} \quad \rightarrow \quad \lambda_1 = 4L \quad \rightarrow \quad \lambda_3 = \frac{4L}{3}$$

Terceiro harmónico

$$\frac{\lambda_3}{2} = \frac{4L}{6} = 0.2\, m \qquad L = 0.3\, m$$

b) Frequência fundamental (ou1ºharmónico)

$$V_{prop} = \sqrt{\frac{F}{\rho}} = 40\, m.s^{-1} \quad \rightarrow \quad f_1 = \frac{V_{prop}}{\lambda_1} = \frac{40}{1.2} = 33.3\, Hz$$

c) Equação de onda

$$y(x,t) = 0.02 \cos\left(\frac{\pi}{0.06} x\right) \sin\left(\frac{2\pi}{0.03} t\right)$$

IV

Seleccione, para cada uma das situações abaixo indicadas, as afirmações que completam correctamente cada uma das frases indicadas e justifique analiticamente a sua resposta **(use as relações matemáticas que descrevem o fenómeno em causa)**.

I- Sobre uma placa metálica incide radiação de uma dada frequência f verificando-se a libertação de electrões.

a) No caso de apenas duplicar a frequência da fonte de radiação que incide sobre a mesma placa metálica, verifica-se que….

A …o nº de electrões libertados duplica.
B …a energia cinética dos electrões duplica.
C ….o nº de electrões libertados mantém-se constante.
D …a energia cinética dos electrões libertados mantém-se constante.

b) Quando a potência da fonte de radiação que incide sobre a mesma placa metálica é reduzida a ½ do seu valor inicial, verifica-se que….

A …o nº de electrões libertados se reduz a metade.
B …a energia cinética dos electrões se reduz a metade.
C ….o nº de electrões libertados mantém-se constante.
D …a energia cinética dos electrões libertados aumenta.

II- Considere uma partícula de massa *m* e que se move a uma velocidade v (v << c). Se o comprimento de onda de Broglie associado à partícula, aumentar para o dobro, a energia cinética da partícula …..

A … aumenta para o dobro.
B ….reduz-se a metade.
C ….reduz-se de ¼.
D … aumenta 4 vezes.

Solução:

I a) Efeito fotoeléctrico : a multiplicação da frequência unicamente aumenta a energia dos fotões que vai se traduzir num aumento da energia cinética dos electrões. Resposta C

$$E_c = hf - W$$

Ib) A redução da potência faz diminuir o número de fotões. Como cada fotão produz um electrão, uma diminuição de metade da potência divida o número de fotões por 2 e portanto de electrões por 2. Resposta A

II Broglie. A energia cinética e função do inverso ao quadrado do comprimento de onda de Broglie. Resposta C

$$E_c = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2m}p^2 \quad e \quad p = \frac{h}{\lambda_{broglie}} \quad \rightarrow \quad E_c = \frac{h^2}{2m * \lambda_{broglie}^2}$$

VI

Uma amostra de um dado isótopo radioactivo, com um tempo de meia vida de 8 dias, apresenta uma actividade de 5.4 mCi, quando sai do laboratório imediatamente após a sua preparação. Quando é recebida num outro laboratório, a sua actividade era já 2,7 mCi. (Nota: ln2=0.69).

a) Qual o valor da actividade inicial em Bq.

b) Qual o intervalo de tempo decorrido até a amostra chegar ao laboratório médico?
c) Determine o nº de núcleos radioactivos presentes na amostra no momento da sua preparação, sabendo que após 32 dias estavam presentes na amostra apenas 10^{12} núcleos.

Solução:

a) $1Ci=3.7x10^{10}$ Bq. $a_0=19.98x10^7$ Bq
b) Tempo

$$a(t) = 2.7 = \frac{5.4}{2} \quad portanto\ t = T_{1/2} = 8\ dias$$

c) Numero de átomos

32 dias são 4 tempos de meia vida. Portanto o número de átomos ao fim de 32 dias foi dividido por 16. Ou seja havia $16x10^{12}$ átomos inicialmente.