

---

# Elementos de Física

2018 – 2019

Grupo IIIB Aulas: TP9 2<sup>a</sup> parte – TP10 -TP11

## **Sumário:**

Cap. V: Introdução à Física Quântica

Bibliografia:

Serway, caps. 40

# Cap. V: Introdução à Física Quântica

---

Catástrofe dos ultra-violeta e espetros atómicos.

Quanta de energia e fotões: Natureza corpuscular da luz.

- Efeitos fotoelétrico e de Compton.

Modelo de Bohr do Átomo de Hidrogénio.

Natureza ondulatória da matéria.

- Hipótese de de Broglie.
- Equação de Schrödinger: Mecânica Quântica

Formulação matricial da Mecânica Quântica.

- Relações de Incerteza de Heisenberg.

# Física Quântica

---

Revolução na Física 1900 -1930

Física microscópica (pequenas escalas) é diferente  
da física do “dia-a-dia”

Mas MUITO diferente mesmo!

Qual a importância?

# Física Quântica

---

**1900** – Max Plack explica a radiação do corpo negro.

**1905** - Albert Einstein explica o efeito fotoelétrico.

**1913** - Niels Bohr explica o espetro dos átomos de hidrogénio, através do seu modelo atómico quântico.

**1922** - Arthur Compton descobre que os comprimentos de onda dos raios-X aumentam devido à dispersão por eletrões livres (efeito Compton).

**1922** – Stern e Gerlach descobrem o momento magnético intrinseco SPIN.

**1923** - Louis de Broglie amplia a dualidade onda-partícula para partículas.

**1925** - Werner Heisenberg cria a formulação matricial da Mecânica Quântica.

**1926** – Erwin Schrödinger cria a formulação diferencial da Mecânica Quântica: Equação de Schrödinger.

**1926** - Max Born desenvolve a interpretação de Copenhaga da natureza probabilística das funções de onda.

**1927** - Werner Heisenberg formula o princípio da incerteza.

# Radiação do corpo negro

---

Objetos aquecidos emitem luz visível. À medida que a temperatura aumenta, a cor modifica-se:

**vermelho** → **laranja** → **branco** → **azul**.

Objetos à temperatura ambiente emitem no infravermelho



A emissão no amarelo corresponde a uma temperatura de cerca de 5500K (superfície do Sol)

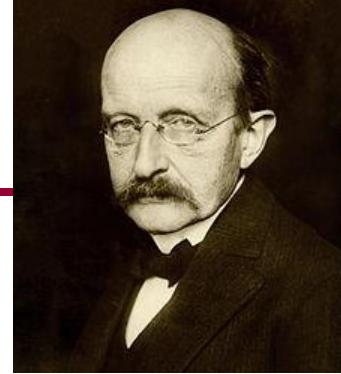
# Radiação do corpo negro

## Primeira hipótese quântica

**Max Planck em 1900**

*Por ajuste da expressão*

$$\rho_f = \frac{8\pi f^2}{c^3} \frac{hf}{e^{hf/kT} - 1}$$



(1858-1947)

da densidade de energia à curva experimental,  
obteve um acordo excelente

Parâmetro ajustável

$h=6,626 \times 10^{-34} \text{ J s}$ ,

Constante de Planck

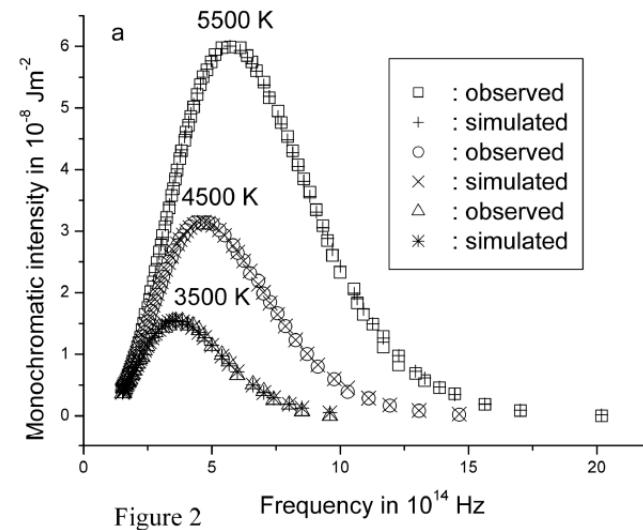


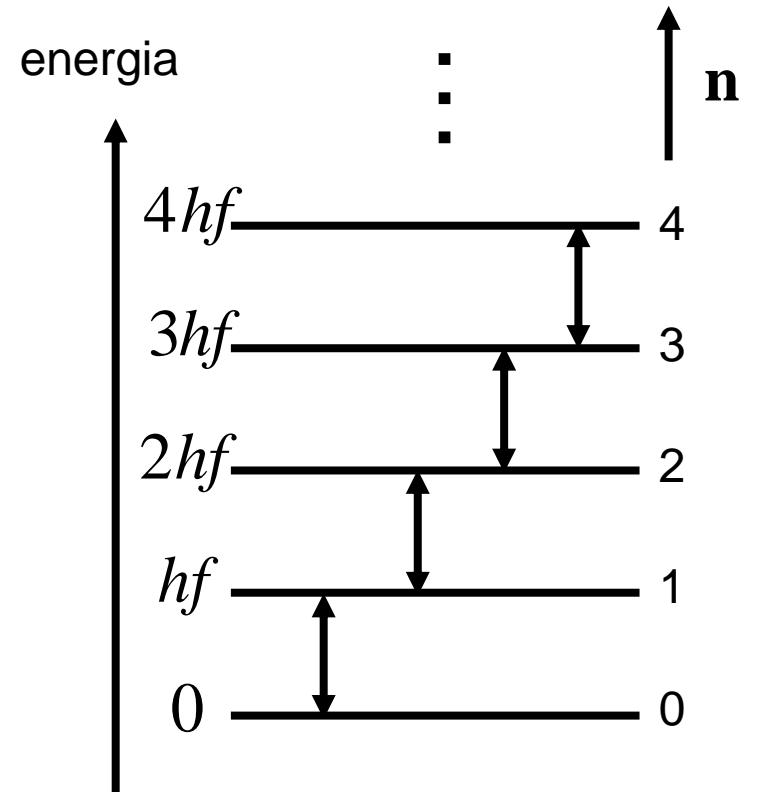
Figure 2

# Radiação do corpo negro: 1<sup>a</sup> explicação quântica (1900)



**Max Planck (1858-1947)**

A energia dos osciladores no corpo negro está quantificada.



**Quanta de energia**

# Radiação do corpo negro: Modelo de Planck: Quanta de energia

Troca de energia entre a matéria (osciladores) e a luz (radiação eletromagnética) é

por múltiplos de **quanta de energia**  $E = hf$  (não varia continuamente).

Emissão e absorção de energia de radiação pela matéria só quando há uma transição (salto) entre dois estados diferentes.

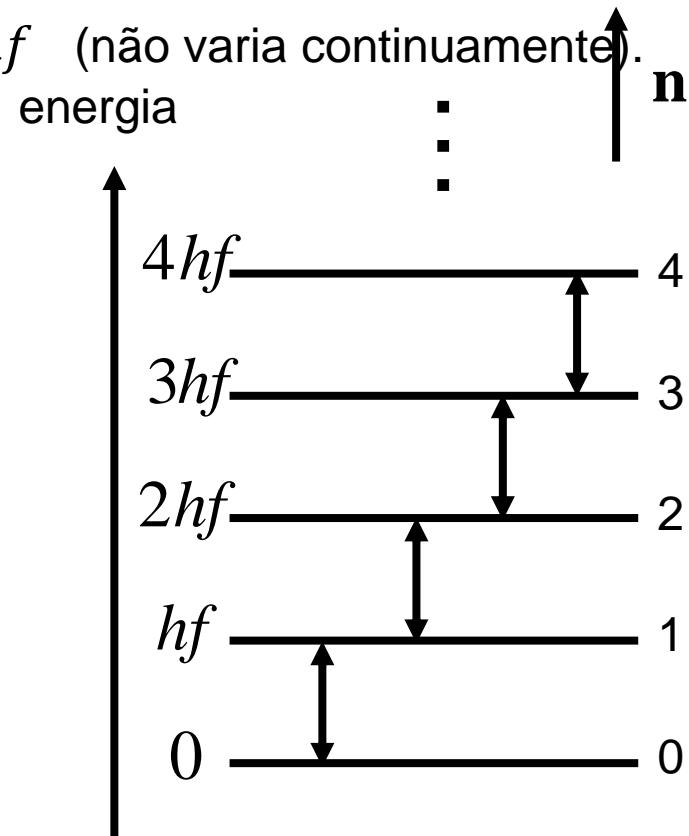
$$E = nhf$$

$n$  = nº inteiro (discreto, quântico)

$f$  : frequência da radiação

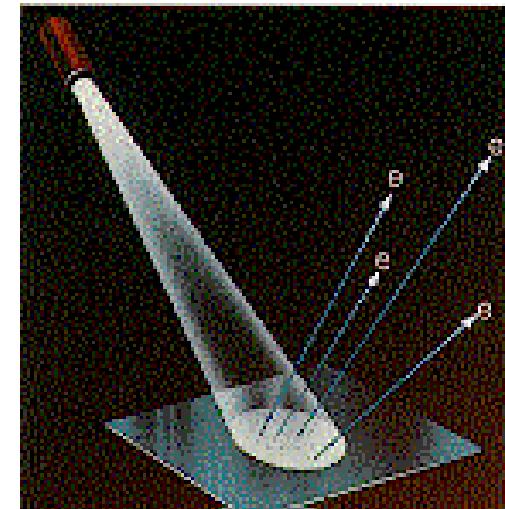
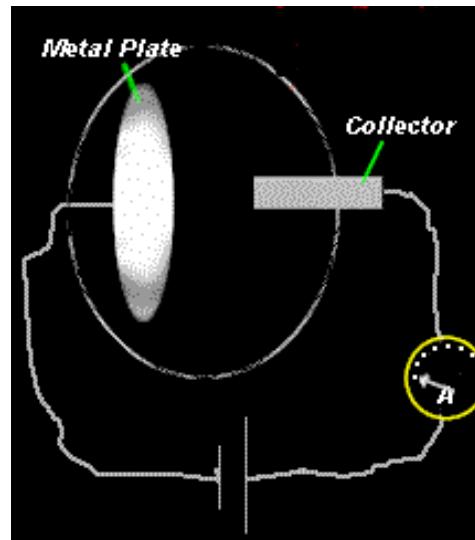
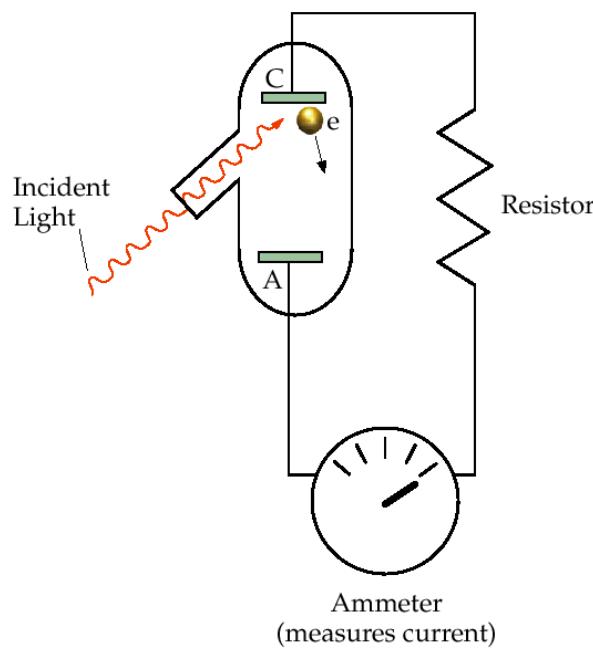
$h$  : Constante de Planck

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$



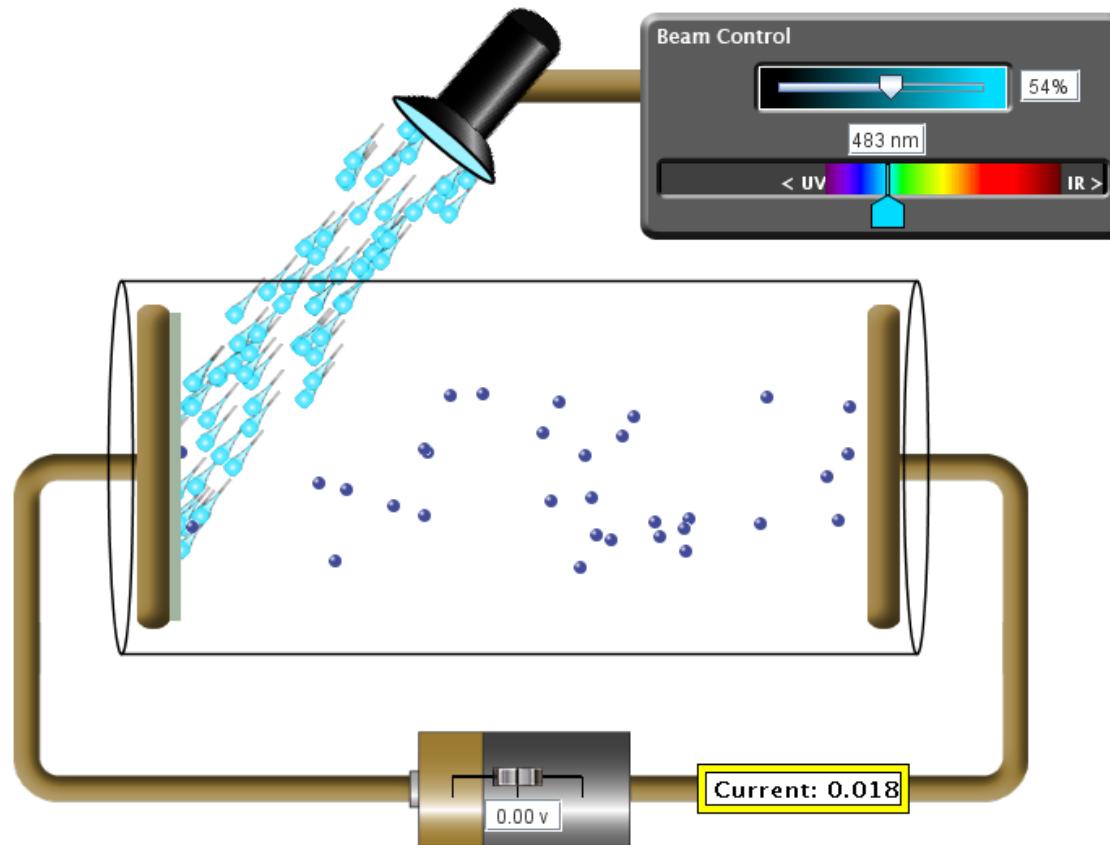
# Efeito fotoeléctrico

Luz iluminando uma superfície e (foto)electrões emitidos, com energia (cinética).



# Efeito fotoeléctrico

---



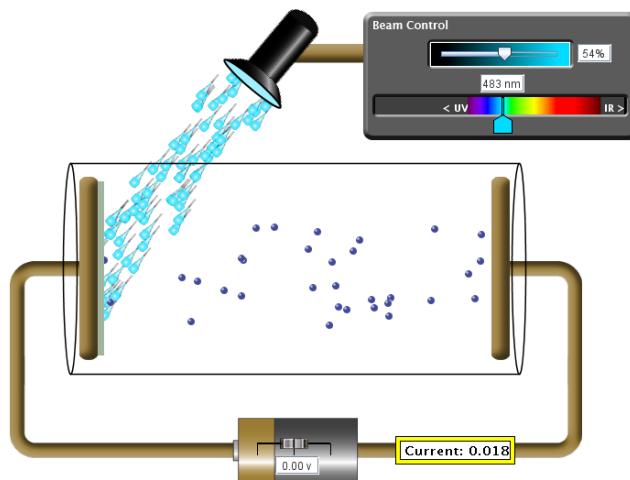
<https://phet.colorado.edu/en/simulation/photoelectric>

# Potencial de paragem $V_p$ (d.d.p.):

Como se determina a energia cinética dos electrões?

$E_{c,max}$  = aumento de energia potencial eléctrica até parar

$$E_{c,max} = eV_p$$

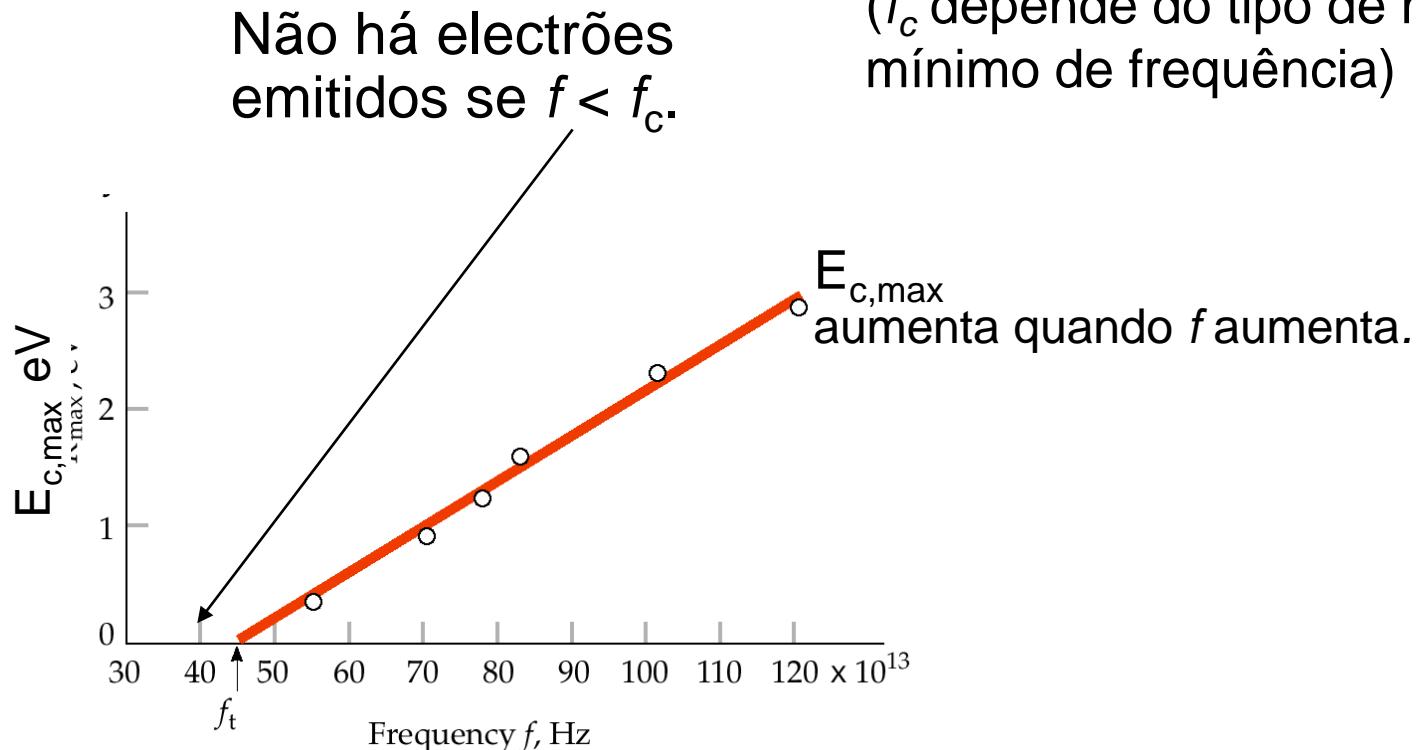


Unidade de energia

Electrão-Volt: eV

$$1\text{eV} = 1,60 \times 10^{-19}\text{J}$$

# Efeito fotoeléctrico



$E_{c,\max}$  não depende da intensidade luminosa

# Efeito fotoeléctrico (experiência)

---

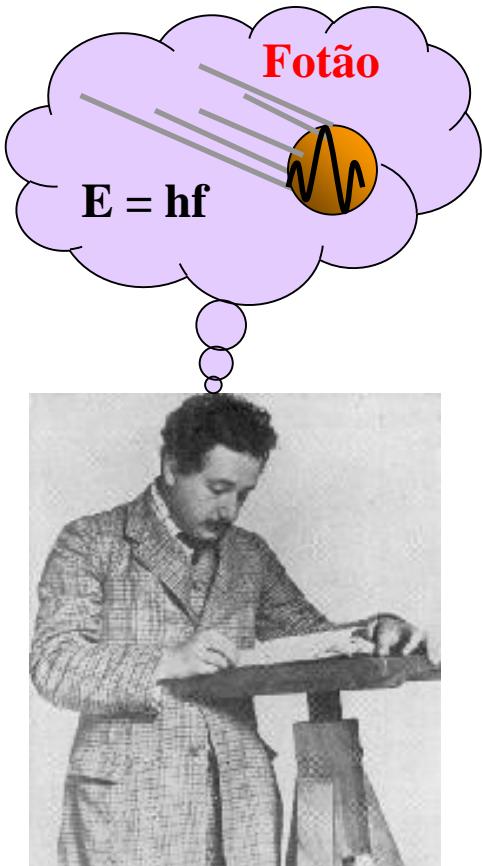
- Não há electrões emitidos se  $f < f_c$  (depende do tipo de metal): mínimo de frequência
- Não existe limiar de intensidade para emissão de eletrões
- $E_{C,\max}$  não depende da intensidade luminosa
- $E_{C,\max}$  aumenta com o aumento de  $f$
  
- Nº fotoelectrões aumenta com a intensidade luminosa
- Nº fotolectrões não depende de  $f$
- Primeiro eletrão emitido quase instantaneamente
- Dois metais diferentes: muda a frequência mínima para se ter emissão de eletrões

# Efeito fotoeléctrico

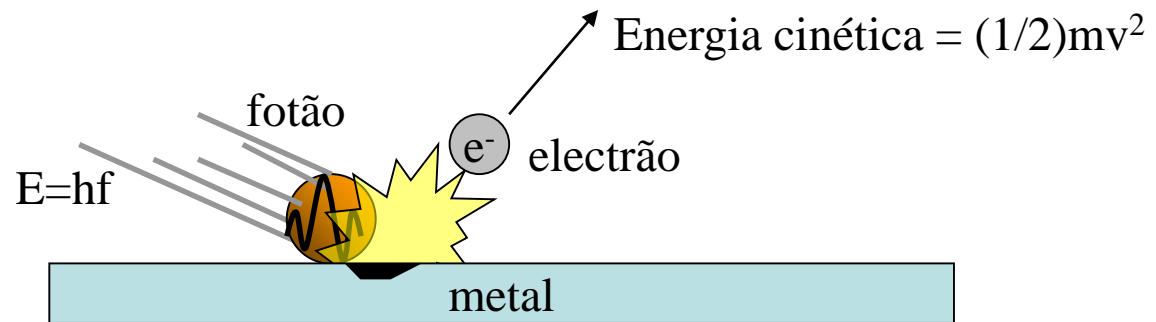
	$W$	<i>Limiar do comprimento de onda</i>	
<i>Material</i>	(eV)	nm	<i>Região Espectral</i>
Rubídio	2.10	591	<b>Visível</b>
Césio	2.14	580	<b>Visível</b>
Sódio	2.30	540	<b>Visível</b>
Potássio	2.20	565	<b>Visível</b>
Alumínio	4.28	290	<b>Ultravioleta</b>
Tungsténio	4.55	273	<b>Ultravioleta</b>
Cobre	4.65	267	<b>Ultravioleta</b>
Ouro	5.10	244	<b>Ultravioleta</b>

# Einstein e o conceito de fotão

---



## Efeito fotoeléctrico



**Albert Einstein**  
**(1879-1955)**

# Fotão

Energia de um feixe de luz é a soma de quantidades discretas de energia: quanta de energia  $hf$  (pacotes de energia).

---

Efeito fotoelétrico:

Colisão de um fotão com um único eletrão existente num metal, para o qual o fotão transfere toda a sua energia.

O fotão incidente no metal tem energia  $hf$

O eletrão no metal tem energia inferior a um limiar  $-W$ , em que  $W$ , a função trabalho, é a energia mínima para extrair um eletrão do metal e ficar livre.

Conservação de energia

$$hf + E^{\text{eletrão no metal}} = E^{\text{eletrão}}_{\text{cinética}}$$

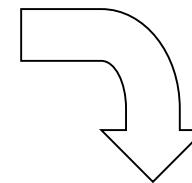
Temos:  $E^{\text{eletrão no metal}} \leq -W$

$$E^{\text{eletrão}}_{\text{cinética}} \leq hf - W$$

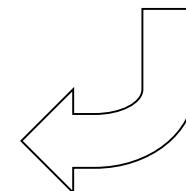
# Modelo de Einstein

- Cada fotão fornece toda a sua energia a um único eletrão
- O fotoeletrão perde uma certa energia fixa - a função trabalho  $W$  - ao escapar da superfície.

- Não há fotoeletrões se  $f < f_c$  (depende do tipo de metal )
- Se  $hf < W$ , nenhum eletrão terá energia suficiente para escapar ao metal ( $f_c = W/h$ )
- Maior intensidade significa maior número de fotões



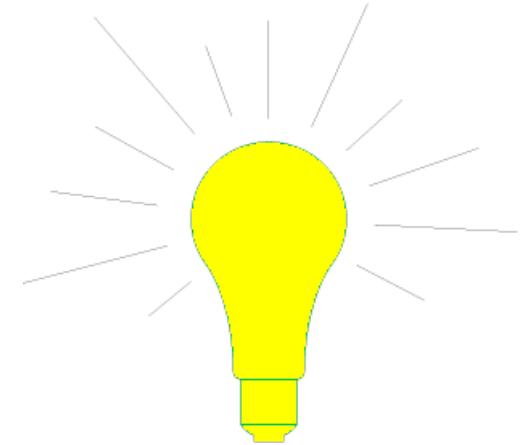
$$E_{c,\max} = hf - W$$



# Exemplo 1 - Fotões

---

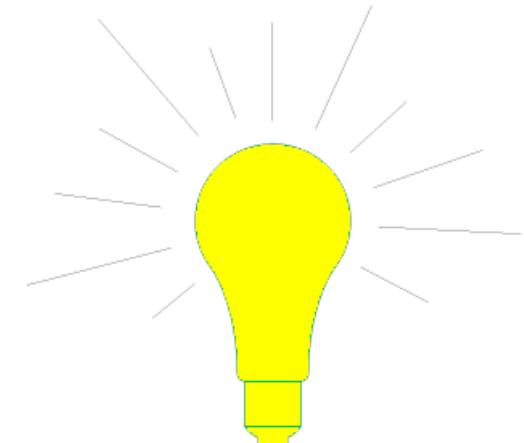
Quantos fotões são emitidos em cada segundo por uma lâmpada (amarela,  $\lambda \approx 500$  nm) de potência 100 W, supondo eficiência 100% ?



# Exemplo 1 - Fotões

---

Quantos fotões são emitidos em cada segundo por uma lâmpada (amarela,  $\lambda \approx 500$  nm) de potência 100 W, supondo eficiência 100% ?



$$E_{1\text{fotão}} = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{500\text{nm}} = 4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$Nº\text{ fotões / s} = \frac{P}{E_{1\text{fotão}}} = \frac{100\text{J / s}}{4 \cdot 10^{-19}\text{J / fotão}} = 2.5 \cdot 10^{20}\text{ fotões / s}$$

# Exemplo 2 - Fotões

---

Um laser verde e outro vermelho têm potência igual. Qual deles emite mais fotões/segundo?

1) vermelho

2) verde

3) igual

# Exemplo 2 - Fotões

---

Um laser verde e outro vermelho têm potência igual. Qual deles emite mais fotões/segundo?

1) vermelho

2) verde

3) igual

$$\frac{\# \text{ fotões}}{\text{segundo}} = \frac{\text{Potência}}{\text{Energia/fotão}} = \frac{\text{Potência}}{hf}$$

O laser vermelho tem menor energia/fotão, necessita pois de mais fotões para ter a mesma energia.

# Exemplo 3 – Efeito Fotoeléctrico

---

Sabendo que o alumínio tem uma função trabalho de 4.08 eV, qual é a frequência e o c.d.o. críticos?

# Exemplo 3 – Efeito Fotoeléctrico

---

Sabendo que o alumínio tem uma função trabalho de 4.08 eV, qual é a frequência e o c.d.o. críticos?

$$f_c = \frac{W}{h} = \frac{4,08\text{eV}}{4,14 \times 10^{-15}} \approx 10^{15} \text{Hz}$$

$$\lambda_c = \frac{c}{f_c}$$

$$\lambda_c = \frac{hc}{W} = \frac{1240\text{eV}.\text{nm}}{4,08\text{eV}} \approx 300\text{nm}$$

# Exemplo 4 – Efeito Fotoelétrico

---

O trabalho de extração (energia mínima para extrair um eletrão da superfície) do sódio metálico é 2,3 eV. Suponha que se faz incidir um feixe luminoso sobre sódio metálico.

- a) Qual a frequência mínima da radiação incidente para que ocorra emissão de eletrões por efeito fotoelétrico? Qual o comprimento de onda correspondente?
- b) Qual a energia (cinética) dum eletrão libertado por radiação incidente de comprimento de onda 200 nm?
- c) Qual a diferença de potencial elétrico que é necessário aplicar para parar os eletrões emitidos nas condições da alínea anterior?

# Exemplo 4 – Efeito Fotoeléctrico

---

O trabalho de extração (energia mínima para extrair um eletrão da superfície) do sódio metálico é 2,3 eV. Suponha que se faz incidir um feixe luminoso sobre sódio metálico.

- a) Qual a frequência mínima da radiação incidente para que ocorra emissão de eletrões por efeito fotoelétrico? Qual o comprimento de onda correspondente?  $f_{min}=5,55\times10^{14}\text{Hz}$ ;  $\lambda_{max}=5,40\times10^{-7}\text{m}$ ;
  - b) Qual a energia (cinética) dum eletrão libertado por radiação incidente de comprimento de onda 200 nm?  $0 \leq E_c \leq 3,91\text{ eV}$ ;
  - c) Qual a diferença de potencial elétrico que é necessário aplicar para parar os eletrões emitidos nas condições da alínea anterior?  $V_p=3,91\text{ V}$
-

# Exemplo 5 – Efeito Fotoelétrico

---

Qual o potencial de paragem dos eletrões se irradiarmos uma placa de alumínio com um laser de  $\lambda = 200 \text{ nm}$ ?

# Exemplo 5 – Efeito Fotoelétrico

---

Qual o potencial de paragem dos eletrões se irradiarmos uma placa de alumínio com um laser de  $\lambda = 200 \text{ nm}$ ?

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} - W = \frac{1240 \text{ eV nm}}{200 \text{ nm}} - 4,08 \text{ eV} = 2,12 \text{ eV}$$

$$V_p = \frac{E_c}{e} = \frac{2,12 \text{ eV}}{e} = 2,12 \text{ V}$$

# Exemplo 6 – Efeito Fotoeléctrico

---

Qual o potencial de paragem dos electrões se irradiarmos uma placa de alumínio com um laser de  $\lambda = 400\text{ nm}$ ?

# Exemplo 6 – Efeito Fotoeléctrico

---

Qual o potencial de paragem dos electrões se irradiarmos uma placa de alumínio com um laser de  $\lambda = 400\text{ nm}$ ?

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} - W = \frac{1240eV\text{ nm}}{400\text{ nm}} - 4,08eV = -0,98eV < 0$$

Não há emissão de electrões!

# Fotão = quantum de energia

---

Até agora o fotão aparece como um “pacote” de energia,  $E = h f$

Que outras características podemos atribuir-lhes?

De acordo com a relatividade, sendo  $m=0$ , vem

$$E = p c$$

Então o fotão deve ter momento linear!

$$p c = h f$$

$$p = \frac{h f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

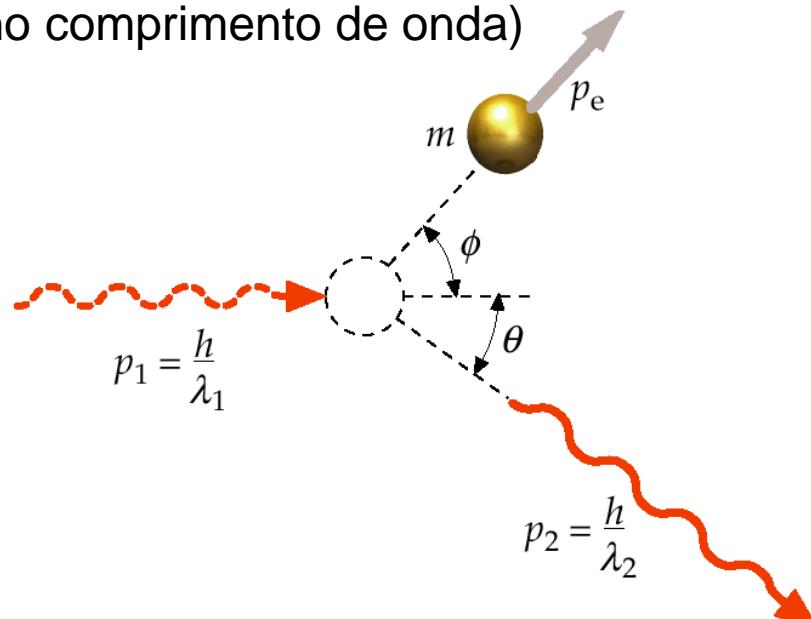
Como detetar este momento linear?

---

# Difusão de Compton

Prova convincente da natureza corpuscular da luz

Bombarde grafite com Raios X  
(luz de pequeno comprimento de onda)



**Arthur Compton  
(1892-1962)**

Mediu  $\lambda_2$  em função de  $\theta$ .

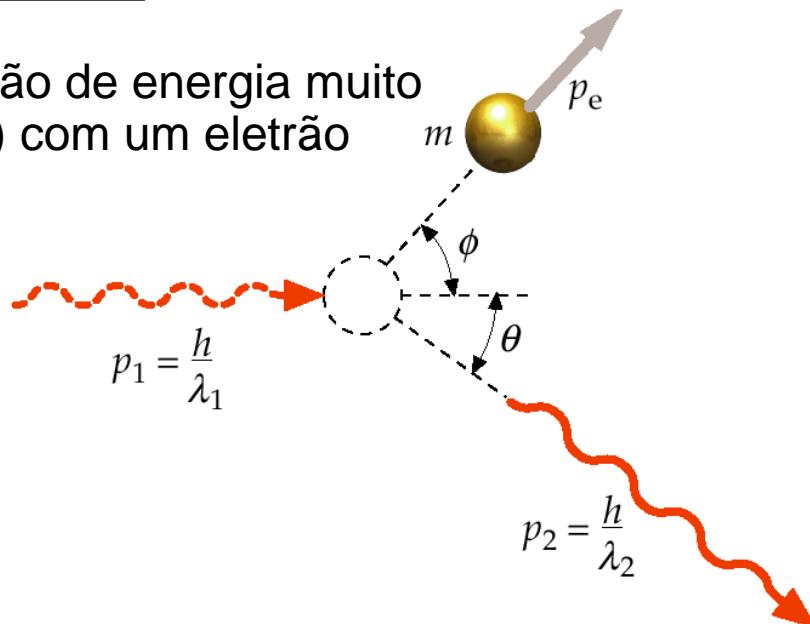
Por ajuste, as medidas experimentais obedecem a

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 0,0024 (1 - \cos \theta) \text{ nm}$$

# Difusão de Compton

Prova convincente da natureza corpuscular da luz

Colisão de um fotão de energia muito elevada (Raios X) com um eletrão num metal



**Arthur Compton  
(1892-1962)**

$$\vec{P}_{fotãoincidente} + \vec{0} = \vec{P}_{fotāodifundido} + \vec{P}_{electrão}$$

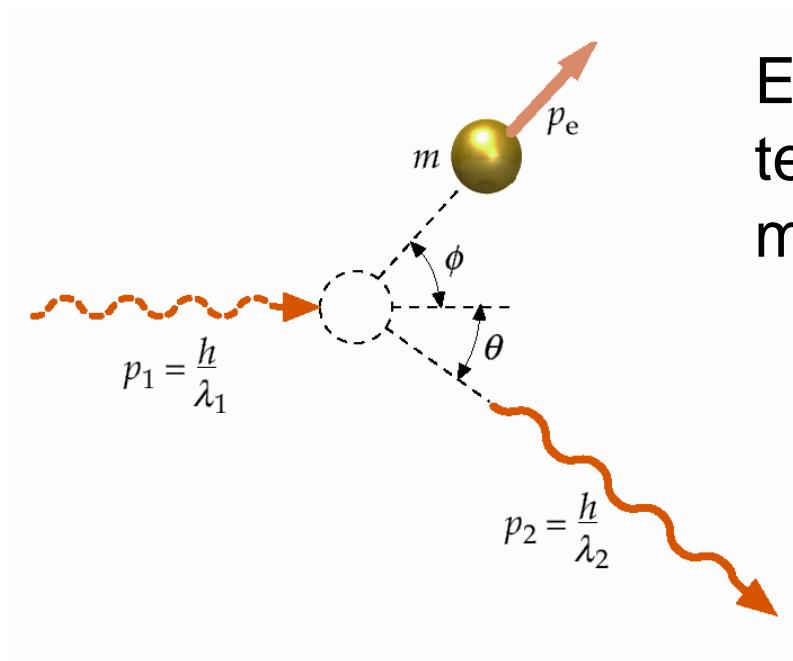
Leis de Conservação aplicáveis

# Difusão de Compton

Fotão tem momento,  $p_1$ , e comprimento de onda  $\lambda_1$

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$$



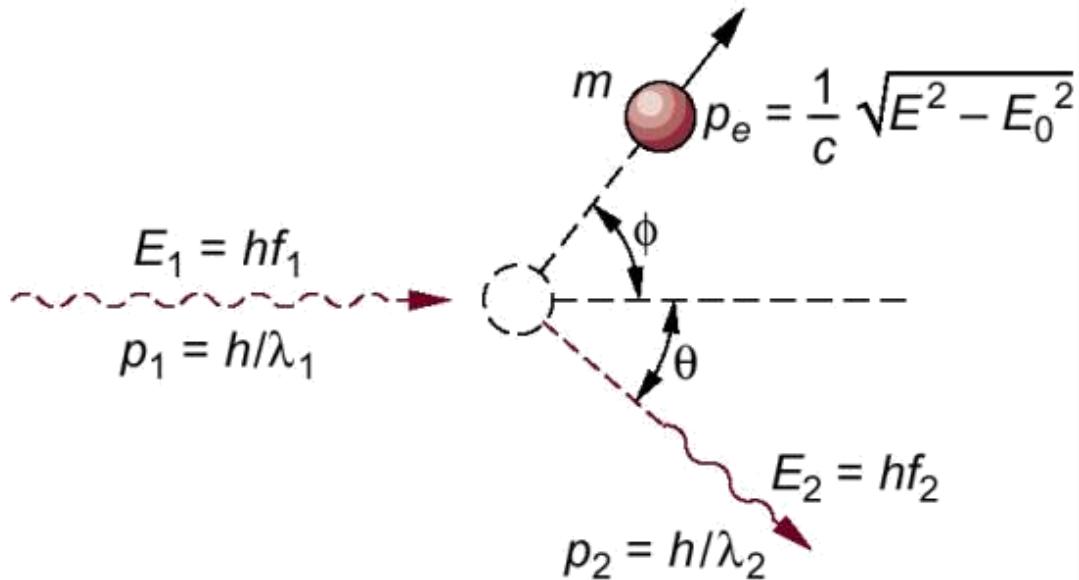
Electrão de recuo terá algum momento e  $E_c$

Fotão difundido tem momento  $p_2$  e comprimento de onda  $\lambda_2$

# Efeito Compton

---

fotão tem energia  $E = hf$  e momento  $p = E/c$  e o electrão satisfaz equação relativística  $E^2 = E_0^2 + (pc)^2$



# Efeito Compton

Conservação da energia

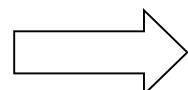
$$\frac{hc}{\lambda_1} + mc^2 = \frac{hc}{\lambda_2} + \gamma mc^2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Conservação do momento

$$\frac{h}{\lambda_1} = \frac{h}{\lambda_2} \cos \theta + \gamma mv \cos \phi$$

$$0 = -\frac{h}{\lambda_2} \sin \theta + \gamma mv \sin \phi$$



$$\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_c (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda_c = \frac{h}{mc} = 2.43 \text{ pm} \quad \lambda_c \text{- comprimento de onda de Compton}$$

# Exemplo – Efeito Compton

---

Qual é o comprimento de onda dos raios X de 0.2 nm rectro-difundidos dum alvo?

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta) = 2\lambda_c = 4.86\text{pm}$$

De notar que a variação  $\Delta\lambda$  do comprimento de onda não depende do comprimento de onda incidente

$$\lambda_2 = \lambda_1 + 2\lambda_c = 205\text{pm}$$

# Ondas de *de Broglie*

Fotão com energia E, frequência f, momento p e comprimento de onda  $\lambda$

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

A relação momento - comprimento de onda foi deduzida para fotões mas *de Broglie* postulou a validade desta expressão para qualquer objecto com momento: electrão, núcleo, átomo, bola,.....



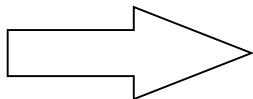
$$p = \frac{h}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$$

Louis de Broglie  
(1892-1987)

# Ondas de *de Broglie*

---

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{gmv}$$



Fenómenos ondulatórios como a interferência e difração devem ser observados para partículas materiais!!

# Experiência de Davisson-Germer

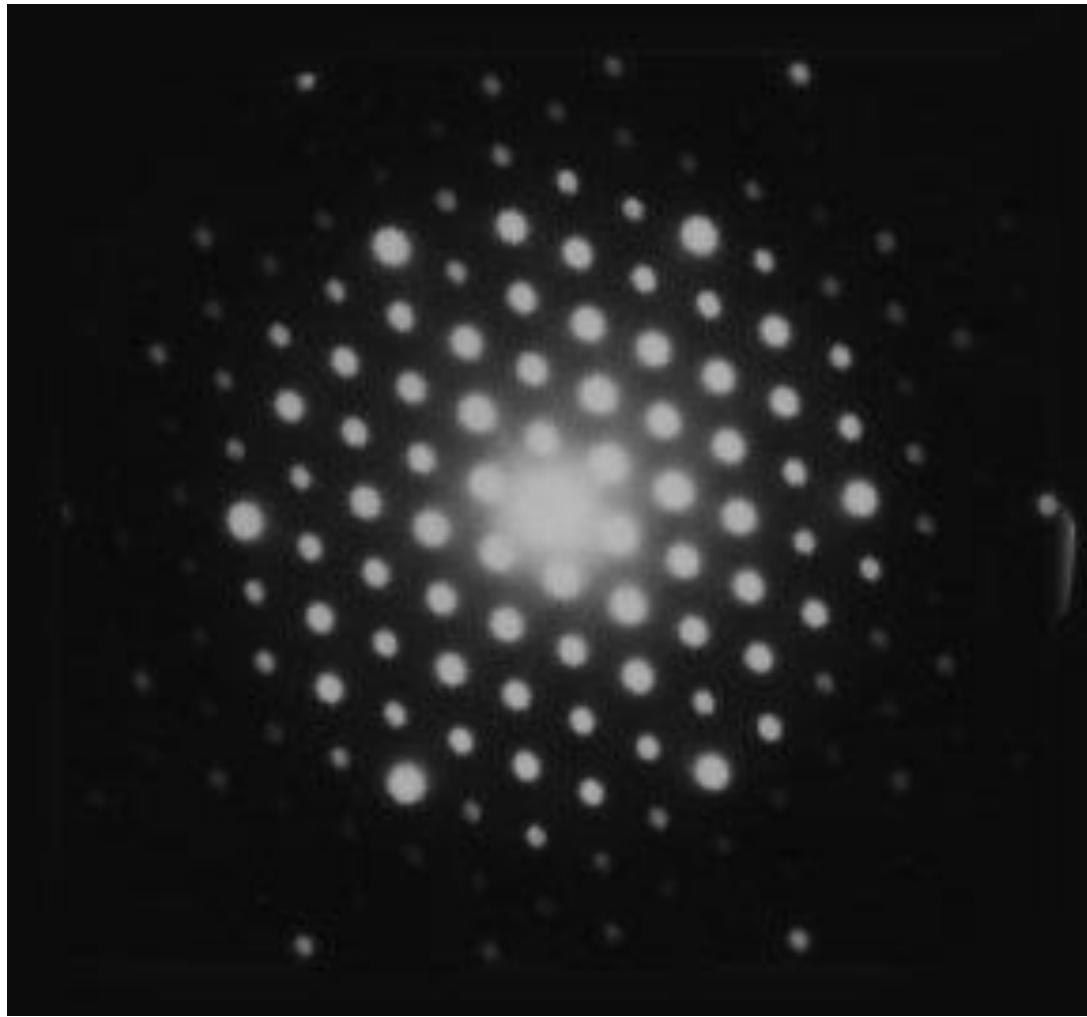
---

## Natureza ondulatória do eletrão (experiência)

- Eletrões difundidos por um cristal de níquel
- Produz um padrão de difração igual ao obtido com raios X (Difração de Bragg)
- Confirmada fórmula para o comprimento de onda dos eletrões
- Também no microscópio eletrónico de transmissão (TEM) da U.A.

# Experiência de Davisson-Germer

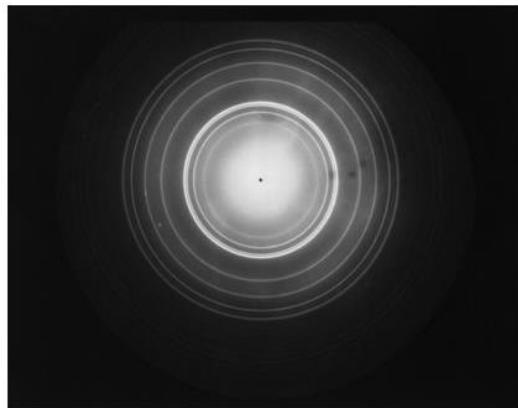
---



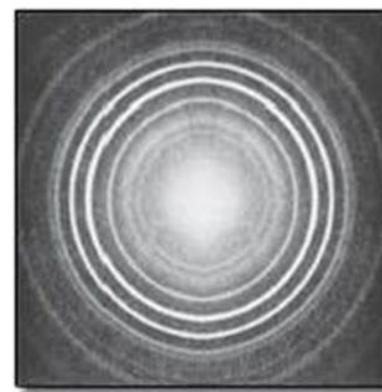
# Experiência de Thomson

---

Em 1927, G. P. Thomson, filho de JJ Thomson, comunicou que um feixe de eletrões de energia elevada foi difratado por uma lâmina.



electron diffraction pattern



X-ray diffraction pattern

Thomson encontrou padrões semelhantes com os criados por raios X quando estes atravessam amostras policristalinas.

# Experiência de Davisson-Germer

(a)



(b)



(c)



(d)



Electron interference pattern produced by electrons incident on a barrier containing two slits: (a) 10 electrons; (b) 100 electrons; (c) 3,000 electrons; (d) 70,000 electrons. The maxima and minima demonstrate the wave nature of the electron as it traverses the slits. Individual dots on the screen indicate the particle nature of the electron as it exchanges energy with the detector. The pattern is the same whether electrons or photons (particles of light) are used.

<http://www.quantum-physics.polytechnique.fr/en/pages/p0100.html>

# Exercício 1

---

Qual é o comprimento de onda de um eletrão que viaja com  $v = 0.1 c$ ?

# Exercício 1

---

Qual é o comprimento de onda de um electrão que viaja com  $v = 0.1 c$  ?

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(3 \times 10^7 \text{ m/s})}$$

$$\lambda = 2.43 \times 10^{-11} \text{ m}$$

0.0243 nm é um comprimento de onda da zona do espectro dos raios X

# Exercício 2

---

E um electrão com energia cinética de 1eV?

# Exercício 2

E um electrão com energia cinética de 1eV?

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E_c = \frac{p^2}{2m}$$
$$p = mv \quad \triangleright p = \sqrt{2m(E_c)}$$

Fotão com energia  $E=1\text{eV}$ :

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E}$$
$$= \frac{1240 \text{ eV nm}}{1 \text{ eV}} = 1240 \text{ nm}$$

**Grande diferença!**

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(E_c)}}$$
$$= \frac{hc}{\sqrt{2mc^2(E_c)}}$$
$$= \frac{1240 \text{ eV nm}}{\sqrt{2(511,000 \text{ eV})(1 \text{ eV})}}$$

$\lambda = 1.23 \text{ nm}$  para um electrão com 1eV

# Exercício 3

---

Qual é o comprimento de onda de uma bola, de massa 150 g, atirada a 45 m/s?

# Exercício 3

---

Qual é o comprimento de onda de uma bola, de massa 150 g, atirada a 45 m/s?

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})}{(0.15 \text{ kg})(45 \text{ m/s})} \approx 10^{-34} \text{ m}$$

Com este pequeno comprimento de onda não serão observados efeitos ondulatórios.

# Luz - Partícula ou Onda?

---

Por vezes uma onda (interacção consigo própria)

- difracção e interferência

Por vezes uma partícula (interacção com a matéria)

- Efeitos Fotoeléctrico & Compton

**Luz tem dupla natureza**

- as descrições ondulatória e corpuscular são **complementares**

# Electrão - Partícula ou Onda?

---

Por vezes uma onda

- difração e interferência

Por vezes uma partícula

- Efeitos Fotoeléctrico & Compton

**Electrão tem dupla natureza**

- as descrições ondulatória e corpuscular são **complementares**

# Átomos – Modelos – Exp. Rutherford 1

## Experiência de Rutherford (1911)

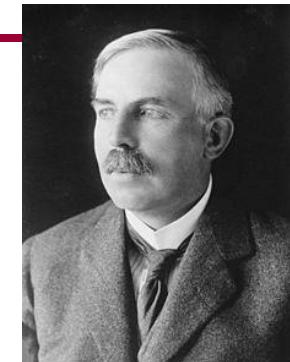
Colisões de partículas alfa (núcleos de He) com uma folha de ouro metálica

Massa =  $6.65 \times 10^{-27}$  kg (4 superior massa de hidrogénio)

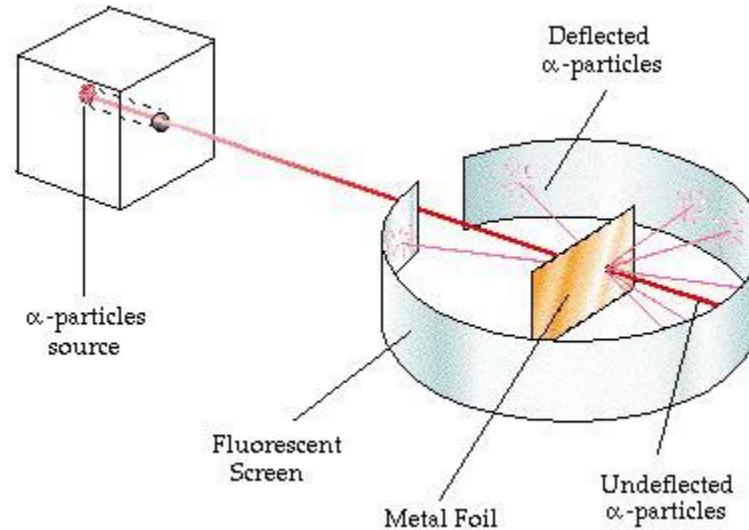
Carga elétrica positiva =  $2e$

Velocidade =  $1.6 \times 10^7$  m/s

Energia =  $8.5 \times 10^{-13}$  J =  $5.3 \times 10^6$  eV



1871-1937

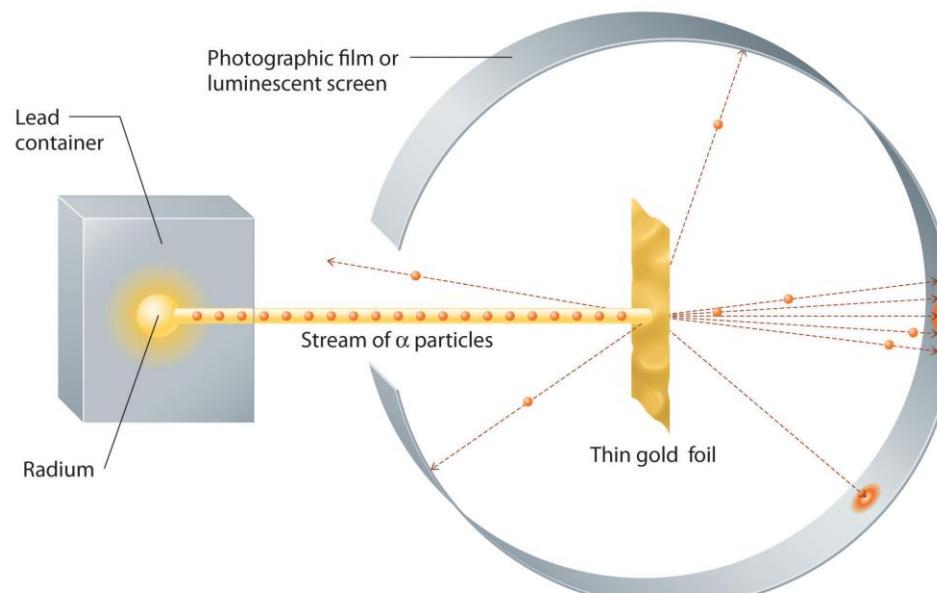


# Átomos – Exp. Rutherford

Colisões de partículas alfa (núcleos de He) com uma folha de ouro metálicos

Resultado:

algunas partículas alfa voltam para trás



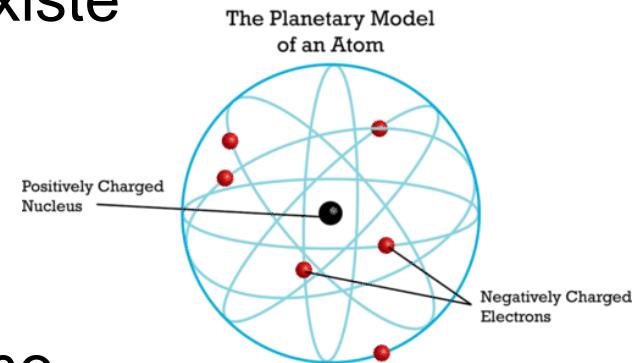
(a) Rutherford's experiment

# Modelo de Rutherford do átomo

---

A experiência de Rutherford mostra que existe  
Um núcleo

- muito pequeno
- de carga positiva
- de massa quase igual à do próprio átomo.



Os eletrões, de carga elétrica negativa, neutralizam eletricamente o átomo, e devido à sua massa ser muito mais pequena do que a do átomo, devem ‘orbitar’ à volta do núcleo, atraídos pela sua carga elétrica positiva.

# Modelo de Bohr do átomo de hidrogélio

Modelo de Bohr:

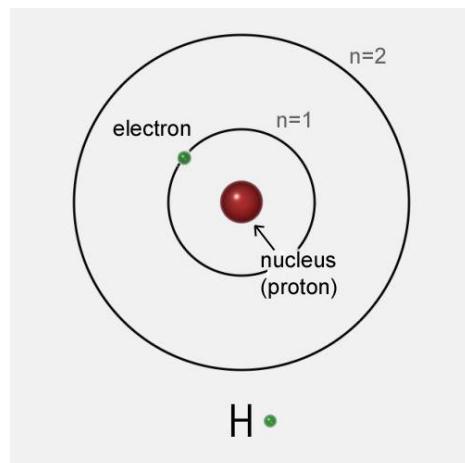
Modelo de Rutherford + postulado quântico.

Postulado 1: O eletrão encontra-se em alguma das órbitas circulares, de raio  $r$ , de momento angular quantificado

$$l = rm\nu = n \frac{h}{2\pi}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



Niels Bohr  
(1885-1962)



# Modelo de Bohr do átomo de hidrogénio (1913)

O electrão move-se em órbitas circulares à volta do núcleo de carga positiva

**Postulado 1:** Quantificação do momento angular

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = rmv\hat{l} = n\hbar\hat{l}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Aplicando,  $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$  temos: Quantidades quantizadas

$$v = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{n\hbar}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$r = n^2 a_0, \quad a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0,5290 \times 10^{10} \text{m}, \quad \text{raio de Bohr}$$

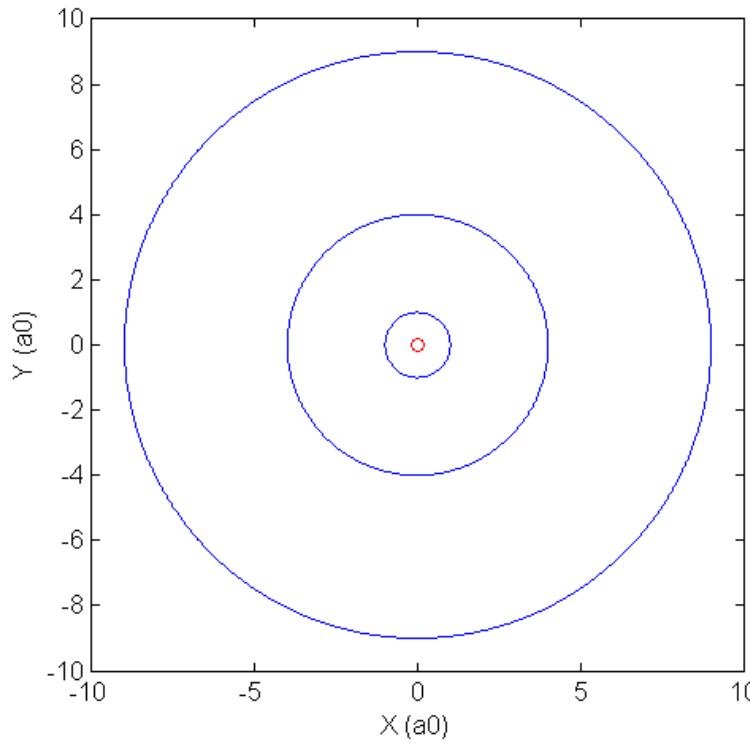
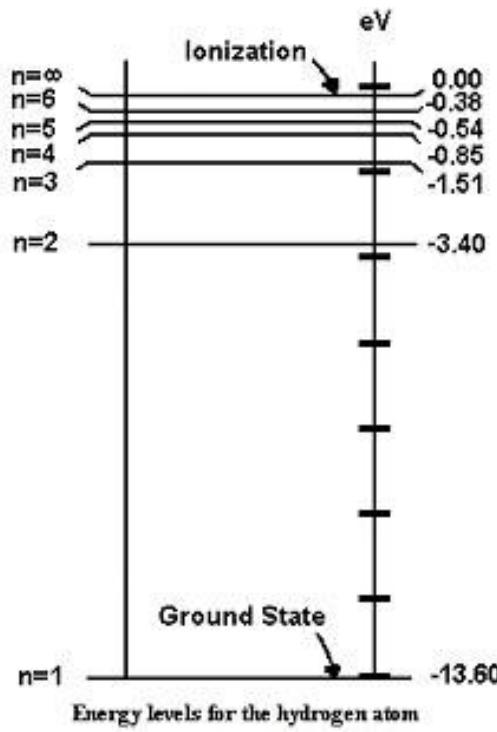
E a energia total  $E = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$

$$E = -R_\infty \frac{hc}{n^2} \quad R_\infty = \left[ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \right]^2 \frac{2\pi^2 me^4}{h^3 c}$$

O eletrão move-se somente em certas órbitas “privilegiadas” ( $r_n$ ), em que cada órbita tem associada uma determinado energia  $E_n$  e momento angular  $n\hbar$  )

# Átomo de Hidrogénio: Modelo de Bohr

Eletrões só podem ter  
 - valores discretos de energia.  
 - energia mínima -13.60 eV



# Átomos – Modelo de Bohr

**Postulado 2:** As órbitas privilegiadas são *estados estacionários* no sentido em que não há ocorrência de radiação desde que o eletrão permaneça numa delas.

Estabilidade do átomo.

Estado estacionário com energia mínima -13.6 eV

Energia necessária para extrair um eletrão do átomo:

Energia de ionização 13.6 eV

concorda com o valor molar experimental obtido por calor de reação química  $13,6 \text{ eV} \times N_A = 22,4 \text{ kcal/mol}$

# Átomos – Modelo de Bohr

Postulado 3: um electrão num estado estacionário de grande energia (estado excitado), passa espontaneamente para um estado estacionário de energia mais baixa

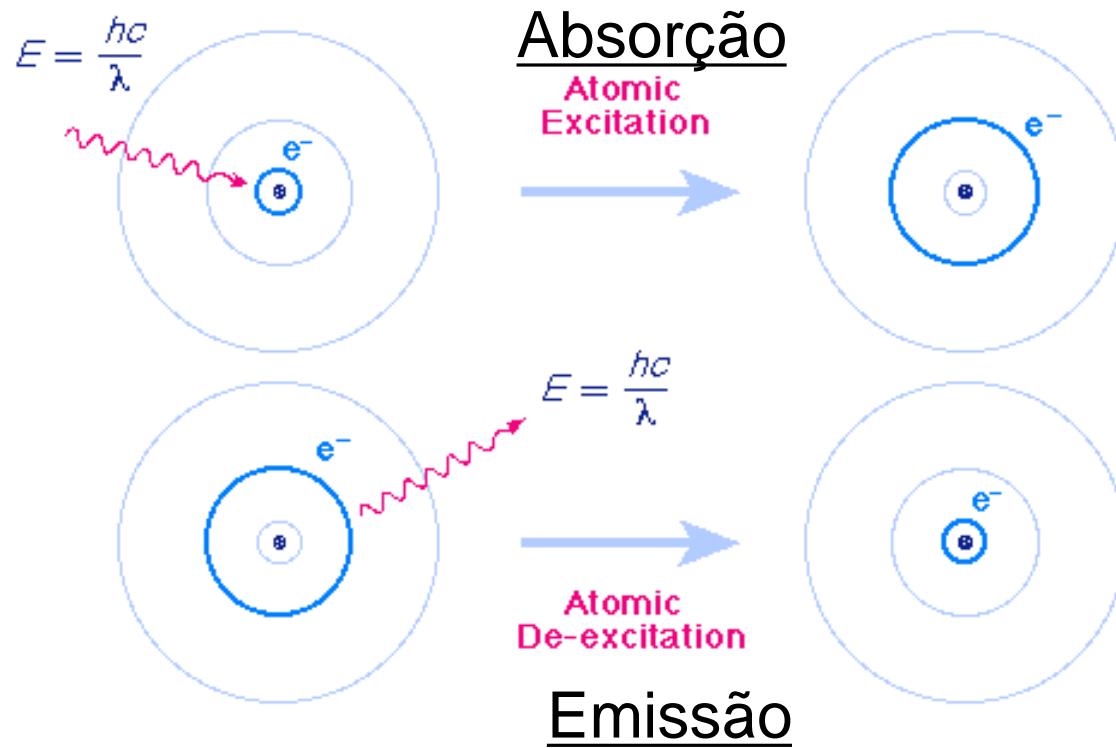
Postulado 4: a energia libertada quando um electrão passa de um estado excitado para um menos excitado contribuí para uma riscada espectral (de emissão) de frequência definida,  $f$ , dada pela *regra de frequência*

$$f = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

em que  $E_2$  e  $E_1$  são as energia dos estados inicial e final, respetivamente.

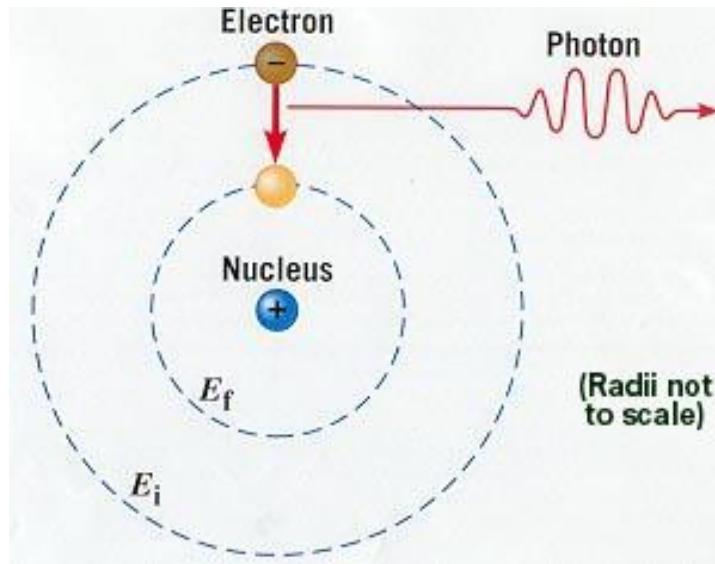
Este mecanismo, em que há conservação de energia, relaciona diretamente o modelo de Bohr com os espetros atómicos.

# Átomos – Modelo de Bohr



# Átomos – Modelo de Bohr

## EMISSÃO de um fotão: $n_i \rightarrow n_f$



$$\begin{aligned} E &= \left( -R \frac{ch}{n_i^2} \right) - \left( -R \frac{ch}{n_f^2} \right) \\ &= R c h \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad E = h f = h c \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad R = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{2\pi^2 me^4}{h^3 c}$$

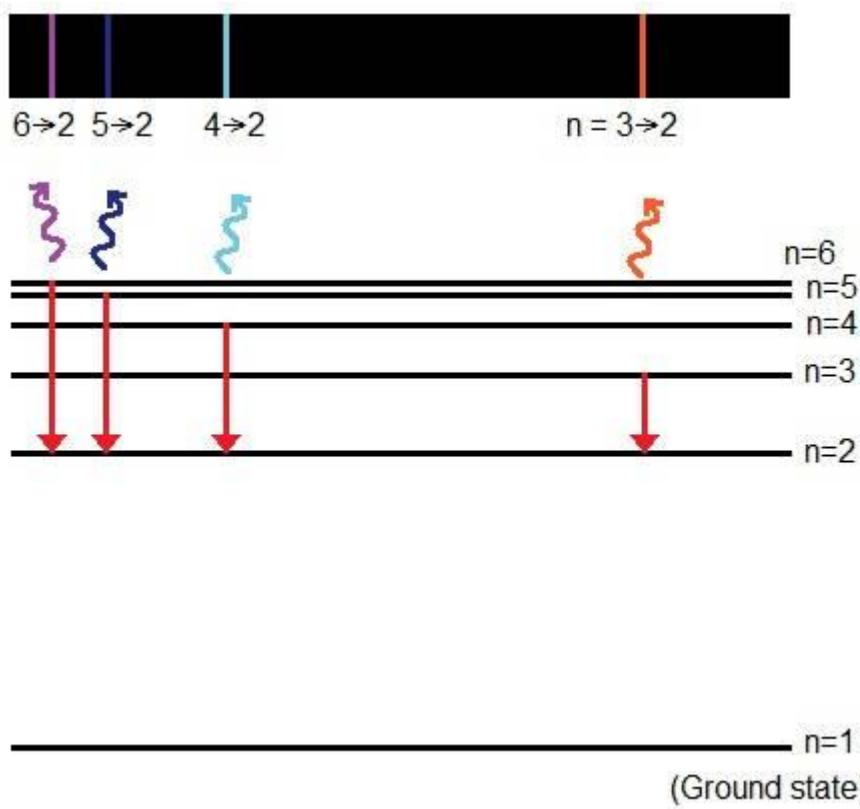
Séries de riscas, incluindo a de Balmer

Determinação teórica (sem realizar experiência)

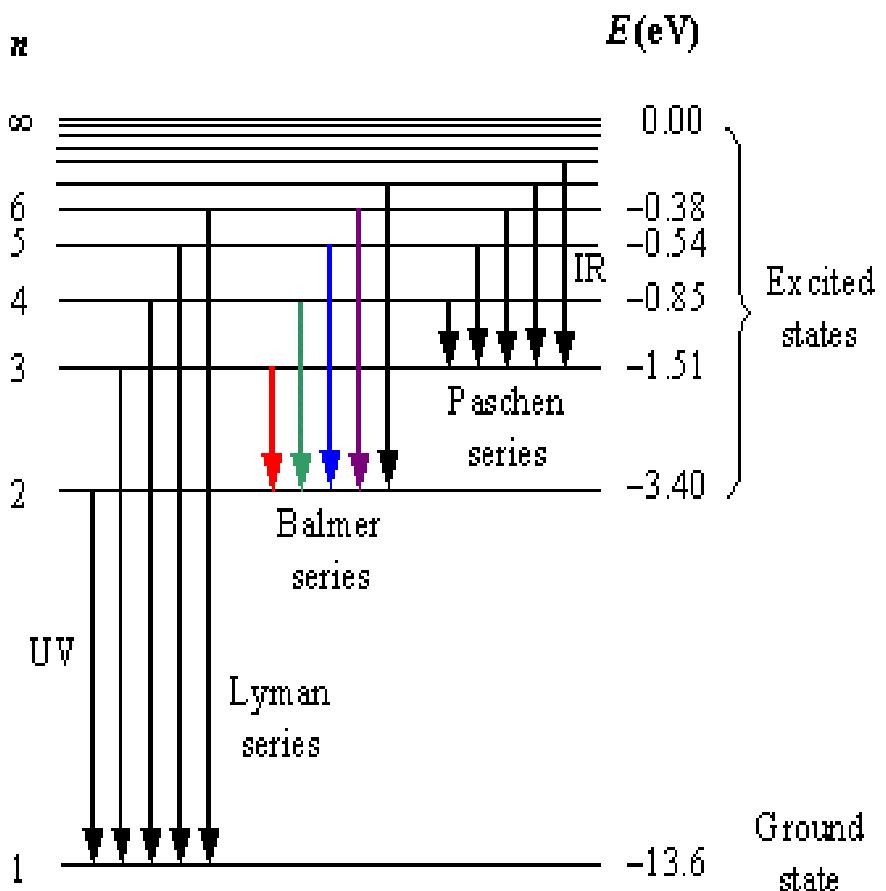
da constante de Ryberg  $R=R_H$

# Transições eletrónicas entre níveis de energia

---

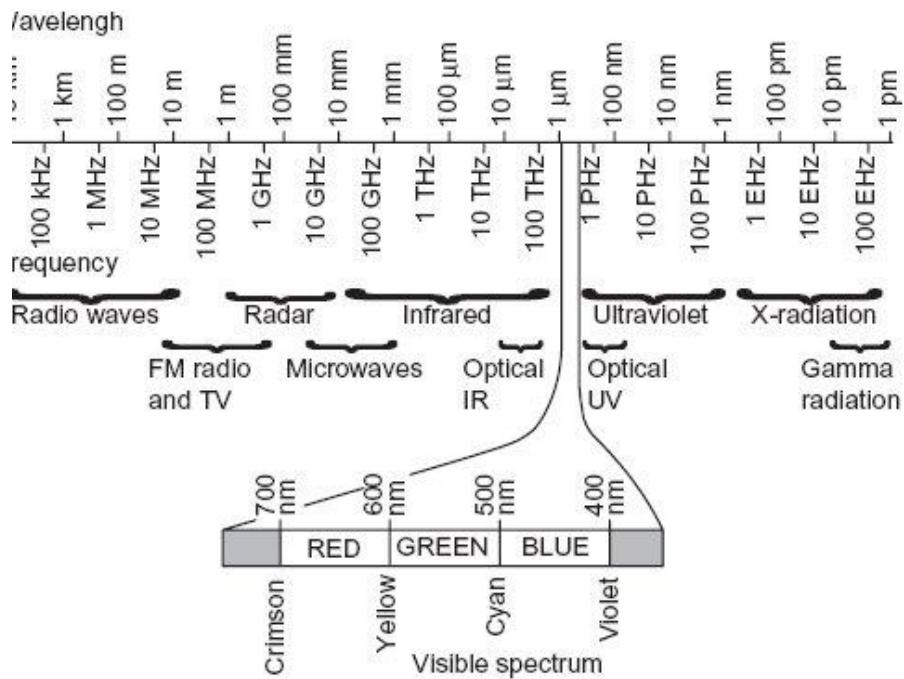


# Transições eletrónicas entre níveis de energia



Energy levels of the hydrogen atom with some of the transitions between them that give rise to the spectral lines indicated.

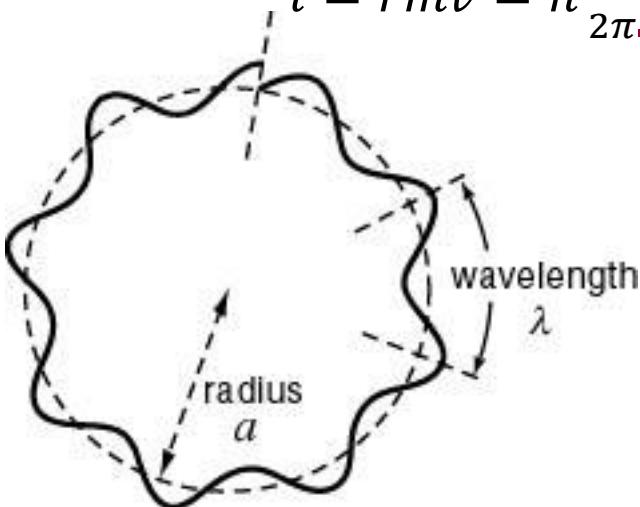
## Espetro eletromagnético



# De Broglie: Explica quantização do momento angular de Bohr

$$l = rmv = n \frac{h}{2\pi}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

---



Comprimento de Onda do Electrão:

$$\lambda_{\text{matéria}} = h/p_{\text{matéria}}$$

## Interferência Construtiva

$$2\pi r = n \lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Usando o comprimento de onda de de Broglie e a condição de interferência constructiva temos

$$2\pi r = n \lambda \Leftrightarrow 2\pi r = n \frac{h}{p}$$

$$r p = n \frac{h}{2\pi} \Leftrightarrow l = n \frac{h}{2\pi}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

a regra de quantificação de Bohr do momento angular

---

# Exercício - Raio de Bohr

---

Se um electrão no átomo de hidrogénio fosse 200 vezes mais pesado (um muão), o raio de Bohr seria:

- 1) Maior
- 2) Igual
- 3) Menor

$$\text{Raio de Bohr} = \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{mke^2}$$

m indica a massa do electrão e não a massa do protão!

# Átomo de Hidrogénio

---

$$E_n = -\frac{E_o}{n^2}$$

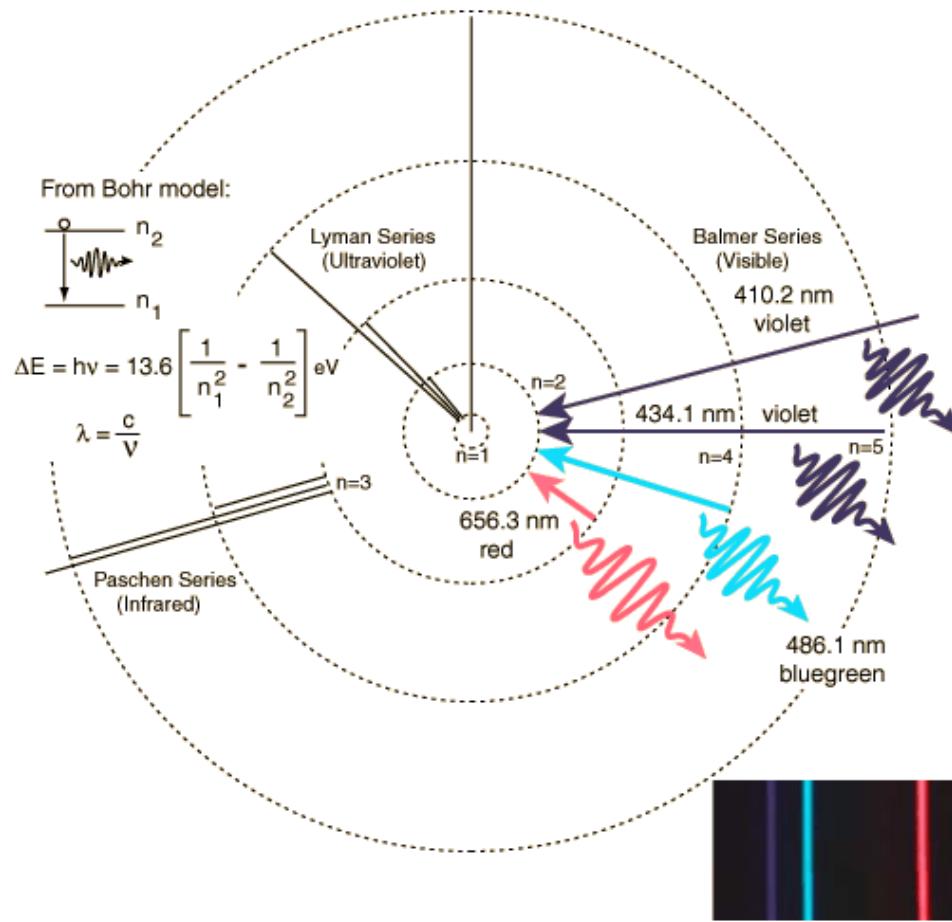
$$E_o = \frac{ke^2}{2a_o} = 13.6 \text{ eV}$$

Energia de Ionização  
( $n=+\infty$ )

$$hf = E_i - E_f = E_o \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Energia da radiação emitida ou absorvida quando o electrão transita entre os níveis  $n_f$  e  $n_i$

# Átomo de Hidrogénio



# Átomo de Hidrogénio

$$hf = 13.6 \text{ eV} \quad \lambda = 91.2 \text{ nm}$$

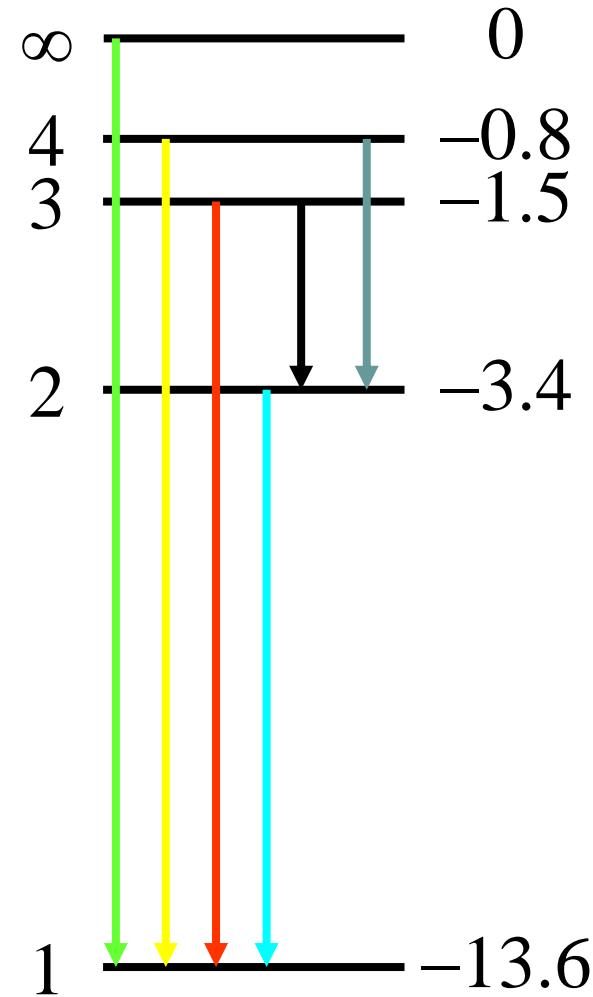
$$hf = 12.8 \text{ eV} \quad \lambda = 97.3 \text{ nm}$$

$$hf = 12.1 \text{ eV} \quad \lambda = 102 \text{ nm}$$

$$hf = 10.2 \text{ eV} \quad \lambda = 122 \text{ nm}$$

$$hf = 1.89 \text{ eV} \quad \lambda = 656 \text{ nm}$$

$$hf = 2.55 \text{ eV} \quad \lambda = 486 \text{ nm}$$



# Exercício - Átomo de Hidrogénio

---

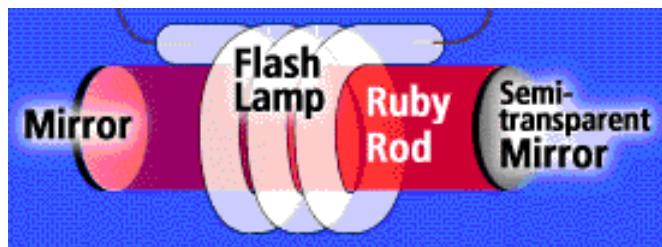
Calcule o comprimento de onda da radiação emitida quando um electrão livre é capturado diretamente para o nível  $n=2$ .

$$hf = 13,6\text{eV} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = 13,6\text{eV} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) = 3,4\text{eV}$$

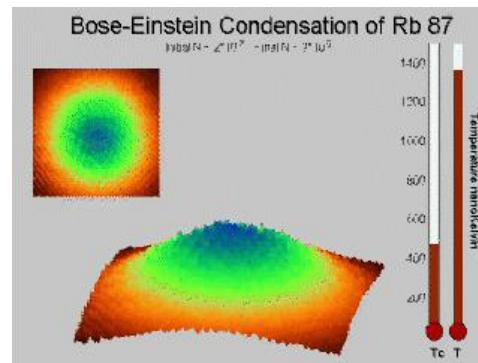
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{hf} = \frac{1240\text{eV nm}}{3,4\text{eV}} = 364,7\text{ nm}$$

# Exemplos de fenômenos quânticos

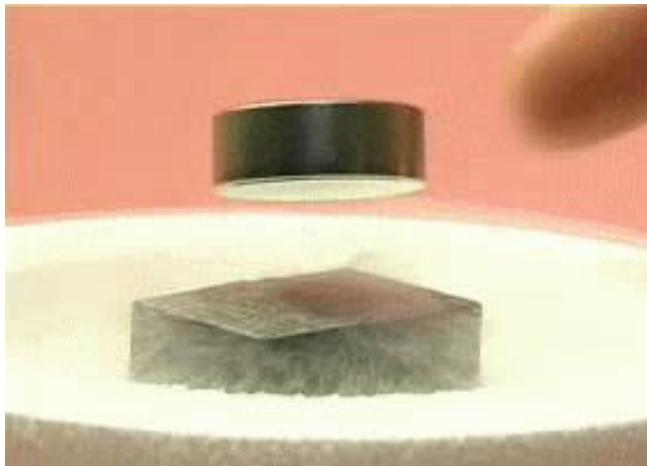
## Laser



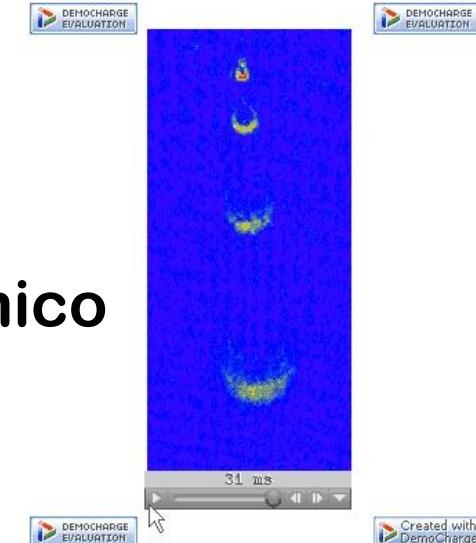
## BEC



## Supercondutividade



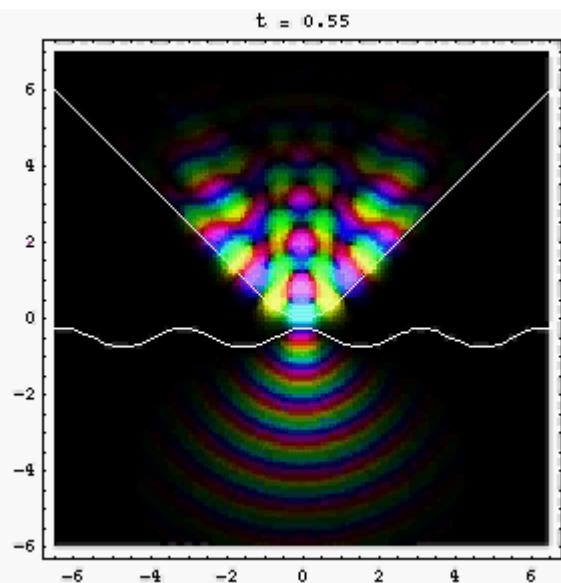
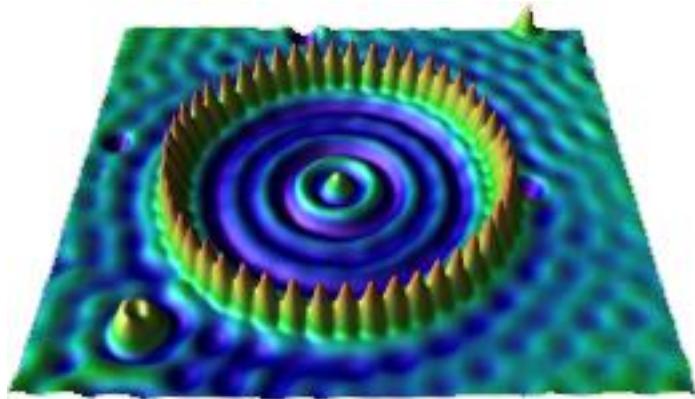
## Laser atómico



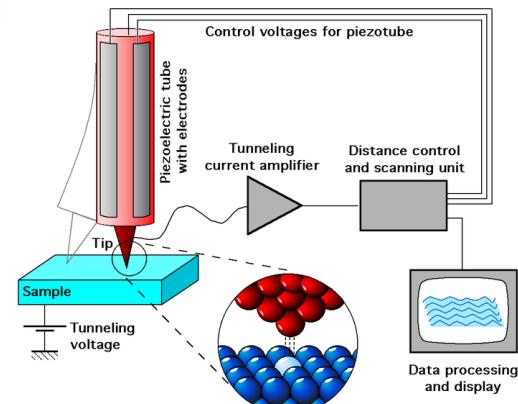
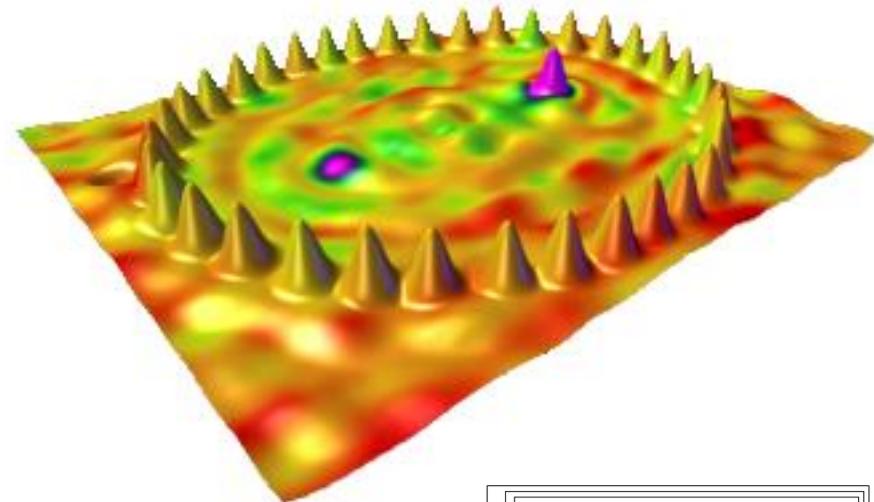
# Exemplos de fenômenos quânticos

## Microscopia efeito túnel

Curral Quântico



Miragem Quântica



# Equação de onda da matéria

---

Se a matéria possui propriedades ondulatórias,

Qual a equação de onda?

# Equação de onda da matéria

---

Um maneira é substituir na expressão da energia de um sistema (de partículas), as variáveis energia e momento linear

$$E \rightarrow \hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

$$p_x \rightarrow \hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

por operadores diferenciais.

# Equação de Schrödinger: Átomo de hidrogénio

---

## Átomo de hidrogénio: Sistema protão-eletrão

Considerando o protão fixo, a energia total é

$$E = E_c + E_p$$

Ou

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

A equação de Schrodinger dependente do tempo a 3 dimensões para este sistema é

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, y, z, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi(x, y, z, t) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \psi(x, y, z, t)$$

Solução : função de onda

As energias possíveis do eletrão são as mesmas que Bohr obteve.

---