

## Tratamento dos dados experimentais usando Excel

Para ver como se pode usar uma folha Excel para analisar os dados experimentais vai-se utilizar como exemplo o trabalho do Pêndulo Simples. A equação que descreve a relação entre o período de oscilação do pêndulo ( $T$ ) e o comprimento do pêndulo ( $L$ ) é:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Como se pode verificar, a relação entre  $T$  e  $L$  não é linear, pelo que é necessário linearizá-la para prosseguir a análise de dados. Um exemplo desta linearização pode ser:

$$T^2 \rightarrow Y; L \rightarrow X; m \rightarrow \frac{4\pi^2}{g}; b \rightarrow 0$$

Realizou-se a experiência para obter os valores de  $L$  (medido em m) e de  $T$  (medido em s) e introduziram-se as medidas nas duas primeiras colunas da folha Excel.

	A	B
1	T/s	L/m
2	0.021	0.01
3	0.283557	0.02
4	0.36	0.03
5	0.40101	0.04
6	0.47	0.05
7	0.491135	0.06
8	0.530486	0.07
9	0.55	0.08
10	0.601515	0.09
11	0.62	0.1

Os valores que constam na coluna A da tabela acima, poderão estar incorretos devido à configuração padrão do Excel que define o número de casas decimais apresentadas na coluna/célula. **É necessário ajustar em cada célula o número de casas decimais de forma a manter o número de algarismos significativos correctos.** Assim, não deve esquecer-se nunca de definir esse número para todos os dados.

	A	B	C
1	T/s (calculado)	T/s (valores significativos)	L/m
2	0.021	0.02	0.01
3	0.283557	0.28	0.02
4	0.36	0.36	0.03
5	0.40101	0.40	0.04
6	0.47	0.47	0.05
7	0.491135	0.49	0.06
8	0.530486	0.53	0.07
9	0.55	0.55	0.08
10	0.601515	0.60	0.09
11	0.62	0.62	0.10

De seguida temos de determinar os valores de  $X$  e  $Y$  de acordo com a linearização. Para tal copia-se para o primeiro valor de  $X$  o primeiro valor de  $L$ . Para o primeiro valor de  $Y$  insere-se a equação, como se mostra nas figuras seguintes.

B	C	D	E
T/s (valores significativos)	L/m		X
0.02	0.01		=C2
0.28	0.02		

B	C	D	E	F
T/s (valores significativos)	L/m		X	Y
0.02	0.01		0.01	=B2^2
0.28	0.02			

Agora repete-se esta atribuição de valores para todas as células das colunas:

Primeiro seleccionam-se as 2 primeiras células e faz-se “copy” (CTRL-C)”

B	C	D	E	F
T/s (valores significativos)	L/m		X	Y
0.02	0.01		0.01	0.00
0.28	0.02			
0.36	0.03			

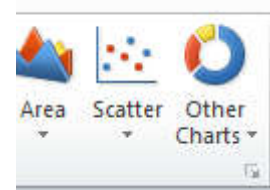
De seguida seleccionam-se todas as células e carrega-se em “enter” ou faz-se “paste” (colar em português) carregando em CTRL-V.

B	C	D	E	F
T/s (valores significativos)	L/m		X	Y
0.02	0.01		0.01	0.00
0.28	0.02			
0.36	0.03			
0.40	0.04			
0.47	0.05			
0.49	0.06			
0.53	0.07			
0.55	0.08			
0.60	0.09			
0.62	0.10			

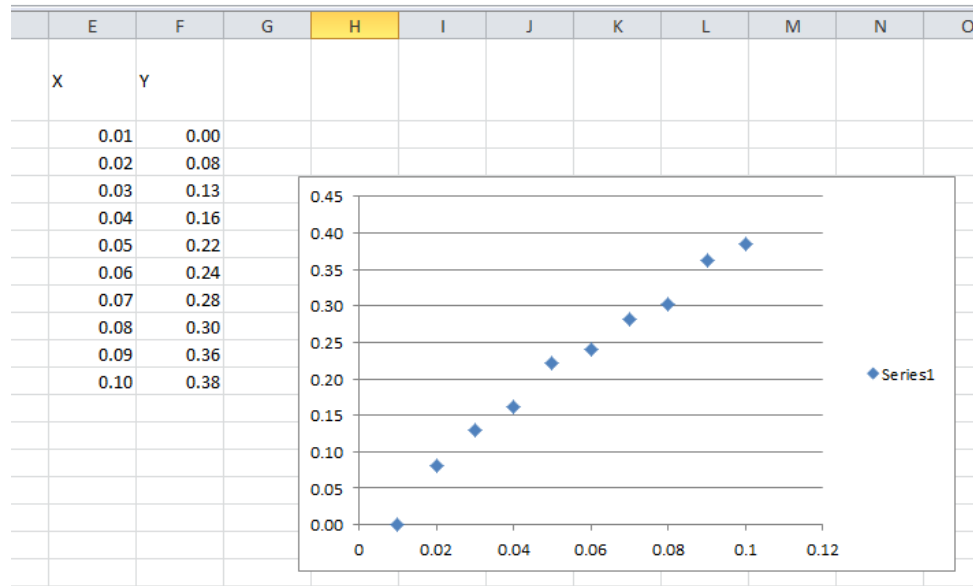
O resultado deverá ficar parecido com a figura ao lado:

B	C	D	E	F
T/s (valores significativos)	L/m		X	Y
0.02	0.01		0.01	0.00
0.28	0.02		0.02	0.08
0.36	0.03		0.03	0.13
0.40	0.04		0.04	0.16
0.47	0.05		0.05	0.22
0.49	0.06		0.06	0.24
0.53	0.07		0.07	0.28
0.55	0.08		0.08	0.30
0.60	0.09		0.09	0.36
0.62	0.10		0.1	0.38

Tendo os valores de X e Y determinados, vai-se verificar se de facto existe uma relação linear entre X e Y. Para isso vai-se criar um gráfico. Como as células estão ainda seleccionadas, vai-se ao menu “insert:chart” e escolhe-se o tipo de gráfico “scatter” (em português *inserir:gráfico:dispersão*):



O resultado é o seguinte:



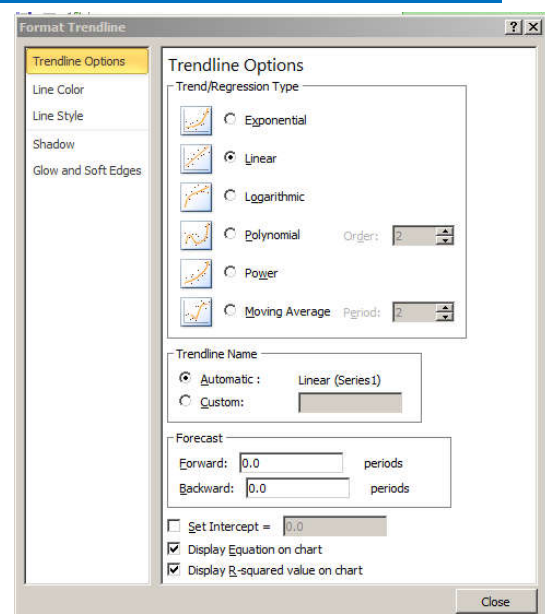
Verifica-se que os pontos parecem estar alinhados segundo uma reta. Vai-se então calcular as estimativas dos valores do declive, da ordenada à origem (e respetivas incertezas) e do quadrado do coeficiente de correlação.

O Excel permite obter estes valores de duas maneiras distintas (**tem de realizar as duas**).

### 1) Determinação simplificada dos valores mais prováveis dos parâmetros da reta de ajuste

Colocar o ponteiro do rato em cima de um dos pontos experimentais no gráfico e com o botão direito do rato escolher “*add trendline...*” (adicionar uma linha de tendência...)

No *Office* 2007-2010 a seleção de opções é imediata e feita de acordo com figura enquanto no *Office* 2003 as mesmas opções aparecem no submenu *opções*.

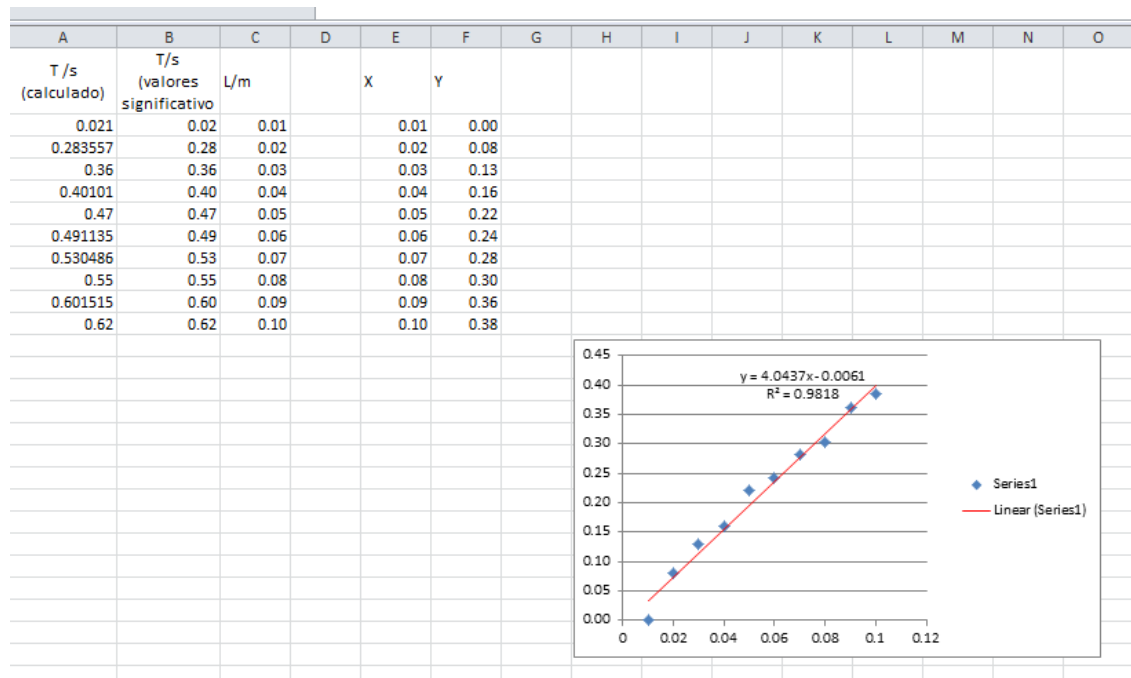


### Notas importantes:

1. é necessário seleccionar as duas opções “*display equation...*” e “*display R-squared...*”

2. nunca seleccionar a opção “*set intercept to...*”

De seguida carregar em “*close*” (*fechar*). Deverá obter-se um gráfico parecido com a figura abaixo:



Portanto, agora tem-se as medidas directas, os valores linearizados (X,Y), um gráfico com a equação da recta e o coeficiente de correlação. Ou seja, todos os dados fornecidos pela calculadora. Mas podem-se obter também as incertezas que afetam os parâmetros da reta.


## 2) Determinação dos valores mais prováveis das grandezas procuradas e respetivas incertezas.

O Excel possui funções para cálculos estatísticos que permitem obter facilmente os valores procurados. Neste caso particular o nome e utilização da função que interessa dependem da língua definida no *Office*. Assim a função que permite realizar uma regressão linear pode tomar as seguintes formas:

Em português: *proj.lin(y,x,verdadeiro,verdadeiro)*

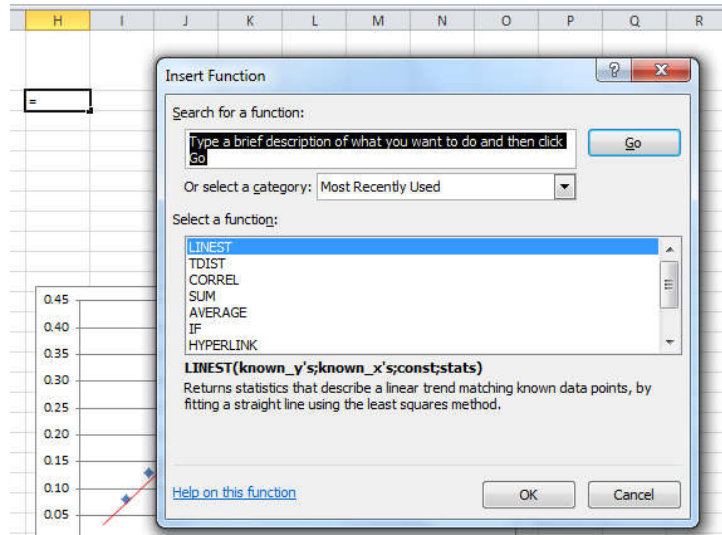
Em inglês: *linest(y,x,true,true)*

No que se segue vai-se usar o exemplo em inglês.

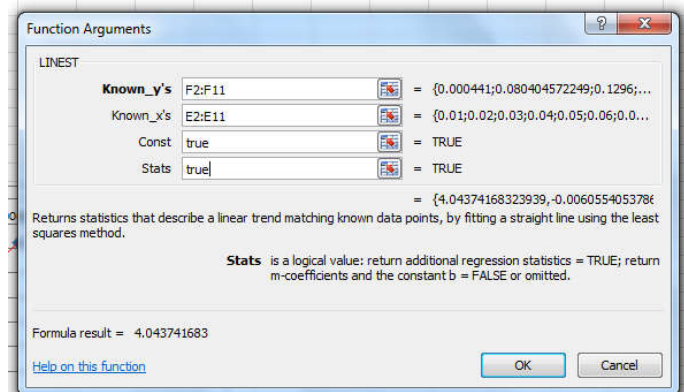
Na folha de cálculo do Excel, selecciona-se uma célula e carrega-se em 

Aparece a janela **ao lado**.

Nesta começa-se a escrever *LINEST* no campo de pesquisa (*Search for a function*) e quando a função pretendida aparecer na lista abaixo, selecciona-se com o rato e carrega-se em *OK*.



Aparecerá, como na figura ao lado, o menu “*function arguments*” onde se tem de inserir os argumentos da função. Para tal tem de se preencher os vários campos, onde “*known\_y's*” e “*known\_x's*” é a identificação da localização na folha de cálculo dos valores definidos para Y e X respetivamente. Nos argumentos “*const*” e “*stats*” é necessário colocar “*true*” (ou “verdadeiro”). De seguida carrega-se em “*OK*”.



Agora, expande-se a seleção para 6 células (3x2), como na figura ao lado.

D	E	F	G	H	I
	X	Y			
	0.01	0.00		4.04374	
	0.02	0.08			
	0.03	0.13			
	0.04	0.16			

De seguida, coloca-se o cursor na linha de comando e carrega-se em “*CTRL+SHIFT*”+ “*ENTER*”. Deverá ficar com as células seleccionadas preenchidas com a informação pretendida, como se mostra na figura ao lado.

fx {=LINEST(F2:F11;E2:E11;TRUE;TRUE)}					
D	E	F	G	H	I
	X	Y			
	0.01	0.00		4.04374	-0.00606
	0.02	0.08		0.19471	0.01208
	0.03	0.13		0.98179	0.01769
	0.04	0.16			

Os valores apresentados nas 6 células correspondem às grandezas procuradas de acordo com a figura seguinte:

$m$	4.043742	-0.00606	$b$
$\Delta m$	0.194707	0.01208	$\Delta b$
$R^2$	0.98179	0.01769	

Depois de analisar os dados (como se tinha feito na calculadora) tem de se deduzir conclusões (a regressão linear é só um instrumento de cálculo): no caso do Pêndulo Simples o objetivo do trabalho era determinar a aceleração da gravidade. Sabendo a expressão do declive, de acordo com a linearização efetuada no início do trabalho, pode-se obter a expressão de “g” em função de “m”, assim como a respetiva precisão:

Estimativa de g: 
$$m = \frac{4\pi^2}{g} \rightarrow g = \frac{4\pi^2}{m}$$

Precisão da estimativa de g: 
$$\frac{g}{g} = \frac{m}{m} = \sqrt{\frac{\frac{1}{R^2} - 1}{n-2}}$$

Vamos voltar à folha de cálculo para obter estes valores e inserir as respetivas equações nas células.

A folha de cálculo tem agora todos os valores necessários. Pode-se escrever que o resultado desta experiência é  $g = 9.8 \pm 0.5 \text{ m/s}^2$ .

Com uma análise rápida podemos concluir da necessidade (ou não) de repetir a experiência e/ou certas medidas. Para atualizar os nossos cálculos basta atualizar as colunas das medidas diretas e todos os outros valores serão automaticamente atualizados.

