

Elementos de Física



Exame Final

Ano lectivo 2010/11

1º Semestre

Data: 21 de Janeiro 2011

Hora: 10:00 horas

Duração: 3 horas

Cotação

I-3,0 valores

II-3,5 valores

III-3,5 valores

IV-3,5 valores

V-3,5 valores

VI-3,0 valores

Não é permitido o uso de máquina de calcular

I

1- Quando colocamos um objecto pontual real diante de um espelho plano, a distância entre ele e a sua imagem é 320cm. Se esse objecto for deslocado de 40cm na direcção do espelho, qual será a nova distância em relação à respectiva imagem?

2 - Um raio de luz passa de uma placa de vidro de índice de refração $n=1,5$ para o ar. O comprimento de onda da radiação no vidro é de 333nm.

- Qual o comprimento de onda da luz no ar?
- A frequência de radiação é igual ou diferente nos dois meios? Justifique.
- Qual o ângulo crítico a partir do qual se dá a reflexão interna total?

Solução:

1) Para um espelho a distância objecto-imagem é (para uma lente é $d = p + q$):

$$d = p - q \quad \text{como o espelho é plano} \quad p = -q$$
$$p = \frac{d}{2} = 160 \text{ cm}$$

Agora $p = 160 - 40 = 120 \text{ cm}$ portanto $d = 2 p = 240 \text{ cm}$

2) Vidro – Ar.

$$n_i = \frac{c}{V_i} = \frac{c}{\lambda_i f} \quad \rightarrow \quad c = n_1 \lambda_1 f = n_2 \lambda_2 f \quad \rightarrow \quad \lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \lambda_1 = \frac{3}{2} * 333$$
$$= 499.5 \text{ nm}$$

A frequência da radiação não muda de um meio para outro, só mudam as velocidades de propagação e os comprimentos de onda.

A reflexão interna total acontece quando o ângulo refractado é igual a $\pi/2$.

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin \theta_r = n_2 \quad \rightarrow \quad \sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} = \frac{2}{3}$$

II

Numa mola de comprimento $L=5$ cm e de constante elástica, $K_{\text{mola}}=20$ N/m foi suspenso um corpo de massa $M=0,2$ kg. O sistema encontra-se na vertical sobre a acção do campo gravítico terrestre ($g=9,8$ m/s²).

- Qual o comprimento da mola na situação de equilíbrio?
- Determine o período de oscilação quando o sistema é colocado a oscilar.
- Qual a amplitude do movimento quando o corpo parte da posição de equilíbrio com uma velocidade inicial de 1 m/s?
- Nas condições da alínea anterior escreva a altura do corpo em função do tempo, considerando que o vector velocidade inicial é dirigido para cima.
- Considere o mesmo sistema, nas **condições iniciais da alínea c)**, agora sujeito a amortecimento com $b=2$ kg/s. Qual o valor de afastamento máximo em relação à posição de equilíbrio que é possível ser medido na situação de amortecimento?

Solução:

- a) Mola em equilíbrio:

$$Kx = mg \quad \rightarrow \quad x = \frac{mg}{k} = 0.098 \text{ m}$$

O comprimento é $L=0.05+0.098=0.148$ m

- b) Período

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

- c) Na posição de equilíbrio a velocidade de oscilação é máxima.

$$V_{\text{osc-máx}} = \frac{2\pi}{T} A \quad \rightarrow \quad A = \frac{V_{\text{osc}} T}{2\pi} = 0.1 \text{ m}$$

- d) Quando $t=0$ temos $y(0)=0$ (posição de equilíbrio) e $V_{\text{osc}}(0) > 0$. Quando $t=T/4$ teremos $y(T/4)=A$.

$$y\left(\frac{T}{4}\right) = A = A \sin\left(2\pi \frac{\frac{T}{4}}{T} + \phi\right) \quad \rightarrow \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) = 1$$

$$\frac{\pi}{2} + \phi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \phi = 0 \text{ rad}$$

Note: se uso o cos em vez de sin, $\phi = -\pi/2$.

- e) Em primeira aproximação vamos considerar o período do movimento amortecido igual ao do movimento harmónico simples. O afastamento máximo será observado quando $t=T/4$.

$$A = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t} \rightarrow A_{\max} = A_0 e^{-\frac{b}{2m} \frac{T}{4}} = 0.1 e^{\frac{\pi}{4}}$$

III

Um **pescador colocado num barco parado** ao largo da costa, observa a chegada de ondas que se propagam em direcção à praia (perpendicularmente à linha de costa) com um movimento ondulatório de acordo com a equação,

$$h(x, t) = 1,5 \cos\left(\frac{\pi}{40}x - \frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right),$$

onde $h(x, t)$ é a altura (em metros) da água num ponto a uma distância x (em metros) do barco no instante t (em segundos).

- Qual a velocidade de propagação da onda?
- Determine o valor da velocidade de oscilação do barco decorrido $\frac{3}{4}$ do período de oscilação. **Considere que o barco está em $x=0$.**
- Suponha que o pescador afasta da posição de equilíbrio um corpo (1kg) colocado na extremidade de uma mola ($K_{\text{mola}} = \pi/2 \text{ Nm}^{-1}$) que se encontra suspensa no tecto da cabine. Diga, justificando, se o sistema Mola/Corpo entra em ressonância (**despreze o atrito do ar**).
- Suponha agora que o barco se aproxima perpendicularmente da linha de costa, a uma velocidade de 36 km/h . Qual a frequência das ondas medida pelo pescador após o barco entrar em movimento?

Solução:

A equação de onda tem a forma geral:

$$h(x; t) = A \cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) + \phi\right]$$

$$A = 1.5 \text{ m} ; \quad \lambda = 80 \text{ m} ; \quad T = 4 \text{ s} ; \quad \phi = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

a) Velocidade de propagação:

$$V_{prop} = \frac{\lambda}{T} = 40 \text{ m.s}^{-1}$$

b) Velocidade de oscilação:

$$V_{osc}(x; t) = \frac{dh(x; t)}{dt} = \frac{3\pi}{4} \sin \left[\frac{\pi}{40} x - \frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{3} \right]$$

Quando $t = 3/4 T$:

$$V_{osc} \left(0; \frac{3}{4} T \right) = \frac{3\pi}{4} \sin \left[-\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \right] = \frac{3\pi}{4} \sin \left[-\frac{7\pi}{6} \right] = \frac{3\pi}{8} \text{ m.s}^{-1}$$

c) Para entrar em ressonância a frequência angular própria do sistema massa-mola tem de ser igual à frequência angular da onda: $\omega_{onda} = \pi/2 \text{ rad.s}^{-1}$. Não entre porque:

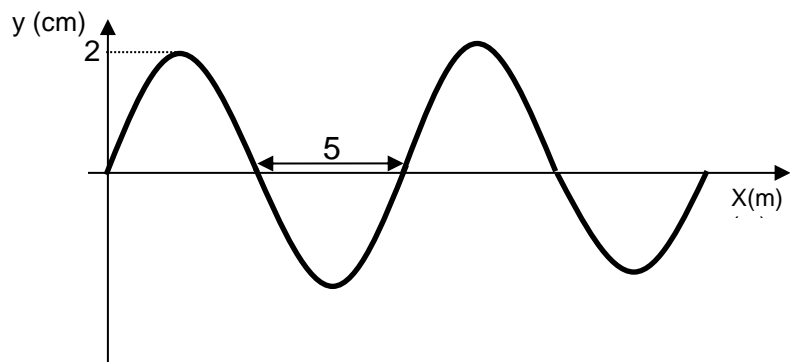
$$\omega_{massa-mola} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

d) Observador em movimento (Efeito Doppler) e a afastar da fonte, f_2 medida é inferior a f_1 emitida:

$$f_2 = f_1 \left\{ \frac{1 - \frac{V_{barco}}{V_{prop}}}{1} \right\} = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{36 \times \frac{10^3}{3600}}{40} \right) = \frac{3}{8} \text{ Hz}$$

IV

A figura representa uma onda harmónica transversal **estacionária** no instante $t = 2 \text{ s}$. Um ponto da corda com elongação máxima atinge a posição de equilíbrio ao fim de 2 s .



- Determine o comprimento de onda.
- Determine o período de vibração da corda.

- c) Escreva a equação de onda harmónica transversal estacionária na corda.

Solução: ver AC2 10/11

V

1. No modelo atómico de Bohr para o átomo de hidrogénio, o electrão move-se em torno do protão em órbitas circulares.

- a) Das seguintes transições possíveis para o átomo de hidrogénio indique, justificando devidamente, aquela que corresponde à:

- i) absorção da menor energia

$$n_i = 2 \rightarrow n_f = 3$$

$$n_i = 2 \rightarrow n_f = 5$$

$$n_i = 4 \rightarrow n_f = 3$$

$$n_i = 4 \rightarrow n_f = 2$$

2. Sobre a superfície do sódio metálico fez-se incidir energia proveniente de duas fontes de radiação F1 e F2, com energias de 2 eV e 6 eV, respectivamente. Sabendo que a função trabalho do sódio metálico é 2,3 eV, quantos electrões são efectivamente extraídos quando se faz incidir, de cada vez, dois fótons provenientes de cada uma das fontes. Justifique.

- ii) Fonte F1 – 2 foto-electrões

Fonte F2 – 2 foto-electrões

- iii) Fonte F1 – 2 foto-electrões

Fonte F2 – 6 foto-electrões

- iv) Fonte F1 – 0 foto-electrões

Fonte F2 – 2 foto-electrões

- v) Fonte F1 – 1 foto-electrões

Fonte F2 – 3 foto-electrões

3. Numa experiência de efeito de Compton, qual o ângulo para o qual os fótons desviados têm a menor energia. Justifique devidamente a sua resposta.

- i) $\theta = 0^\circ$

- ii) $\theta = 45^\circ$
- iii) $\theta = 90^\circ$
- iv) $\theta = 180^\circ$

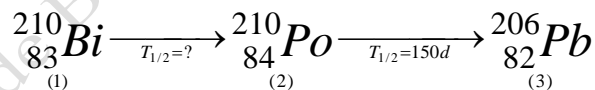
Solução: ver AC2 10/11

VI

A actividade de uma amostra de Bismuto-210 foi medida em laboratório e obteve-se $A_1 = 14 \times 10^5 \text{ Bq}$. Passados 5 dias voltou-se a medir a actividade do Bismuto-210 e obteve-se $A_1 = 7,0 \times 10^5 \text{ Bq}$. (Obs: use $\ln 2 = 0,7$ nos cálculos que efectuar).

- a) Determine o tempo de meia-vida do Bismuto-210 (em dias).
- b) Qual a probabilidade de desintegração de um núcleo de Bismuto-210?
- c) Quantos núcleos de Bismuto-210 restam na amostra ao fim dos 5 dias?

O Bismuto-210 decai para formar Polónio-210 que tem um tempo de meia-vida de aproximadamente 150 dias, dando posteriormente origem a Chumbo-206, que é um elemento estável, de acordo com o seguinte esquema:



- d) Calcule a actividade do Polónio-210 ao fim dos 150 dias, sabendo que o número de núcleos de Polónio-210 varia com o tempo de acordo com a seguinte expressão

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}), \text{ onde } \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 \text{ são as constantes de decaimento}$$

do Bismuto-210 e do Polónio-210, respectivamente. O que conclui?

Solução: ver AC2 10/11