Elementos de Física

Recurso

Ano lectivo 2012/13
1º Semestre
Data: 29 de Janeiro 2013
Hora: 10:00 horas
Duração:1h30/2h30

I (AD1: 8pts ; Exame Completo: 4 pts)

Considere um objecto colocado a uma distância de 10 cm de uma lente divergente de distância focal de 20 cm. No outro lado da lente está colocado, a 100 cm desta, um espelho de esférico. A ampliação lateral total após reflexão no espelho é 2 e a imagem formada é invertida.

a) Determine e caracterize a posição da imagem dada pela lente.
b) Caracterize a imagem final formada após reflexão no espelho
c) Qual a posição da imagem final formada após a reflexão no espelho?
d) Determine o tipo de espelho e o seu raio.

Solução

a) Imagem dada pela lente:

$$q_1 = \frac{p_1 * f_1}{p_1 - f_1} = \frac{10 * (-20)}{10 + 20} = -\frac{20}{3} cm \ < 0 \ \ Imagem\ virtual$$

$$m_1 = -\frac{q_1}{p_1} = \frac{2}{3} \ > 0 \ \ Imagem\ directa$$

b) Imagem Final

Imagem final invertida implica que a ampliação lateral total seja negativa.

$$m_{total} = -2 = \frac{h_{imagem}}{h_{objecto}}$$

$$p_2 = d - q_1 = 100 + \frac{20}{3} = \frac{320}{3}\ cm$$

$$m_{total} = m_1 * m_2 = \left(-\frac{q_1}{p_1}\right)\left(-\frac{q_2}{p_2}\right) = -2 \ \rightarrow \ q_2 > 0 \ \rightarrow \ Imagem\ Real$$

c) Posição

$$q_2 = -2 * \frac{10}{-\frac{20}{3}} * \frac{320}{3} = 320\ cm$$

d) Tipo de espelho

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{2}{r} \ \rightarrow \ r = \frac{2 * p_2 * q_2}{p_2 + q_2} = 160\ cm \ \ > 0\ espelho\ côncavo.$$

II (AD1: 5 pts ; Exame Completo: 2.5 pts)

Um homem para se barbear encontra-se a p=45 cm de um espelho esférico. A ampliação desejada é 3.

a) Qual a natureza e a posição da imagem? Justifique.
b) Qual deverá ser o raio r de curvatura do espelho e de que tipo de espelho se trata?

Solução

a) Natureza imagem:

O olho humano só pode ver objectos reais ou imagens virtuais. Logo a imagem é virtual.

$$q < 0 \quad \rightarrow \quad m = -\frac{q}{p} = +3 \quad \rightarrow \quad q = -3 * p = -135\ cm$$

b) Raio de curvatura

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{r} \quad \rightarrow \quad \frac{2}{r} = \frac{1}{p} - \frac{1}{3p} \quad \rightarrow \quad r = \frac{2 * p * q}{p + q} = 3p = 135\ cm$$

Raio positivo logo é um espelho côncavo.

III (AD1: 7 pts ; Exame Completo: 3.5 pts)

A ponta da agulha, de massa 10g, duma máquina de costura move-se com um movimento harmónico simples ao longo do eixo OY com um período de 4π s. No instante t=0 a sua posição é +2 m e a sua velocidade -1m/s.

a) Calcule a amplitude do movimento.
b) Calcule a fase inicial e escreva a expressão para a posição da ponta da agulha em função do tempo.
c) Depois de desligar o motor da máquina a agulha continua a se mover mas a amplitude do movimento se reduz em metade em 0.01 s. Calcule a constante de amortecimento.

Solução

a) Amplitude

$$y(t) = A \sin\left[\frac{2\pi}{T} * t + \phi\right] \ ou \ y(t) = A \cos\left[\frac{2\pi}{T} * t + \phi_2\right]$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{2}\ rad.s^{-1}$$

$$V_{osc} = A\omega \cos[\omega t + \phi] \ \ ou \ \ V_{osc} = -A\omega \sin[\omega t + \phi_2]$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \quad \rightarrow \quad y^2 + \frac{V_{osc}^2}{\omega^2} = A^2$$

$$A = \sqrt{y^2 + \frac{V_{osc}^2}{\omega^2}} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

b) Fase inicial e equação do movimento:

i) 1ª possibilidade.

$$y(0) = +2 = 2\sqrt{2}\sin(0.5 * 0 + \phi) \quad \rightarrow \quad \sin\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \phi = \frac{\pi}{4}\ rad \\ \phi = \frac{3\pi}{4}\ rad \end{cases}$$

$$V_{osc}(0) = \frac{1}{2} * A * \cos(0 + \phi) < 0 \quad \rightarrow \quad \cos\phi < 0 \quad \rightarrow \quad \phi = \frac{3\pi}{4}\ rad$$

ii) 2ª Possibilidade

$$y(0) = +2 = 2\sqrt{2}\cos(0 + \phi_2) \quad \rightarrow \quad \cos\phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \phi_2 = \frac{\pi}{4}\ rad \\ \phi_2 = -\frac{\pi}{4}\ rad \end{cases}$$

$$V_{osc}(0) = -\frac{1}{2} * A * \sin(0 + \phi_2) < 0 \quad \rightarrow \quad \sin\phi_2 > 0 \quad \rightarrow \quad \phi_2 = \frac{\pi}{4}\ rad$$

c) Constante de amortecimento

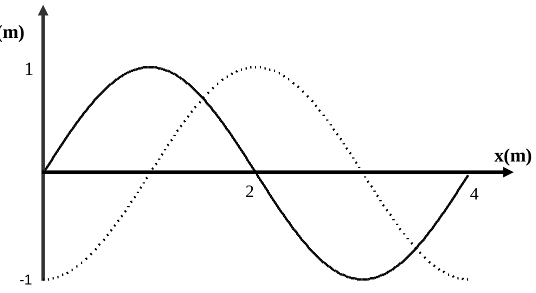
$$A(0.01) = \frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t} = A_0 e^{-\frac{b}{0.02}*0.01} = A_0 e^{-\frac{b}{2}}$$

$$b = 2\ln 2\ \ kg.s^{-1}$$

IV (AD2: 7 pts ; Exame Completo: 3.5 pts)

A figura representa uma onda a propagar-se numa corda ao longo do eixo dos *xx*. A curva a cheio representa a forma da corda no instante t_1=0,1s e a curva a ponteado representa a forma da mesma corda no instante t_2=0,2s.

- **a)** Qual é o comprimento de onda?
- **b)** Determine o período e a velocidade de propagação da onda.
- **c)** A velocidade de oscilação do ponto em x=0m no instante t=0.1s é positiva ou negativa? Justifique.
- **d)** Determine a fase inicial.



Solução

a) Comprimento de Onda

Pelo gráfico: λ = 4 m

b) Período e Velocidade

Duas maneiras:

A onda deslocou-se de 1 m em 0.1 s:

$$V_{prop} = 10\ m.s^{-1}$$

ou o ponto em x=0 (por exemplo) passou da posição de equilíbrio y(0.1)=0 para a posição extrema y(0.2)= -A em 0.1 s ou seja:

$$\frac{T}{4} = 0.1 \quad \rightarrow \quad T = 0.4\ s$$

Depois:

$$V_{prop} = \frac{\lambda}{T}$$

c) A velocidade de oscilação

O ponto em x=0 vai passar de y(t=0.1s)=0 para y(t=0.2) = -A logo a sua velocidade és negativa. Pode também justificar dizendo que o ponto em x=0 vai reproduzir em t>0.1 o movimento de um ponto em x<0.

d) Fase inicial

Varias maneiras em função do ponto e do instante escolhido.

Mais simples: t=0.2s e x=0m

i) $y(x;t) = A\sin(\omega t - kx + \phi)$

$$y(0.2;0) = -1 = 1\sin\left(2\pi\frac{0.2}{0.4} - 0 + \phi\right) \;\rightarrow\; \pi + \phi = -\frac{\pi}{2} \;\rightarrow\; \phi = -\frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{2} rad$$

ii) $y(x;t) = A\sin(kx - \omega t + \phi_2)$

$$y(0.2;0) = -1 = 1\sin\left(0 - 2\pi\frac{0.2}{0.4} + \phi_2\right) \;\rightarrow\; -\pi + \phi_2 = -\frac{\pi}{2} \;\rightarrow\; \phi_2 = \frac{\pi}{2}\, rad$$

Mais complicado, por exemplo: t=0.1s e x=0m

$$y(x;t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \phi_3\right)$$

$$y(0;0.1) = 0 = 1\sin\left(2\pi\frac{0.1}{0.4} - 0 + \phi_3\right) \;\rightarrow\; \begin{cases} \frac{\pi}{2} + \phi_3 = 0 \\ \quad ou \\ \frac{\pi}{2} + \phi_3 = \pi \end{cases}$$

$$V_{osc}(0;0.1) = A\omega\cos\left(2\pi\frac{0.1}{0.4} - 0 + \phi_3\right) < 0 \;\rightarrow\; \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi_3\right) < 0 \;\rightarrow\; \frac{\pi}{2} + \phi_3 = \pi$$

$$\phi_3 = \frac{\pi}{2}\, rad$$

V (AD2: 6 pts ; Exame Completo: 3 pts)

Uma corda está a ressoar no 7º harmónico com uma frequência de 420 Hz. A velocidade de propagação das ondas na corda é de 1000 m/s.

a) Qual é a frequência do 1º harmónico?
b) Qual é o comprimento de onda do 5º harmónico?
c) Sabendo que a corda tem um comprimento de 4.2 m, determine se ela está presa nas duas extremidades ou só numa.

Solução

Ondas estacionárias.

$$f_n = n * f_1 \quad e \quad \lambda_n = \frac{\lambda_1}{n} = \frac{V_{prop}}{n * f_n}$$

a) 1º harmónico:

$$f_1 = \frac{f_n}{n} = \frac{420}{7} = 60\, Hz$$

b) 5º harmónico

$$\lambda_5 = \frac{\lambda_1}{5} = \frac{\frac{V_{prop}}{f_1}}{5} = \frac{20}{6} m$$

c) Presa numa extremidade ou duas?

Se for nas duas extremidades a distância no primeiro harmónico entre dois nós é:

$$L = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{\left(\frac{1000}{60}\right)}{2} = \frac{25}{3}m$$

Se for presa numa extremidade só, no primeiro harmónico a distância entre um nó e um ventre é:

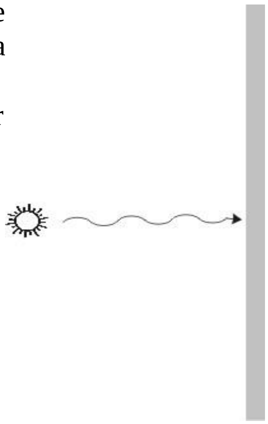
$$L = \frac{\lambda_1}{4} = \frac{\left(\frac{1000}{60}\right)}{4} \cong 4.2\ m$$

A corda está presa só numa extremidade.

VI (AD2: 7 pts ; Exame Completo: 3.5 pts)

Fotões de 62keV de energia, emitidos por uma fonte radioactiva de ^{241}Am, incidem no alvo de berílio (W_{Be}=4,98 eV), tal como se mostra na figura ao lado. ($h.c$=1240 eV.nm; $\lambda_c = h/m_e c$ =2,43x10^{-3} nm)

a) Qual o comprimento de onda mínimo dos fotões que poderá ser observado no lado esquerdo após a interacção da radiação incidente com o alvo de berílio.
b) Qual a sua energia mínima?
c) Considere agora que substituímos a fonte de ^{241}Am por uma lâmpada com emissão no ultravioleta, de comprimento de onda de 200nm. Estabeleça uma expressão analítica, a mais simplificada possível, que a partir das grandezas conhecidas, lhe permita determinar o comprimento de onda mínimo que poderá ser atribuído aos electrões produzidos no Be,.



Solução

a) Efeito Compton

$$\Delta\lambda = 2.43(1 - \cos\theta)\ pm$$

Lado esquerdo: $\theta \geq \pi/2$

$$\lambda_1 = \frac{hc(eV.nm)}{E_{fotão}(eV)} = \frac{1240}{62 \times 10^3} = 20\ pm$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + 2.43\left(1 - \cos\frac{\pi}{2}\right) = 22.43\ pm$$

b) Energia mínima: comprimento de onda máximo, $\theta = \pi$ rad

$$\lambda_2 = \lambda_1 + 4.86$$

$$E_{min} = \frac{1240}{24.86 \times 10^{-3}} \cong 49.6\ keV$$

c) Efeito fotoeléctrico

Foto-electrões

$$E_c \leq \frac{hc}{\lambda} - W = \frac{1240}{200} - 4.98 = 1.22\ eV = 1.952 \times 10^{-19}\ J$$

Comprimento de Onda de Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} \quad e \quad E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2m_e} (m_e v)^2 = \frac{1}{2m_e} p^2$$

$$p = \sqrt{2m_e * Ec} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e * Ec}}$$

$$\lambda_{min} \; quando \; E_c \; máxima \quad \rightarrow \quad \lambda_{min} = \frac{h}{\sqrt{2m_e * 1.952 \times 10^{-19}}} \; m$$