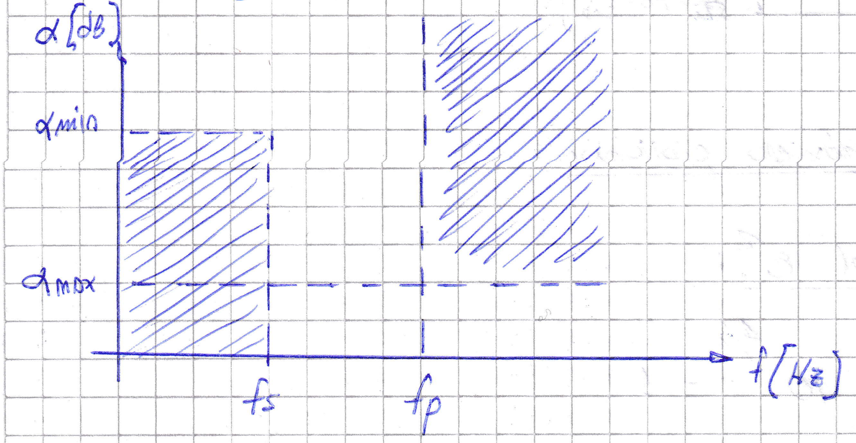
TRABAJO SEMANAL Nº 4 (TOMÁS A. ALBANESI)

PUNTO (1)

Tenemos la siguiente plantilla:



(ES UN FILTRO PASA ALTOS)

$\alpha_{max} = 1dB$

$\alpha_{min} = 30 dB$

$f_p = 40 kHz$

$f_s = 10 kHz$.

En primer lugar debemos convertir esta plantilla PASA-ALTOS a una plantilla PASA-BAJOS.

En la plantilla solamente debemos efectuar la siguiente transformación:

(Llamamos Ωp a Ωs a las frecuencias normalizadas del pasa bajos y con la letra ω a las frecuencias normalizadas del pasa altos.)

$$\omega p = 2\pi 40000 \text{ rad/seg} \quad \wedge \quad \omega s = 2\pi 10000 \text{ rad/seg}.$$

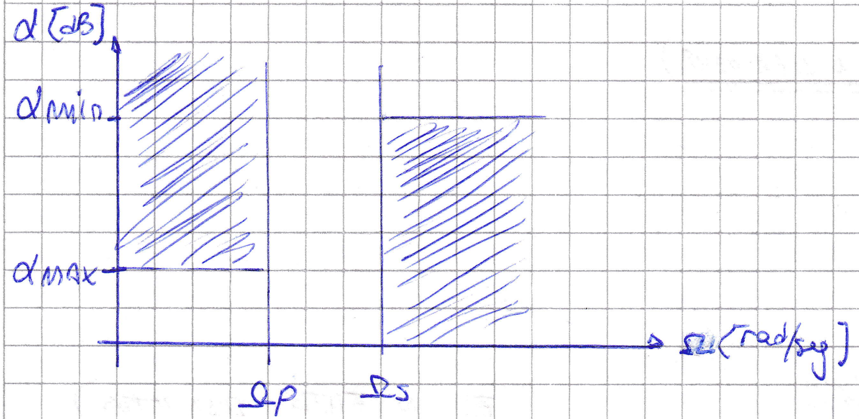
Normalizando por ωp:

$$\omega p' = 1 \quad \wedge \quad \omega s' = 1/4$$

Convirtiendo estos valores al pasa-bajos $(\Omega = 1/\omega)$

$$\Omega p = \frac{1}{\omega p'} \Rightarrow \boxed{\Omega p = 1} \quad \wedge \quad \Omega s = \frac{1}{\omega s'} \Rightarrow \boxed{\Omega s = 4}$$

Por lo tanto, la plantilla equivalente del paso-bajos queda de la siguiente manera:



Para realizar un diseño de máxima planicidad:

- En primer lugar, calculo el ε^2:

$$\varepsilon^2 = 10^{\frac{\alpha_{MAX}}{10}} - 1 = 10^{1/10} - 1$$

$$\boxed{\varepsilon^2 = 0,2589} \Longrightarrow \boxed{\varepsilon = 0,51}$$

Ahora, podemos hallar el orden "n" del filtro:

$$\alpha_{min_n} = 10 \log\left(1 + \varepsilon^2 \cdot \Omega_s^{2n}\right)$$

$$\alpha_{min_1} = 10 \log\left(1 + (0,2589) \cdot 4^2\right) = 7,11 \text{dB}$$

$$\alpha_{min_2} = 10 \log\left(1 + (0,2589) \cdot 4^4\right) = 18,27 \text{ dB}$$

$$\alpha_{min_3} = 10 \log\left(1 + (0,2589) \cdot 4^8\right) = 30,26 \text{ dB}$$

Como el α_{min_3} ya satisface la necesidad del α_{min}, elegimos para este filtro el ORDEN 3. $(n=3)$

$$|T(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \Omega^{2n}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Omega}{\varepsilon^{-1/n}}\right)^{2n}}$$

Normaliza con frecuencia de Butterworth.

$$\Omega_B = \Omega_p \cdot \varepsilon^{-1/n} = 1 \cdot \varepsilon^{-1/n}$$

$$\Omega_B = \varepsilon^{-1/3} = (0,51)^{-1/3}$$

$$\boxed{\Omega_B = 1,252}$$

Producto de haber normalizado por la frecuencia de Butterworth, puedo asegurar que la transferencia será del tipo Butterworth de orden 3:

$$T(s') = \frac{1}{s'^2 + s' + 1} \cdot \frac{1}{s' + 1}$$

$s' \to$ s del pasabajos

$s \to$ s del pasaaltos.

Si ahora procedo a la desnormalización de la transferencia por la frecuencia de Butterworth:

$$T(s') = \frac{\Omega_B^2}{s'^2 + \frac{\Omega_B}{Q} \cdot s' + \Omega_B^2} \cdot \frac{\Omega_B}{s' + \Omega_B}$$

Esta transferencia es de maxima planicidad (con el ε solicitado)

Reemplazando $\Omega_B = \varepsilon^{-1/3}$:

$$T(s') = \frac{\varepsilon^{-2/3}}{s'^2 + \varepsilon^{-1/3} \cdot s' + \varepsilon^{-2/3}} \cdot \frac{\varepsilon^{-1/3}}{s' + \varepsilon^{-1/3}}$$

Reemplazando los valores:

$$T(s') = \frac{1,567}{s'^2 + 1,252\, s' + 1,567} \cdot \frac{1,252}{s' + 1,252.}$$

Ahora, para pasar del PASA-BAJOS a PASA-ALTOS; debo aplicar el núcleo de transformación: $\boxed{p(s') = \frac{1}{s}}$

$$T(s) = T(s')\Big]_{s' = \frac{1}{s}}$$

$$T(s) = \frac{\varepsilon^{-2/3}}{\left(\frac{1}{s}\right)^2 + \varepsilon^{-1/3}\cdot\frac{1}{s} + \varepsilon^{-2/3}} \cdot \frac{\varepsilon^{-1/3}}{\frac{1}{s} + \varepsilon^{-1/3}}$$

$$T(s) = \frac{\varepsilon^{-2/3}}{\frac{1 + \varepsilon^{-1/3}s + \varepsilon^{-2/3}s^2}{s^2}} \cdot \frac{\varepsilon^{-1/3}}{\frac{1 + \varepsilon^{-1/3}s}{s}}$$

$$T(s) = \frac{\varepsilon^{-2/3}s^2}{\varepsilon^{-2/3}s^2 + \varepsilon^{-1/3}s + 1} \cdot \frac{\varepsilon^{-1/3}\cdot s}{\varepsilon^{-1/3}s + 1}$$

$$T(s) = \frac{s^2}{s^2 + \varepsilon^{+1/3}s + \varepsilon^{2/3}} \cdot \frac{s}{s + \varepsilon^{1/3}}$$

$$\boxed{T(s) = \frac{s^2}{s^2 + 0{,}798s + 0{,}638} \cdot \frac{s}{s + 0{,}798}}$$

TRANSFERENCIA DEL PASA ALTOS

$$\boxed{T(s) = \frac{s^3}{s^3 + 1{,}596s^2 + 1{,}276s + 0{,}51}}$$

Polos y ceros

$$\begin{cases} z_1, z_2, z_3 = 0 \\ p_1 = -0{,}798 \\ p_{2,3} = -0{,}399 \pm j\,0{,}691 \end{cases}$$