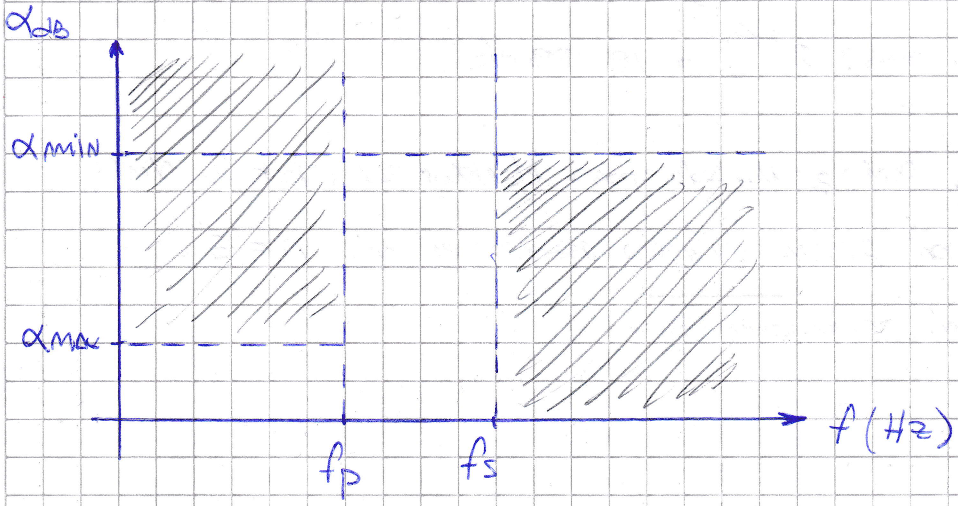
TRABAJO SEMANAL Nº3 (TOMÁS A. ALBANESI)

PUNTO 1: (Hallar transferencia para máxima planicidad)

Se nos da el siguiente filtro con plantilla de atenuación: (PASA BAJOS)



$\alpha_{max} = 1\ dB$

$\alpha_{min} = 12\ dB$

$f_p = 1500\ Hz$

$f_s = 3000\ Hz$

Primero convertimos el eje de frecuencias en frecuencias angulares y normalizamos la frecuencia de la plantilla.

$$\omega_p = 2\pi f_p = 2\pi 1500\ rad/s \quad \wedge \quad \omega_s = 2\pi f_s = 2\pi 3000\ rad/s$$

Y normalizando por ω_p:

$$\boxed{\omega_p = 1} \quad \wedge \quad \boxed{\omega_s = 2} \qquad \text{Con } \Omega_\omega = \omega_p = 2\pi 1500$$

Calculamos el factor ε:

$$\varepsilon^2 = 10^{\alpha_{max}/10} - 1$$

$$\varepsilon^2 = 10^{1/10} - 1 \Rightarrow \boxed{\varepsilon^2 = 0{,}2589} \wedge \boxed{\varepsilon = 0{,}5}$$

Ahora, podemos hallar el orden "n" del filtro realizando iteraciones en la ecuación:

$$\alpha_{min\,n} = 10 \log\left(1 + \varepsilon^2 \cdot \omega_s^{2n}\right)$$

- $\alpha_{min_1} = 10 \log\left(1 + 0{,}2589 \cdot 2^{2.1}\right) = 3{,}089\,dB$
- $\alpha_{min_2} = 10 \log\left(1 + 0{,}2589 \cdot 2^{2.2}\right) = 7{,}1116\,dB$
- $\alpha_{min_3} = 10 \log\left(1 + 0{,}2589 \cdot 2^{2.3}\right) = 12{,}447\,dB$
- $\alpha_{min_4} = 10 \log\left(1 + 0{,}2589 \cdot 2^{2.4}\right) = 18{,}278\,dB$.

Podemos observar que con α_{min_3} ya sobrepasa el valor solicitado de α_{min}, sin embargo, redondeamos al próximo número entero, es decir, $n = 3$.

Por lo tanto, el filtro deberá ser de $\boxed{\text{orden } 3}$.

$$\begin{cases} \varepsilon = 0{,}5 \\ n = 3 \end{cases}$$

Entonces, siguiendo la función de aproximación: $|T(j\omega)|^2 = \dfrac{1}{1+\varepsilon^2\omega^{2n}} = T(s) \cdot T(\bar{s})\Big|_{s=j\omega}$

$$|T(s)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cdot s^6 \underbrace{j^6}_{=-1}} = \boxed{\frac{1}{1-\varepsilon^2 s^6} = T(s) \cdot T(-s)}$$

Por lo tanto:

$$\frac{1}{1-\varepsilon^2 s^6} = \overbrace{\frac{1}{s^3a + s^2b + sc + d}}^{T(s)} \cdot \overbrace{\frac{1}{-s^3a + s^2b - sc + d}}^{T(-s)}$$

A continuación, planteo las ecuaciones:

$$-a^2 = -\xi^2 \quad (I) \qquad [s^6]$$

$$0 = \cancel{ab} - \cancel{ab} \qquad [s^5]$$

$$0 = -\cancel{ac} + b^2 - \cancel{ac} \quad (II) \qquad [s^4]$$

$$0 = \cancel{ad} - \cancel{da} - \cancel{bc} + \cancel{bc} \qquad [s^3]$$

$$0 = bd + db - c^2 \quad (III) \qquad [s^2]$$

$$0 = \cancel{cd} - \cancel{dc} \qquad [s]$$

$$1 = d^2 \quad (IV) \qquad [TI]$$

De (IV) : $\boxed{d = 1}$

De (I) : $\boxed{a = \xi}$

De (II) : $b^2 = 2ac \quad \Rightarrow \quad b^2 = 2\xi\sqrt{2bd}$

De (III) : $c^2 = 2bd \qquad (b^2)^2 = (2\xi\sqrt{2b})^2$

$$b^{4^3} = 2^2 \cdot \xi^2 \cdot 2\cancel{b}$$

$$c = \sqrt{2b} = \sqrt{4\xi^{2/3}} \qquad \boxed{b = \sqrt[3]{8 \cdot \xi^2} = 2 \cdot \xi^{2/3}}$$

$$\boxed{c = 2\xi^{1/3}}$$

Finalmente, la función transferencia nos queda de la siguiente manera:

$$\boxed{T(s) = \frac{1}{\xi s^3 + 2\xi^{2/3} s^2 + 2\xi^{1/3} s + 1}}$$

Como $\xi = 0,5$:

$$\boxed{T(s) = \frac{1}{0,5 s^3 + 1,26 s^2 + 1,59 s + 1}}$$