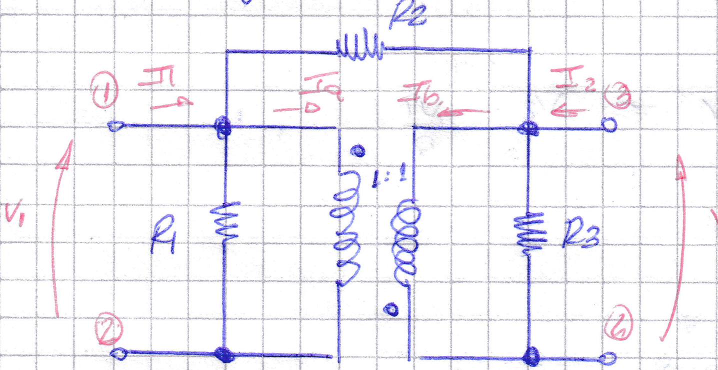
HOJA N°

FECHA

TRABAJO SEMANAL 6 (ALBANESE, TOMÁS)

PUNTO 1

En primer lugar planteamos las tensiones y corrientes del cuadripolo:



Teniendo en cuenta los bornes homólogos del transformador, podemos expresarlo de la siguiente forma:

$$\boxed{V_1 = -a.V_2} \quad \wedge \quad \boxed{I_a = \frac{I_b}{a}} \quad \wedge \quad \boxed{a = 1}$$

Analizando las corrientes que circulan por el circuito:

$$\begin{cases} I_1 = I_{R1} + I_a + I_{R2} = \dfrac{V_1}{R_1} + \dfrac{V_1 - V_2}{R_2} + I_a \\ \\ I_2 = I_{R3} + I_b + I_{R2} = \dfrac{V_2}{R_3} + \dfrac{V_2 - V_1}{R_2} + I_b \end{cases}$$

Para hallar los parámetros Z recurrimos a las definiciones:

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0} \qquad Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2=0}$$

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2}\Big|_{I_1=0} \qquad Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}\Big|_{I_1=0}$$

NOTA

Z11:

Si consideramos $I_2 = 0$:

$$0 = \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2 - V_1}{R_2} + I_b$$

$$-I_b = \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2 - V_1}{R_2}$$

Recordando que: $V_1 = -a \cdot V_2 \wedge \Rightarrow V_2 = -\frac{V_1}{a}$

$$-I_b = \frac{-V_1/a}{R_3} + \frac{-V_1/a - V_1}{R_2}$$

$$-I_b = -V_1 \left(\frac{1}{aR_3} + \frac{\frac{1}{a}+1}{R_2} \right)$$

$$I_b = V_1 \cdot \left(\frac{1}{aR_3} + \frac{\frac{1}{a}+1}{R_2} \right)$$

$$I_a \cdot a = V_1 \cdot \left(\frac{1}{aR_3} + \frac{\frac{1}{a}+1}{R_2} \right)$$

$$I_a = \frac{V_1}{a} \cdot \left(\frac{1}{aR_3} + \frac{\frac{1}{a}+1}{R_2} \right)$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - \left(-\frac{V_1}{a}\right)}{R_2} + \frac{V_1}{a} \cdot \left(\frac{1}{aR_3} + \frac{\frac{1}{a}+1}{R_2} \right)$$

$$I_1 = V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1+\frac{1}{a}}{R_2} + \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{1}{aR_3} + \frac{\frac{1}{a}+1}{R_2} \right) \right)$$

Reemplazando por valores:

$$I_1 = V_1 \cdot \left(1 + 1 + 4/3 \right) \Rightarrow \boxed{\frac{V_1}{I_1} = Z_{11} = 0{,}3}$$

NOTA

HOJA Nº

FECHA

Z12

Ahora debemos considerar $I_1 = 0$.

$$0 = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} + I_a$$

$$-I_a = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2}$$

$$V_2 = -\frac{V_1}{a}$$

$$-I_a = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - \left(-V_1/a\right)}{R_2}$$

$$-I_a = V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1 + 1/a}{R_2}\right)$$

$$I_b = I_a \cdot a$$

$$I_b = -a \cdot V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1 + 1/a}{R_2}\right)$$

$$I_2 = \frac{-V_1/a}{R_3} + \frac{-V_1/a - V_1}{R_2} - a \cdot V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1 + 1/a}{R_2}\right)$$

$$I_2 = -V_1 \cdot \left(\frac{1}{aR_3} + \frac{1/a + 1}{R_2} + a \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1 + 1/a}{R_2}\right)\right)$$

Reemplazando los valores:

$$I_2 = -V_1 \cdot \left(1/3 + 1 + 2\right) \Rightarrow \boxed{\frac{V_1}{I_2} = Z_{12} = -0{,}3}$$

NOTA

Z_{21}

Considerando $I_2 = 0$.

$$0 = \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2 - V_1}{R_2} + I_b$$

$$-I_b = \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2 - V_1}{R_2}$$

$$V_1 = -a \cdot V_2$$

$$-I_b = \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2 - (-a V_2)}{R_2}$$

$$-I_b = V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1+a}{R_2} \right)$$

$$I_a = I_b / a$$

$$I_a = -V_2 \cdot \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1+a}{R_2} \right)$$

$$I_1 = -\frac{a V_2}{R_1} + \frac{(-a \cdot V_2) - V_2}{R_2} - V_2 \cdot \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1+a}{R_2} \right)$$

$$I_1 = -V_2 \cdot \left(\frac{a}{R_1} + \frac{a+1}{R_2} + \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1+a}{R_2} \right) \right)$$

Reemplazando los valores:

$$I_1 = -V_2 \cdot \left(1 + 1 + 4/3 \right)$$

$$\boxed{Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = -0{,}3}$$

NOTA

Z_{22}:

Si consideramos $I_1 = 0$

$$0 = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} + I_a$$

$$-I_a = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2}$$

$$V_1 = -a \cdot V_2$$

$$-I_a = \frac{-aV_2}{R_1} + \frac{-aV_2 - V_2}{R_2}$$

$$-I_a = -V_2 \cdot \left(a/R_1 + \frac{a+1}{R_2} \right)$$

$$I_a = V_2 \cdot \left(a/R_1 + \frac{a+1}{R_2} \right)$$

$$I_b = a \cdot I_a$$

$$I_b = V_2 \cdot a \cdot \left(a/R_1 + \frac{a+1}{R_2} \right)$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2 - (aV_2)}{R_2} + V_2 \cdot a \cdot \left(\frac{a}{R_1} + \frac{a+1}{R_2} \right)$$

$$I_2 = V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1+a}{R_2} + a \cdot \left(\frac{a}{R_1} + \frac{a+1}{R_2} \right) \right)$$

Reemplazando los valores:

$$I_2 = V_2 \cdot \left(1/3 + 1 + 2 \right) \Rightarrow \boxed{Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} = 0{,}3}$$

NOTA

Finalmente, la matriz de parámetros Z nos queda de la siguiente forma:

$$\boxed{Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}3 & -0{,}3 \\ -0{,}3 & 0{,}3 \end{bmatrix}}$$

NOTA