Matemática Discreta

ALGEBRAS DE BOOLE Y FUNCIONES DE CONMUTACIÓN

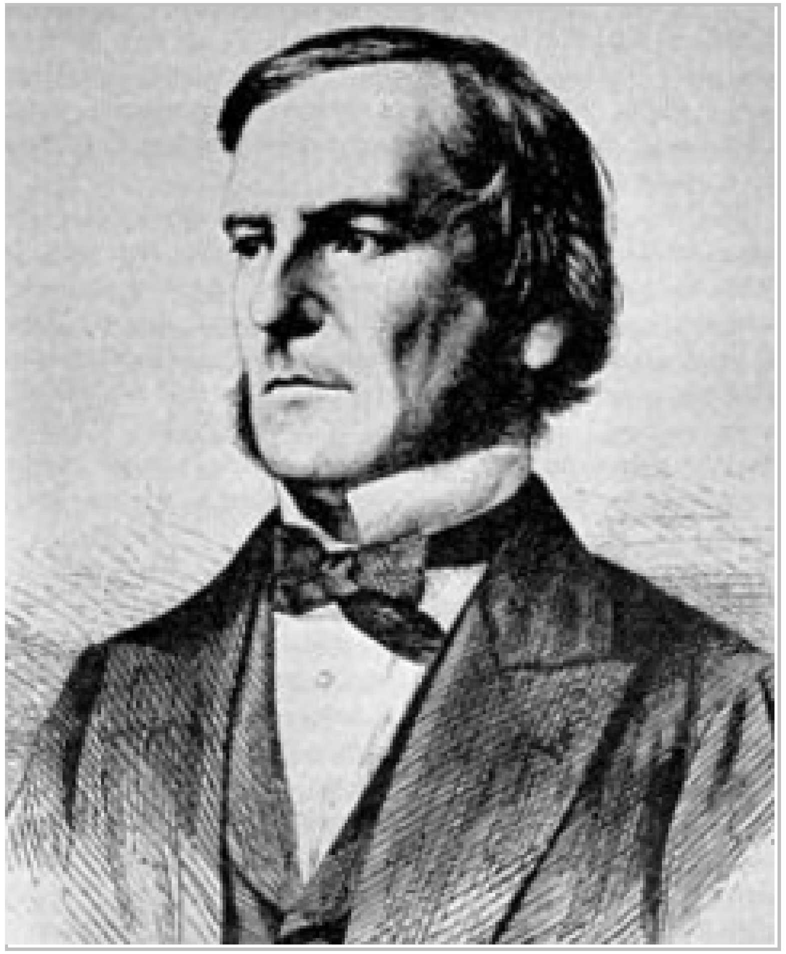
George Boole- Claude Shannon

En 1854 el matemático Inglés George Boole creó un sistema algebraico de lógica matemática abstracta.

En 1934 Claude Shannon desarrolló el álgebra de las funciones de conmutación, matemática aplicada.

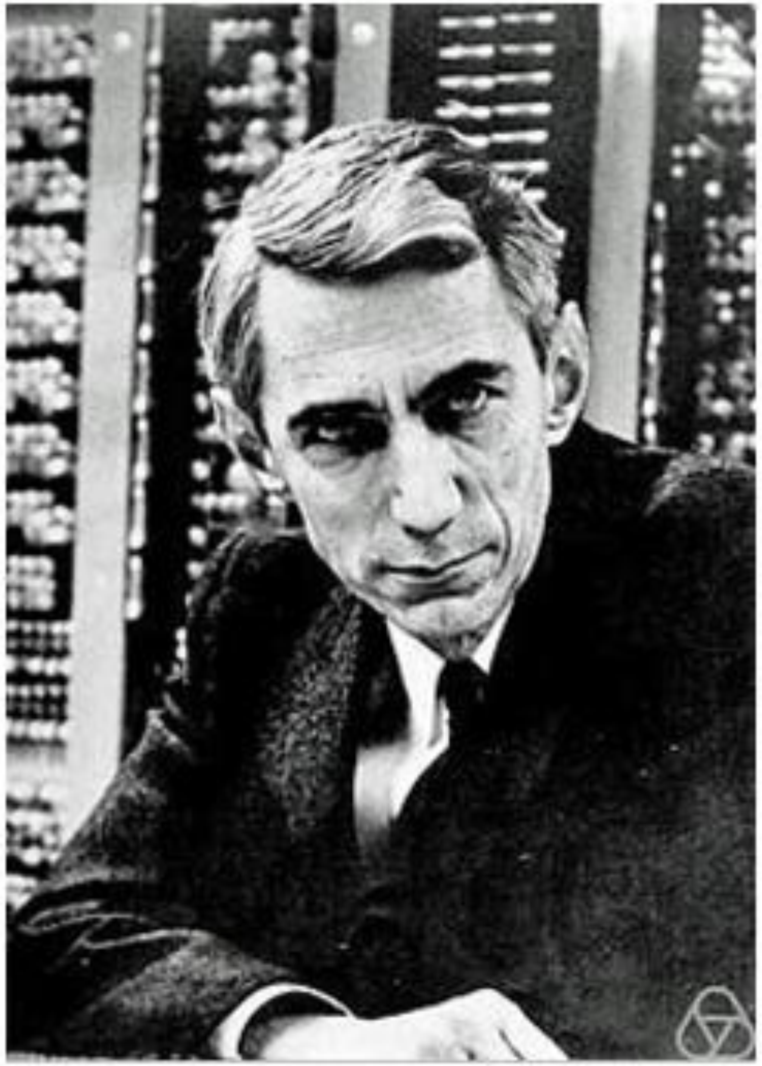
George Boole (/bu:l/) (Inglaterra, 1815-1864) fue un matemático y lógico británico.

Como inventor de Algebras de Boole, que marca los fundamentos de la aritmética computacional moderna, Boole es considerado como uno de los fundadores del campo de las ciencias de la computación. En 1854 publicó An Investigation of the Laws of Thought on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities (Una investigación sobre las leyes del pensamiento en las que se basan las teorías matemáticas de la lógica y las probabilidades), donde desarrolló un sistema de reglas que le permitían expresar, manipular y simplificar problemas lógicos y filosóficos cuyos argumentos admiten dos estados (verdadero o falso) por procedimientos matemáticos. Se podría decir que es el padre de los operadores lógicos simbólicos y que gracias a su álgebra hoy en día es posible operar simbólicamente para realizar operaciones lógicas.



Claude Elwood Shannon (1916-2001) fue un matemático, ingeniero eléctrico y criptógrafo estadounidense recordado como «el padre de la teoría de la información».

Shannon es reconocido por haber fundado el campo de la teoría de la información con la publicación Una teoría matemática de la comunicación, que supuso un hito en 1948. Es quizás igualmente conocido por haber sentado las bases de la teoría del diseño de circuitos digitales en 1937, con apenas 21 años de edad. Mientras realizaba su maestría en el Massachusetts Institute of Technology (MIT), demostró en su tesis que las aplicaciones electrónicas de álgebra booleana podrían construir cualquier relación lógico-numérica. Shannon contribuyó asimismo al campo del criptoanálisis para la defensa de Estados Unidos durante la Segunda Guerra Mundial, con trabajos sobre el descifrado de códigos y la seguridad en las telecomunicaciones.



Conjunto de partes

Dado el conjunto A = {a, b, c} podemos enumerar todos los subconjuntos posibles de A, o dicho de otro modo todos los conjuntos incluidos en A. Construimos entonces un nuevo conjunto con todos esos conjuntos como elementos, este nuevo conjunto se llama conjunto de partes de A y se indica:

$$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

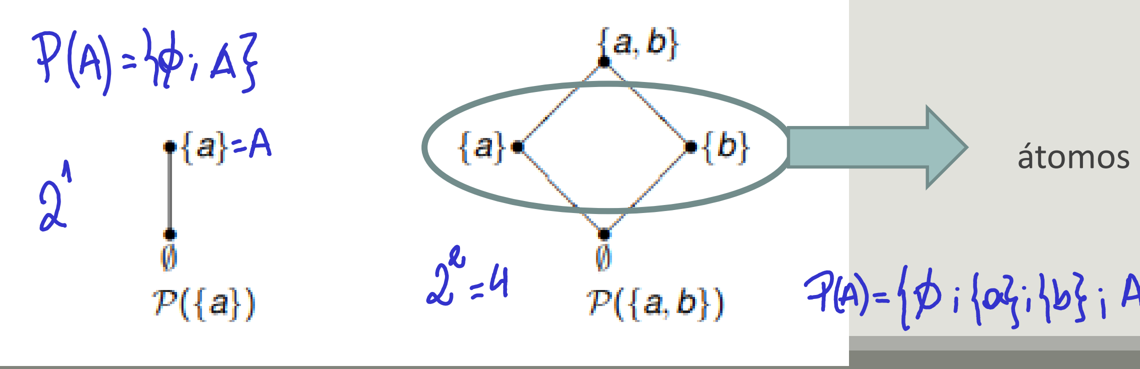
Notemos que todos los elementos de P(A) se escriben entre llaves porque son conjuntos, salvo el conjunto vacío que se escribe sin llaves: $\{a, b\} \in P(A)$. Los elementos de $P(A)$ se los puede ordenar por la inclusión.

Algebra de Boole de conjuntos. Sea A un conjunto, entonces $\left(P(A),\ \cup,\ \cap,\ {}^{c},\ \emptyset,\ A\right)$ es un Algebra de Boole, hay un primer elemento: ∅ y un último elemento A. Una serie de propiedades que involucra a las operaciones. Si #(A)=n → #(P(A)) = 2^n.

a b c

_ b _

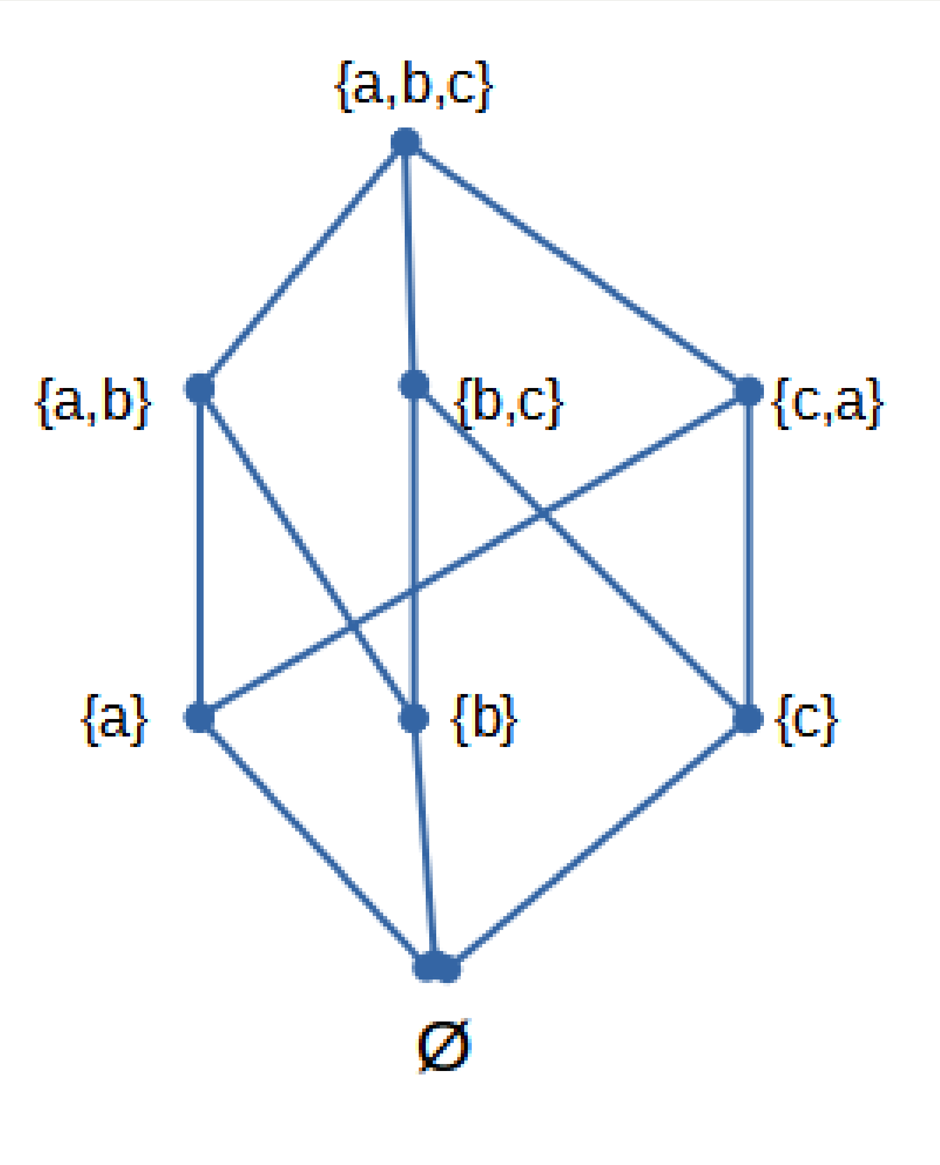
2 2 2 2^3



Diagama de Hasse para $P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$

$A = \{a, b, c\}$ $\#A = 3$

$\#P(A) = 2^3 = 8$



Orden Parcial

- Reflexiva
- Antisimetrica
- Transitiva

Partes de A-subconjuntos posibles a partir de A

A={1, 2, 3, 4} → P(A) = {∅, {1}, {2}, {3}, {4}, {1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {2, 3}, {2, 4}, {3, 4}, {1, 2, 3}, {1, 3, 4}, {2, 3, 4}, {1, 2, 4}, A={1, 2, 3, 4}}

A tiene 4 elementos, ¿cuántos elementos tienen P(A)? Subconjuntos de {1, 2, 3, 4} →$2^4 = 16$ elementos.

1100 → {1, 2}

1111 → {1, 2, 3, 4}

0000 → ∅

1010 → {1, 3}

Divisores de n

18 no es libre de cuadrados $9|18$ $18 = 9.2$

60 no es libre de cuadrados $4|60$ $60 = 4.15$

15 es libre de cuadros $\nexists\, a \in \mathbb{Z} / a^2|15$

Sea n un número natural libre de cuadrados (k^2 no divide a n): (Div(n), $\vee$, $\wedge$, ~, 1, n) es un **Algebra de Boole**. Los elementos de Div(n) se pueden ordenar por x|y; Operaciones binarias: $x \vee y = mcm(x, y)$; $x \wedge y = mcd(x, y)$, la operación singular (unaria): ~ (vilella) definida como: ~x = cociente(n, x). Hay un primer elemento: 1. Hay un último elemento: n. Una serie de propiedades.

30 es libre de cuadrados

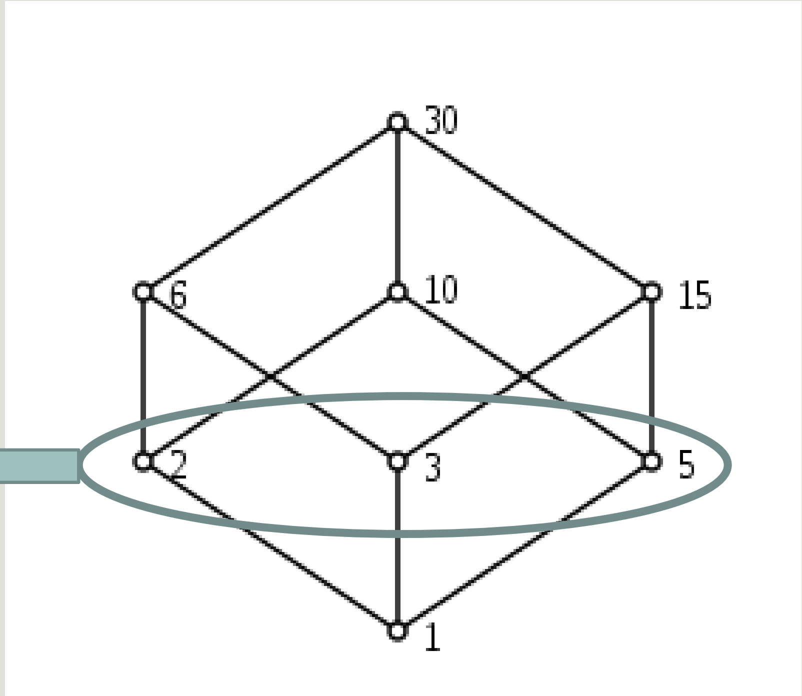
30	2
15	3
5	5
1	1

Div(30=2.3.5) = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}

~15 = 2

$6 \wedge 10 = mcd(6, 10) = 2$

$6 \vee 10 = mcm(6, 10) = 60/2 = 30$



átomos

Relación Orden Parcial

- Reflexiva $x|x \; \forall x$
- Antisimétrica $\forall x \neq y \Rightarrow x|y \wedge y \nmid x$
- Transitiva $x|y \wedge y|z \Rightarrow x|z$

Prop: $mcm(a,b) \cdot mcd(a,b) = a \cdot b$

Notación: $a|b$ "a divide a b"

$\mathcal{P}(A) = \{\phi, \dots, A\}$

$A = \{\dots\}$

$A \cap \mathcal{P}(A) = A$

$A \cup \mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(A)$

Propiedades → Sistema con propiedades

Conmut

(B1): $A \cup B = B \cup A$ — $x \vee y = y \vee x \to mcm(x, y) = mcm(y, x)$

(B2): $A \cap B = B \cap A$ — $x \wedge y = y \wedge x \to mcd(x, y) = mcd(y, x)$

Distributiva

(B3): $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ — $x \vee (\underbrace{y \wedge z}_{w}) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$ — $mcm(x, mcd(y,z)) = mcd(mcm(x,y); mcm(x,z))$

(B4): $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ — $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$ — $mcd(x, mcm(y,z)) = mcm(mcd(x,y), mcd(x,z))$

Elemento Neutro

(B5): $A \cup \varnothing = A$ — $x \vee 1 = x \to mcm(1, x) = x$

(B6): $A \cap P(A) = A$ — $x \wedge n = x \to mcd(x, n) = x$

(B7): $A \cup A^c = P(A)$ — $x \vee \sim x = n \to mcm(x, \sim x) = n \to \sim x = cociente(n, x)$

(B8): $A \cap A^c = \varnothing$ — $x \wedge \sim x = 1 \to mcd(x, \sim x) = 1 \to \sim x = cociente(n, x)$

~~Como consecuencia~~

Ej: $mcm(5, 6) = 30$ y $mcd(5, 6) = 1$

$\sim 5 = cociente(30, 5)$

$15 \vee \sim 15 = mcm(15, 2) = 30 = n$

$cociente(30, 15) = 2$

$15 \wedge \sim 15 = mcd(15, 2) = 1$

Asociativa

(B9): $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

(B10): $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Leyes de De Morgan

- $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
- $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

Algebra de Boole

binarios → unaria → último elemento

(B, $\underbrace{\vee, \wedge}_{}$, ~, 0, 1) es la notación habitual para un Algebra de Boole.

1er elemento

En un Algebra de Boole se cumplen las leyes de De Morgan:

(M1): $\sim (x \vee y) = \sim x \wedge \sim y$

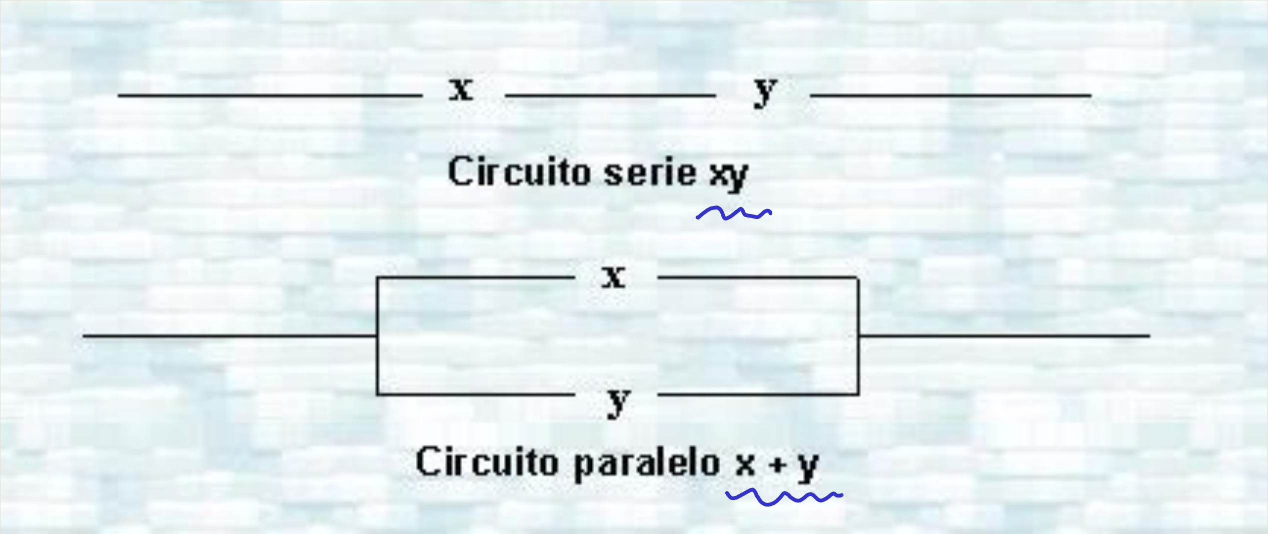
(M2): $\sim (x \wedge y) = \sim x \vee \sim y$

Los ejemplos dados son Algebras de Boole finitas → admiten representación gráfica → Diagrama de Hasse.

Algebra de los interruptores

Supongamos que los valores de entrada 1, 0 corresponden respectivamente a las posiciones ON y OFF de los interruptores de un circuito mientras que los valores 1, 0 del interior representan la salida o no de corriente.

Entonces + representa un circuito con dos interruptores en paralelo y · representa un circuito con dos interruptores en serie, x e y variables o estados que pueden tomar valores 1 (ON, pasa corriente), 0 (OFF, no pasa corriente):



15.1 Funciones de conmutación

Un interruptor eléctrico puede encenderse (pasa la corriente) o apagarse (no pasa la corriente). Dispositivos de dos estados. El interruptor eléctrico se relaciona con la lógica de dos valores de verdad.

(binarios) (unaria)

Sea B = {0, 1}, definimos la suma, producto, complemento para los elementos de B como:

$(B, +, \cdot, \bar{\ }, 0, 1)$

Definen las operaciones

a) **0 + 0 = 0** ; 0 + 1 = 1 ; 1 + 0 = 1 ; 1 + 1 = 1
b) 0 . 0 = 0 = 0 . 1 = 1. 0 ; **1 . 1 = 1**
c) $\bar{0} = 1$; $\bar{1} = 0$

Una variable x es una variable booleana si x toma valores de B.
Consecuencia: x + x = x ; x . x = x → Propiedades de idempotencia: 0+0=0 ; 1+1=1 ; 0.0=0 ; 1.1=1
Si x e y son variables booleanas, entonces:

1) **x + y = 0 ⇔ x = y = 0**
2) **x . y = 1 ⇔ x = y = 1**

Funciones Booleanas

Si $n \in \mathbb{Z}^+$, entonces $B^n = \{(b_1, b_2, \ldots, b_n) \,/ b_i \in \overset{B}{\{0, 1\}}\ para\ todo\ i\}$. Una función $f\colon B^n \to B$ es una función de conmutación o función booleana.

Ejemplo de función booleana: $f\colon B^3 \to B$ definida como $f(x, y, z) = xy + z$

$\#B^3 = (\#B)^3 = 2^3 = 8$

x	y	z	$f(x,y,z) = xy + z$
0	0	0	0.0 + 0 = 0
0	0	1	0.0 + 1 = 1 ✓
0	1	0	0.1 + 0 = 0
0	1	1	0.1 + 1 = 1 ✓
1	0	0	1.0 + 0 = 0
1	0	1	1.0 + 1 = 1 ✓
1	1	0	1.1 + 0 = 1
1	1	1	1.1 + 1 = 1 ✓

Dominio de f $\left\{ (0,0,0), (0,0,1), (0,1,0), (0,1,1), (1,0,0), (1,0,1), (1,1,0), (1,1,1) \right.$

Recordar
$0 = 0 + 0$
$1 = 1 . 1$

Recordar:

$0+0=0$

$1\cdot 1=1$

Funciones Booleanas

Completa la tabla para las funciones:

$h(x,y,z) = x + z$, $\forall y$ $\quad h: B^3 \to B$

- $m(x,y,z) = xy\bar{z}$

$J(x, y) = xy + \bar{x}$ $\quad J: B^2 \to B$ $\quad 2^2=4$ renglones

f1(x, y, z, w) = **1** $\quad f1: B^4 \to B$

$2^4=16$ renglones tiene la tabla

16 elementos tiene el dominio y todas las imagenes iguales a 1

x	y	$xy+\bar{x}$
0	0	$0.0+1=1$
0	1	$0.1+1=1$
1	0	$1.0+0=0$
1	1	$1.1+0=1$

x	y	z	h(x,y,z)	m(x,y,z)
0	0	0	0	0.0.1 = 0
0	0	1	1	0.0.0= 0
0	1	0	0	0.1.1 = 0
0	1	1	1	0.1.0= 0
1	0	0	1	1.0.1 = 0
1	0	1	1	1.0.0= 0
1	1	0	1	1.1.1= 1
1	1	1	1	1.1.0= 0

Funciones Booleanas - Definiciones

Definición. Para $n \in \mathbb{Z}^+, n \geq 2$, sean $f, g\colon B^n \to B$ dos funciones booleanas de las n variables booleanas $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Decimos que f y g son iguales (escribimos $f = g$) si las columnas para f, g (en sus respectivas tablas de función) para las mismas entradas $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ de un total de 2^n entradas, son exactamente las mismas.

Ejemplo de funciones booleanas iguales: $f\colon B^3 \to B$ definida como $f(x, y, z) = xy + z$, $f\colon B^3 \to B$ definida como $\mathrm{g}(x, y, z) = \overline{(\bar{x} + \bar{y})\bar{z}}$

x	y	z	$f(x,y,z) = xy + z$	$\mathrm{g}(x,y,z) = \overline{(\bar{x} + \bar{y})\bar{z}}$
0	0	0	0.0 + 0 = 0	$\overline{(1+1).1} = \bar{1}$=0
0	0	1	0.0 + 1 = 1	$\overline{(1+1).0} = \bar{0}$=1
0	1	0	0.1 + 0 = 0	$\overline{(1+0).1} = \bar{1}$=0
0	1	1	0.1 + 1 = 1	$\overline{(1+0).0} = \bar{0}$=1
1	0	0	1.0 + 0 = 0	$\overline{(0+1).1} = \bar{1}$=0
1	0	1	1.0 + 1 = 1	$\overline{(0+1).0} = \bar{0}$=1
1	1	0	1.1 + 0 = 1	$\overline{(0+0).1} = \bar{0}$=1
1	1	1	1.1 + 1 = 1	$\overline{(0+0).0} = \bar{0}$=1

Funciones Booleanas - Definiciones

Definición. Para $n \in \mathbb{Z}^+, n \geq 2$, sea $f\colon\ B^n \to B$ una función booleana, entonces el complemento de f , que se denota $\bar{f}$, es la función booleana definida sobre B^n como:

$\bar{f}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \overline{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}$

Ejemplo de funciones booleanas complementarias $f\colon\ B^3 \to B$ definida como $f(x, y, z) = xy + z$, $\bar{f}\colon\ B^3 \to B$ definida como $\bar{f}(x, y, z) = \overline{\mathrm{xy} + \mathrm{z}}$

x	y	z	$f(x, y, z) = xy + z$	$\bar{f}(x, y, z) = \overline{xy + z}$
0	0	0	0.0 + 0 = 0	$\bar{0}$=1
0	0	1	0.0 + 1 = 1	$\bar{1}$=0
0	1	0	0.1 + 0 = 0	$\bar{0}$=1
0	1	1	0.1 + 1 = 1	$\bar{1}$=0
1	0	0	1.0 + 0 = 0	$\bar{0}$=1
1	0	1	1.0 + 1 = 1	$\bar{1}$=0
1	1	0	1.1 + 0 = 1	$\bar{1}$=0
1	1	1	1.1 + 1 = 1	$\bar{1}$=0

Funciones Booleanas - Definiciones - Operaciones entre funciones

Definición. Para $n \in \mathbb{Z}^+$, sean $f, g\colon\ B^n \to B$ dos funciones booleanas de las n variables booleanas $x_1, x_2, \dots, x_n$. Definimos la adición y multiplicación entre funciones booleanas como:

$$(f+g)(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$(f.g)(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n).\, g(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Observación: tres operaciones complemento (unaria) y adición, multiplicación (binarias).

Ejemplo: Adición de funciones booleanas

$f, g: B^3 \to B$ definidas como $f(x,y,z) = xy + yz$; $g(x,y,z) = \bar{x} + \bar{z} = \overline{xz}$

Construir la función $h = f + g \to h(x,y,z) = xy + yz + \overline{xz}$

$J = f \cdot \bar{g} \to J(x,y,z) = (xy+yz) \cdot \overline{\overline{xz}}$

x	y	z	$f(x,y,z) = xy + yz = y(x+z)$	$g(x,y,z) = \overline{xz}$	$h(x,y,z)$	$J(x,y,z)$
0	0	0	0.(0+0)=0	$\overline{0.0}$=1	0+1=1	$0.\bar{1} = 0.0 = 0$
0	0	1	0.(0 + 1) = 0	$\overline{0.1}$=1	0+1=1	$0.\bar{1} = 0$
0	1	0	1.(0 + 0) = 0	$\overline{0.0}$=1	0+1=1	$0.\bar{1} = 0$
0	1	1	1.(0 + 1) = 1	$\overline{0.1}$=1	1+1=1	$1.\bar{1} = 0$
1	0	0	0.(1 + 0) = 0	$\overline{1.0}$=1	0+1=1	$0.\bar{1} = 0$
1	0	1	0.(1 + 1) = 0	$\overline{1.1}$=0	0+0=0	$0.\bar{0} = 0$
1	1	0	1.(1 + 0) = 1	$\overline{1.0}$=1	1+1=1	$1.\bar{1} = 0$
1	1	1	1.(1 + 1) = 1	$\overline{1.1}$=0	1+0=1	$1.\bar{0} = 1$

Leyes como consecuencia de las operaciones

Tabla 15.2

1)	$\bar{\bar{f}} = f$	$\bar{\bar{x}} = x$	Ley del *doble complemento*
2)	$\overline{f+g} = \bar{f}\bar{g}$	$\overline{x+y} = \bar{x}\bar{y}$	Leyes de *DeMorgan*
	$\overline{fg} = \bar{f}+\bar{g}$	$\overline{xy} = \bar{x}+\bar{y}$	
3)	$f+g = g+f$	$x+y = y+x$	Leyes *conmutativas*
	$fg = gf$	$xy = yx$	
4)	$f+(g+h) = (f+g)+h$	$x+(y+z) = (x+y)+z$	Leyes *asociativas*
	$f(gh) = (fg)h$	$x(yz) = (xy)z$	
5)	$f+gh = (f+g)(f+h)$	$x+yz = (x+y)(x+z)$	Leyes *distributivas*
	$f(g+h) = fg+fh$	$x(y+z) = xy+xz$	
6)	$f+f = f$	$x+x = x$	Leyes de *idempotencia*
	$ff = f$	$xx = x$	
7)	$f+\mathbf{0} = f$	$x+0 = x$	Leyes de *identidad* (neutro)
	$f\cdot\mathbf{1} = f$	$x\cdot 1 = x$	
8)	$f+\bar{f} = \mathbf{1}$	$x+\bar{x} = 1$	Leyes de los *inversos*
	$f\bar{f} = \mathbf{0}$	$x\bar{x} = 0$	
9)	$f+\mathbf{1} = \mathbf{1}$	$x+1 = 1$	Leyes de *dominación*
	$f\cdot\mathbf{0} = \mathbf{0}$	$x\cdot 0 = 0$	
10)	$f+fg = f$	$x+xy = x$	Leyes de *absorción*
	$f(f+g) = f$	$x(x+y) = x$	

$x(x+y) = xx + xy = x + xy = x$

Observaciones: **0** no es el valor 0 es la función idénticamente nula, **1** (en negritas) es la función idénticamente 1 de valor de salida.

La propiedad 5 de la tabla contiene dos propiedades:

s: $f + gh = (f+g)(f+h)$

s^d: $f(g+h) = fg + fh$

La primera proposición es s, y la segunda es su dual, se cambia . → + ; + → .

10)	$f + fg = f$	$x + xy = x$	Leyes de *absorción*
	$f(f+g) = f$	$x(x+y) = x$	

Uso de las Leyes - Simplificaciones

Simplificar la expresión:

$$xy + (x+y)\bar{z} + y = xy + x\bar{z} + y\bar{z} + y = y + x\bar{z} \longrightarrow \text{SIMPLIFICADO}$$

dist

Absorción

$$xy + (x+y)\bar{z} + y = y + x\bar{z} = (y+x)(y+\bar{z})$$

	$f(gh) = (fg)h$	$x(yz) = (xy)z$	
5)	$f + gh = (f+g)(f+h)$	$x + yz = (x+y)(x+z)$	Leyes *distributivas*
	$f(g+h) = fg + fh$	$x(y+z) = xy + xz$	
6)	$f + f = f$	$x + x = x$	Leyes de *idempotencia*

$$(y+x)(y+\bar{z}) = yy + y\bar{z} + xy + x\bar{z} = y + y\bar{z} + xy + x\bar{z}$$
$$= y + x\bar{z}$$

Pensamiento similar:

(a+b)(a+b) = a.a+a.b+b.a+b.b (Producto de sumas – Suma de productos) fnd → Suma de conjunciones fundamentales

Forma Normal Disyuntiva (fnd)

Definición. Para $n \in \mathbb{Z}^+$, si $f\colon B^n \to B$ es una función booleana sobre las n variables booleanas $x_1, x_2, \dots, x_n$.

a) Cada x_i o su complemento $\bar{x}_i$ es un literal

b) Un término de la forma $y_1 y_2 \dots y_n$ donde cada $y_i = x_i$ o su complemento $\bar{x}_i$ es una conjunción fundamental

c) Una representación de f como una suma de conjunciones fundamentales es una forma normal disyuntiva (fnd) de la función booleana

Observación: Toda función booleana tiene una única forma de representación como una fnd.

falta z o $\bar{z}$

falta x o $\bar{x}$

Ejemplos:

$f(x,y,z) = xy + yz$ no está expresada en su fnd no tiene conjunciones fundamentales en todos sus términos.

$g(x,y,z) = xyz + \bar{x}y\bar{z}$ está en su fnd, cada término es una conjunción fundamental, tiene a las tres variables x_i o su complemento $\bar{x}_i$

conjunciones fundamentales

Forma Normal Disyuntiva (fnd) – Suma de mintérminos

falta z o $\bar{z}$ — falta x o $\bar{x}$

Ejemplo: Si $f(x,y,z) = xy + yz$ no está expresada en su fnd no tiene conjunciones fundamentales fundamentales en todos sus términos, veamos la tabla de valores y reescribimos la función como una SUMA DE CONJUNCIONES FUNDAMENTALES:

FORMA 1: Modificando la función (propiedades)

$$f(x,y,z) = xy + yz \overset{(*)}{=} xyz + xy\bar{z} + yz$$

$$\overset{(**)}{=} xyz + xy\bar{z} + xyz + \bar{x}yz$$

$$= xyz + xy\bar{z} + xyz + \bar{x}yz$$

$$\overset{\text{Idemp.}}{=} xyz + xy\bar{z} + \bar{x}yz$$

Suma de tres conjunciones fundam.

$$f(x,y,z) = \underbrace{xyz + xy\bar{z} + \bar{x}yz}_{\text{fnd de } f} = \sum m(3,6,7)$$

Suma de mintérminos

FORMA 2: Tabla

x 2^2	y 2^1	Z 2^0	$f(x,y,z) = xy + yz = y(x+z)$		Etiqueta en binario
0	0	0	0.(0+0)=0		0
0	0	1	0.(0 + 1) = 0		1
0	1	0	1.(0 + 0) = 0		2
0	1	1	1.(0 + 1) = 1	$\bar{0}.1.1=1$ $\bar{x}yz$	3
1	0	0	0.(1 + 0) = 0		4
1	0	1	0.(1 + 1) = 0		5
1	1	0	1.(1 + 0) = 1	$1.1.\bar{0}=1$ $xy\bar{z}$	6
1	1	1	1.(1 + 1) = 1	$1.1.1=1$ xyz	7

(*) $xy = xy.1 = xy(z+\bar{z}) = xyz + xy\bar{z}$

(**) $yz = 1.yz = (x+\bar{x})yz = xyz + \bar{x}yz$

Problema dual: Forma normal conjuntiva (fnc)

- En lugar de tener **conjunciones fundamentales** (xyz) → disyunciones fundamentales $(x + y + z)$
- 1 → 0 en tabla busco "0"
- Forma normal disyuntiva → forma normal conjuntiva
- Suma de mintérminos fundamentales → Producto de maxtérminos fundamentales

Forma Normal Conjuntiva (fnc) – Producto de maxtérminos

Ejemplo: Si $f(x,y,z) = xy + yz$ no está expresada en su fnc

Forma 1: usando propiedades

$$f(x,y,z) = xy + yz = (x+z)y = (x+\bar{y}+z)(x+y+z)(x+y)(\bar{x}+y)$$

$$f(x,y,z) = (x+\bar{y}+z)(x+y+z)(x+y+z)(x+y+\bar{z})(\bar{x}+y+z)(\bar{x}+y+\bar{z})$$

$$\boldsymbol{f(x,y,z) = (x+\bar{y}+z)(x+y+z)(x+y+\bar{z})(\bar{x}+y+z)(\bar{x}+y+\bar{z})}$$

Forma 2: usando la Tabla

x	y	z	$f(x,y,z) = xy + yz$		Etiqueta en binario
0	0	0	0.(0+0)=0	0 + 0 + 0 = 0 $x+y+z$	0
0	0	1	0.(0 + 1) = 0	0 + 0 + $\bar{1}$ = 0 $x+y+\bar{z}$	1
0	1	0	1.(0 + 0) = 0	0 + $\bar{1}$ + 0 = 0 $x+\bar{y}+z$	2
0	1	1	1.(0 + 1) = 1	$\bar{x}yz$	3
1	0	0	0.(1 + 0) = 0	$\bar{1}$ + 0 + 0 = 0 $\bar{x}+y+z$	4
1	0	1	0.(1 + 1) = 0	$\bar{1}$ + 0 + $\bar{1}$ = 0 $\bar{x}+y+\bar{z}$	5
1	1	0	1.(1 + 0) = 1	$xy\bar{z}$	6
1	1	1	1.(1 + 1) = 1	xyz	7

Producto de Disyunciones Fundamentales

Hay 5 factores y la Tabla tiene 5 ceros

$$f(x,y,z) = \prod M(0,1,2,\ 4,5)$$

Producto de maxtérminos

Ejemplos- escribir la expresión simplificada de cada una de estas funciones.

Tarea Simplifica

$f(x,y,z) = \sum m(1,3,5,7) = \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}yz + x\bar{y}z + xyz \rightarrow$ ¿?

dualidad

$g(x,y,z) = \prod M(4,6,7) = (\bar{x}+y+z)(\bar{x}+\bar{y}+z)(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}) = \sum m(0,1,2,3,5) \rightarrow$ ¿?

Busca "0" Busca los "1"

x 2^2	y 2^1	Z 2^0	Etiqueta en binario	$f(x,y,z)= \sum m(1,3,5,7)$		$g(x,y,z)= \prod M(4,6,7)$	
0	0	0	0				
0	0	1	1	1	$\bar{0}\bar{0}1=1$ $\bar{x}\bar{y}z$		
0	1	0	2				
0	1	1	3	1	$\bar{0}\cdot1\cdot1=1$ $\bar{x}yz$		
1	0	0	4			0	$\bar{1}+0+0=0$ $\bar{x}+y+z$
1	0	1	5	1	$1\cdot\bar{0}\cdot1=1$ $x\bar{y}z$		
1	1	0	6			0	$\bar{1}+\bar{1}+0=0$ $\bar{x}+\bar{y}+z$
1	1	1	7	1	$1\cdot1\cdot1=1$ xyz	0	$\bar{0}+\bar{0}+\bar{0}=0$ $\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}$

Ejercicios. Sección 15.1

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.