Matemática Discreta

Vaira, Stella - Fedonczuk, Miguel
Colliard, David - Cottonaro, Mariana

Lic en Sistemas de Información - FCyT - UADER

2022

Unidad 2: Lenguaje – Máquinas de estados finitos. (Parte 2)

Analicemos el funcionamiento de una máquina expendedora de chicles en blister:

- Posee dos tipos de chicles: Menta (M) y Fruta (F).
- El costo de cada uno es 20 centavos de dolar.
- La máquina acepta monedas de 5, 10 y 25 centavos; y devuelve el cambio.
- Posee dos botones que se presionan luego de insertar las monedas: BM y BF, para obtener M y F, respectivamente.

Representa el funcionamiento de la máquina expendedora de chicles

	Siguiente estado					Salida				
Input →	5c	10c	25c	BM	BF	5c	10c	25c	BM	BF
Posee 0c (s_0)										
Posee 5c (s_1)										
Posee 10c (s_2)										
Posee 15c (s_3)										
Posee 20c (s_4)										

MÁQUINAS DE ESTADOS FINITOS

Analicemos el funcionamiento de una máquina expendedora de chicles en blister:

- Posee dos tipos de chicles: Menta (M) y Fruta (F).
- El costo de cada uno es 20 centavos de dolar.
- La máquina acepta monedas de 5, 10 y 25 centavos; y devuelve el cambio.
- Posee dos botones que se presionan luego de insertar las monedas: BM y BF, para obtener M y F, respectivamente.

Representa el funcionamiento de la máquina expendedora de chicles

	Siguiente estado					Salida				
Input →	5c	10c	25c	BM	BF	5c	10c	25c	BM	BF
Posee 0c (s_0)	s_1					n				
Posee 5c (s_1)	s_2					n				
Posee 10c (s_2)	s_3					n				
Posee 15c (s_3)	s_4					n				
Posee 20c (s_4)	s_4					$5c$				

Analicemos el funcionamiento de una máquina expendedora de chicles en blister:

- Posee dos tipos de chicles: Menta (M) y Fruta (F).
- El costo de cada uno es 20 centavos de dolar.
- La máquina acepta monedas de 5, 10 y 25 centavos; y devuelve el cambio.
- Posee dos botones que se presionan luego de insertar las monedas: BM y BF, para obtener M y F, respectivamente.

Representa el funcionamiento de la máquina expendedora de chicles

	Siguiente estado					Salida				
Input →	5c	10c	25c	BM	BF	5c	10c	25c	BM	BF
Posee 0c (s_0)	s_1	s_2				n	n			
Posee 5c (s_1)	s_2	s_3				n	n			
Posee 10c (s_2)	s_3	s_4				n	n			
Posee 15c (s_3)	s_4	s_4				n	$5c$			
Posee 20c (s_4)	s_4	s_4				$5c$	$10c$			

MÁQUINAS DE ESTADOS FINITOS

Analicemos el funcionamiento de una máquina expendedora de chicles en blister:

- Posee dos tipos de chicles: Menta (M) y Fruta (F).
- El costo de cada uno es 20 centavos de dolar.
- La máquina acepta monedas de 5, 10 y 25 centavos; y devuelve el cambio.
- Posee dos botones que se presionan luego de insertar las monedas: BM y BF, para obtener M y F, respectivamente.

Representa el funcionamiento de la máquina expendedora de chicles

	Siguiente estado					Salida				
Input →	5c	10c	25c	BM	BF	5c	10c	25c	BM	BF
Posee 0c (s_0)	s_1	s_2	s_4			n	n	$5c$		
Posee 5c (s_1)	s_2	s_3	s_4			n	n	$10c$		
Posee 10c (s_2)	s_3	s_4	s_4			n	n	$15c$		
Posee 15c (s_3)	s_4	s_4	s_4			n	$5c$	$20c$		
Posee 20c (s_4)	s_4	s_4	s_4			$5c$	$10c$	$25c$		

Analicemos el funcionamiento de una máquina expendedora de chicles en blister:

- Posee dos tipos de chicles: Menta (M) y Fruta (F).
- El costo de cada uno es 20 centavos de dolar.
- La máquina acepta monedas de 5, 10 y 25 centavos; y devuelve el cambio.
- Posee dos botones que se presionan luego de insertar las monedas: BM y BF, para obtener M y F, respectivamente.

Representa el funcionamiento de la máquina expendedora de chicles

	Siguiente estado					Salida				
Input $\rightarrow$	5c	10c	25c	BM	BF	5c	10c	25c	BM	BF
Posee 0c (s_0)	s_1	s_2	s_4	s_0		n	n	$5c$	n	
Posee 5c (s_1)	s_2	s_3	s_4	s_1		n	n	$10c$	n	
Posee 10c (s_2)	s_3	s_4	s_4	s_2		n	n	$15c$	n	
Posee 15c (s_3)	s_4	s_4	s_4	s_3		n	$5c$	$20c$	n	
Posee 20c (s_4)	s_4	s_4	s_4	s_0		$5c$	$10c$	$25c$	M	

Analicemos el funcionamiento de una máquina expendedora de chicles en blister:

- Posee dos tipos de chicles: Menta (M) y Fruta (F).
- El costo de cada uno es 20 centavos de dolar.
- La máquina acepta monedas de 5, 10 y 25 centavos; y devuelve el cambio.
- Posee dos botones que se presionan luego de insertar las monedas: BM y BF, para obtener M y F, respectivamente.

Representa el funcionamiento de la máquina expendedora de chicles

	Siguiente estado					Salida				
Input →	5c	10c	25c	BM	BF	5c	10c	25c	BM	BF
Posee 0c (s_0)	s_1	s_2	s_4	s_0	s_0	n	n	$5c$	n	n
Posee 5c (s_1)	s_2	s_3	s_4	s_1	s_1	n	n	$10c$	n	n
Posee 10c (s_2)	s_3	s_4	s_4	s_2	s_2	n	n	$15c$	n	n
Posee 15c (s_3)	s_4	s_4	s_4	s_3	s_3	n	$5c$	$20c$	n	n
Posee 20c (s_4)	s_4	s_4	s_4	s_0	s_0	$5c$	$10c$	$25c$	M	F

Las principales características de esta máquina son las siguientes:

1. Cantidad finita de estados (*estados internos*). En un instante dado, la memoria total disponible de la máquina es el conocimiento del estado interno en el que se encuentra en ese instante.
2. Número finito de símbolos de *entrada*, que se conocen como el *alfabeto de entrada* $\mathscr{I}$
3. Por cada combinación de entradas y estados internos se determina una *salida* y un *estado siguiente*. El conjunto finito de todas las salidas posibles constituyen el *alfabeto de salida* $\mathscr{O}$ de la máquina.
4. Suponemos que los procesos secuenciales están sincronizados por pulso de reloj separados y distintos y que la máquina opera de manera determinística. La salida queda determinada por el estado inicial y la secuencia de entrada.

Máquinas de estados finitos

Una máquina de estados finitos es una 5-upla $M = (S, \mathscr{I}, \mathscr{O}, \nu, \omega)$, donde S es el conjunto de estados internos de M; $\mathscr{I}$ es el alfabeto de entrada de M; $\mathscr{O}$ es el alfabeto de salida de M; $\nu : S \times \mathscr{I} \to S$ es la función siguiente estado; y $\omega : S \times \mathscr{I} \to \mathscr{O}$ es la función de salida.

Ejemplo 1

Para el ejemplo de la máquina expendedora de chicles, determinar los elementos S, $\mathscr{I}$ y $\mathscr{O}$, y mostrar dos elementos de cada una de las funciones ν y ω.

Resolución

$$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$$

$$\mathscr{O} = \{n, 5c, 10c, 15c, 20c, 25c, M, F\}$$

$$\mathscr{I} = \{5c, 10c, 25c, BF, BM\}$$

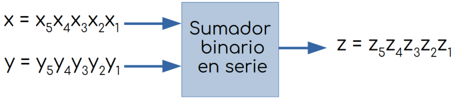
$$\nu(s_0, 10c) = s_2 \qquad \omega(s_0, 10c) = n$$

$$\nu(s_4, BF) = s_0 \qquad \omega(s_4, BF) = F$$

Ejemplo 2

Un *sumador binario en serie* es una máquina de estados finitos que podemos usar para obterner $x + y$, donde x e y seran dos cadenas binarias de igual longitud, y garanticen el espacio suficiente para completar la suma.

Así, si $x = x_5x_4x_3x_2x_1 = 00111$ e $y = y_5y_4y_3y_2y_1 = 01101$



$$\begin{array}{rccccc}
 & & (1) & (1) & (1) & (1) \quad \leftarrow \text{acarreo} \\
x = & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
+\ y = & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
z = & 1 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{array}$$

Observe que $x_1 = y_1 = 1$ y $z_1 = 0$, mientras que $x_3 = y_3 = 1$ pero $z_3 = 1$ por el *acarreo* de la suma de $x_2 + y_2$. Por lo tanto la salida depende de la suma de dos entradas y de la habilidad de recordar un acarreo de 0 o 1.

Determine los elementos S, $\mathscr{I}$ y $\mathscr{O}$, y muestre dos elementos de cada una de las funciones ν y ω. Luego complete la tabla de estados.

Resolución

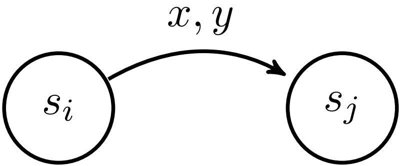
$S = \{s_0, s_1\}$ $\qquad$ $\mathscr{I} = \{00, 01, 10, 11\}$ $\qquad$ $\mathscr{O} = \{0, 1\}$

	ν				ω			
	00	01	10	11	00	01	10	11
s_0	s_0	s_0	s_0	s_1	0	1	1	0
s_1	s_0	s_1	s_1	s_1	1	0	0	1

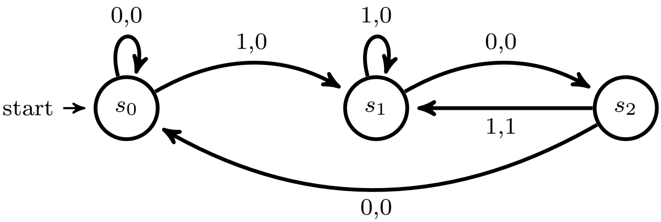
Otra forma de representar a las máquinas de estados finitos es un *diagramas de estados*.

Se representa mediante un círculo con s dentro de él. Para representar la transición de s_i a s_j utilizamos una arista dirigida (o arco) como se puede ver en la figura siguiente, donde $\forall x \in \mathscr{I}$ y $\forall y \in \mathscr{O}$:

$$\nu(s_i, x) = s_j \qquad\qquad \omega(s_i, x) = y$$



Ejemplo 3
Considere la máquina de estados finitos $M = (S, \mathscr{I}, \mathscr{O}, \nu, \omega)$, donde $S = \{s_0, s_1, s_2\}$, $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$.
Dada su representación en diagramas de estado, completar la tabla de estados.



Resolución

	ν		ω	
	0	1	0	1
s_0	s_0	s_1	0	0
s_1	s_2	s_1	0	0
s_2	s_0	s_1	0	1

Ejemplo 4
Realice el diagrama de estados para la máquina de estados finitos del sumador binario en series anteriormente visto.

	ν				ω			
	00	01	10	11	00	01	10	11
s_0	s_0	s_0	s_0	s_1	0	1	1	0
s_1	s_0	s_1	s_1	s_1	1	0	0	1

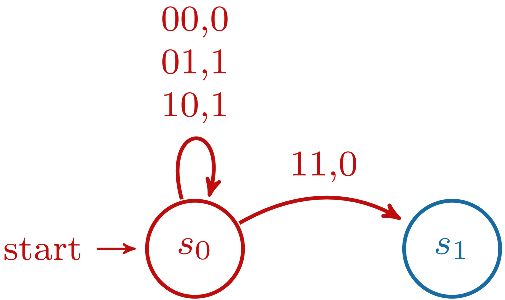
Resolución

Ejemplo 4

Realice el diagrama de estados para la máquina de estados finitos del sumador binario en series anteriormente visto.

	ν				ω			
	00	01	10	11	00	01	10	11
s_0	s_0	s_0	s_0	s_1	0	1	1	0
s_1	s_0	s_1	s_1	s_1	1	0	0	1

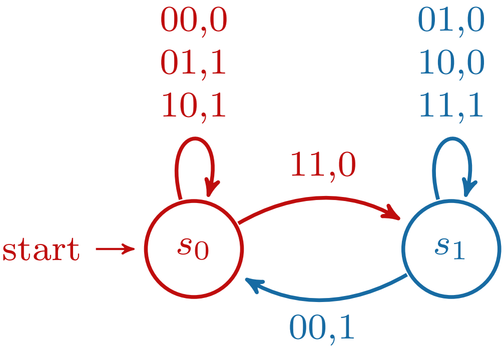
Resolución



Ejemplo 4
Realice el diagrama de estados para la máquina de estados finitos del sumador binario en series anteriormente visto.

	ν				ω			
	00	01	10	11	00	01	10	11
s_0	s_0	s_0	s_0	s_1	0	1	1	0
s_1	s_0	s_1	s_1	s_1	1	0	0	1

Resolución



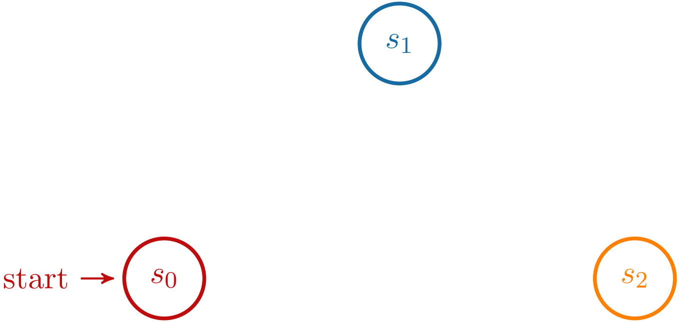
Actividades propuestas

Para realizar las actividades prácticas correspondientes a este apartado te sugerimos realizar los siguientes ejercicios del capítulo 6, apartado 6.2 (Página 333) del libro *Matemática Discreta de Ralph Grimaldi* que se encuentra en el campus virtual:

1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9

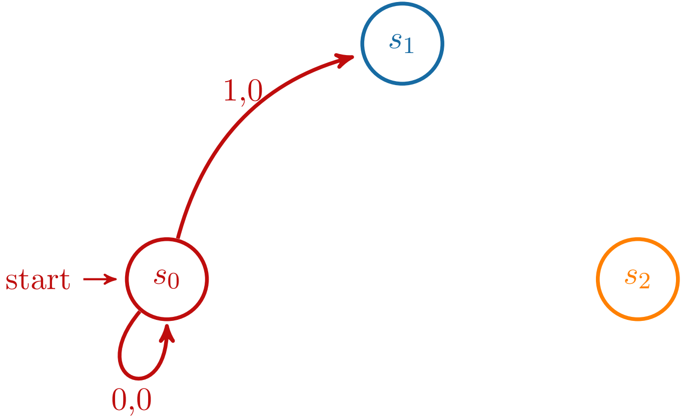
Ejemplo 5
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya una máquina de estados finitos que reconozca cada aparición de la secuencia 111 al encontrarla en cualquier cadena de entrada $x \in \mathscr{I}^*$. Por ejemplo, si $x = 1110101111$, su salida correspondiente debe ser 0010000011. En otras palabras, esta máquina es un reconocedor del lenguaje $A = \{0, 1\}^*\{111\}$.
Como se puede observar, esta máquina permite *solapamiento*.

Resolución



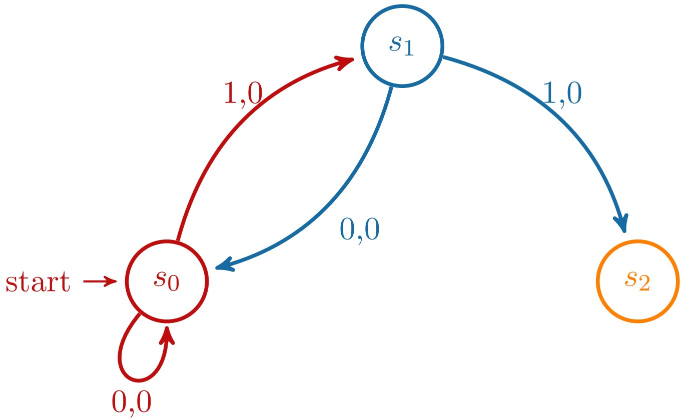
Ejemplo 5
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya una máquina de estados finitos que reconozca cada aparición de la secuencia 111 al encontrarla en cualquier cadena de entrada $x \in \mathscr{I}^*$. Por ejemplo, si $x = 1110101111$, su salida correspondiente debe ser 0010000011. En otras palabras, esta máquina es un reconocedor del lenguaje $A = \{0, 1\}^*\{111\}$.
Como se puede observar, esta máquina permite *solapamiento*.

Resolución



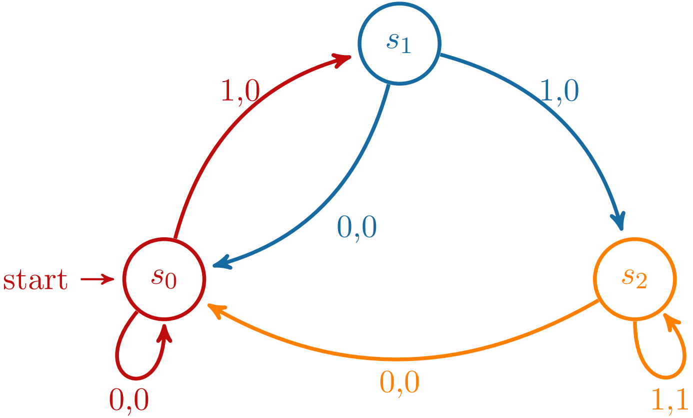
Ejemplo 5
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0,1\}$, construya una máquina de estados finitos que reconozca cada aparición de la secuencia 111 al encontrarla en cualquier cadena de entrada $x \in \mathscr{I}^*$. Por ejemplo, si $x = 1110101111$, su salida correspondiente debe ser 0010000011. En otras palabras, esta máquina es un reconocedor del lenguaje $A = \{0,1\}^*\{111\}$.
Como se puede observar, esta máquina permite *solapamiento*.

Resolución



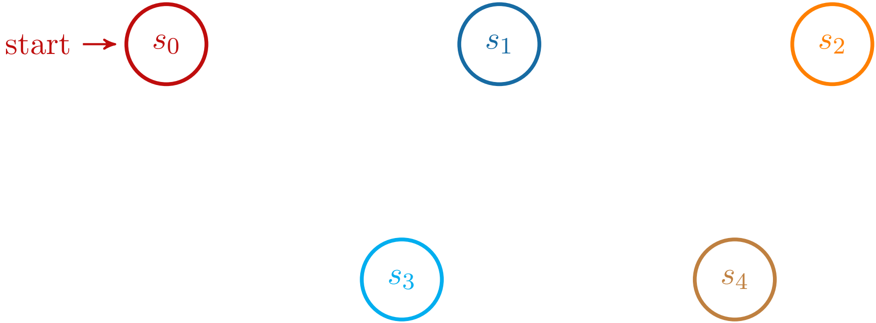
Ejemplo 5
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya una máquina de estados finitos que reconozca cada aparición de la secuencia 111 al encontrarla en cualquier cadena de entrada $x \in \mathscr{I}^*$. Por ejemplo, si $x = 1110101111$, su salida correspondiente debe ser 0010000011. En otras palabras, esta máquina es un reconocedor del lenguaje $A = \{0, 1\}^*\{111\}$.
Como se puede observar, esta máquina permite *solapamiento*.

Resolución



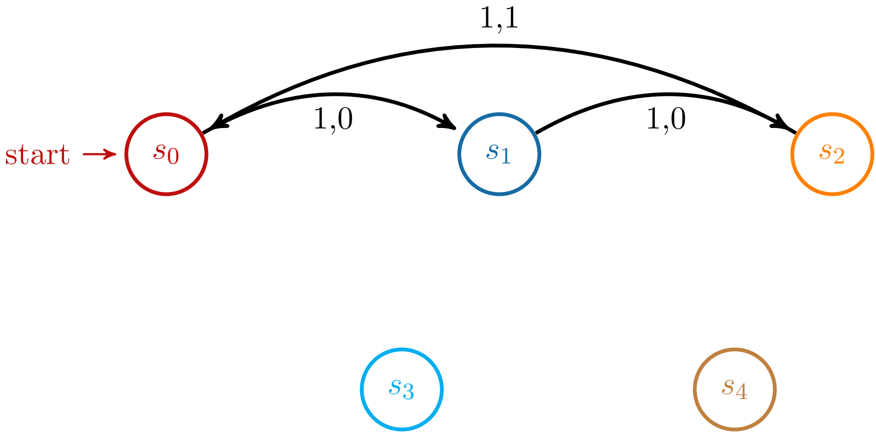
Ejemplo 6
Construya una máquina de estados finitos que reconozca la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.

Resolución



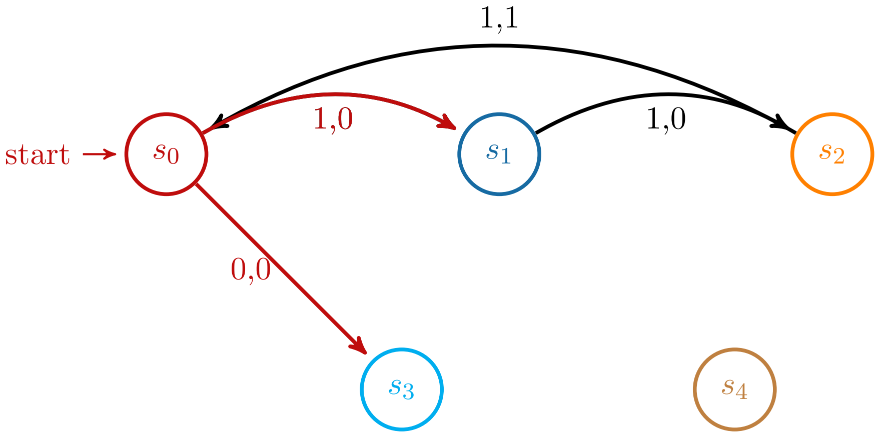
Ejemplo 6
Construya una máquina de estados finitos que reconozca la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.

Resolución



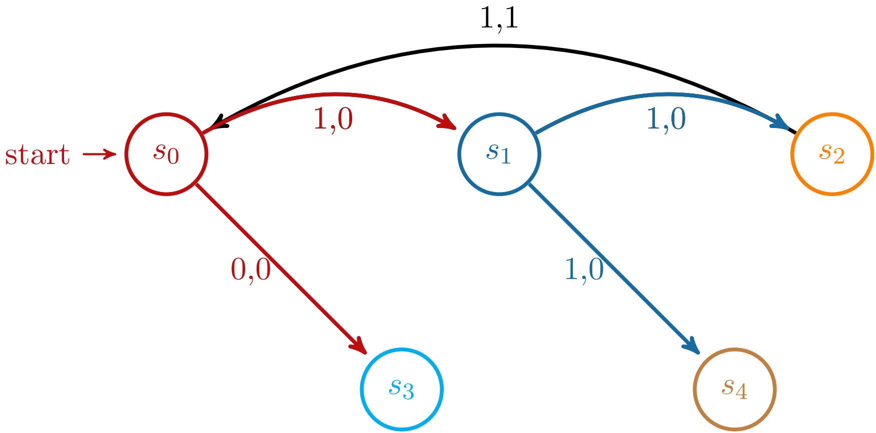
Ejemplo 6
Construya una máquina de estados finitos que reconozca la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.

Resolución



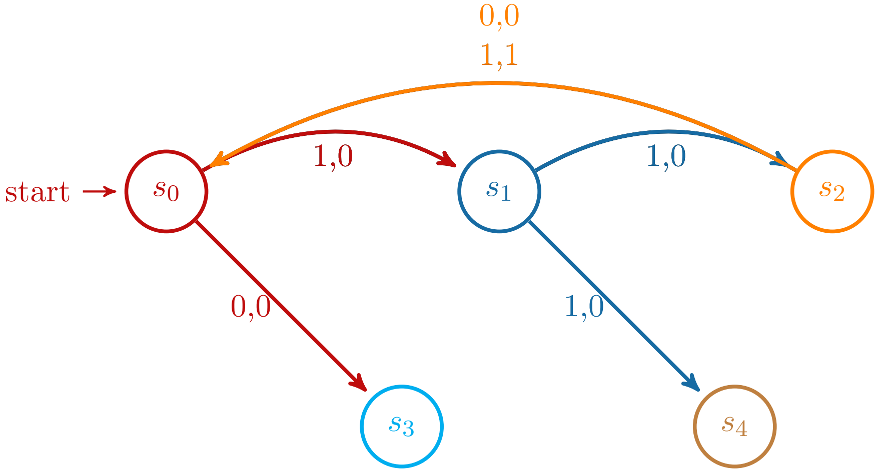
Ejemplo 6
Construya una máquina de estados finitos que reconozca la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.

Resolución



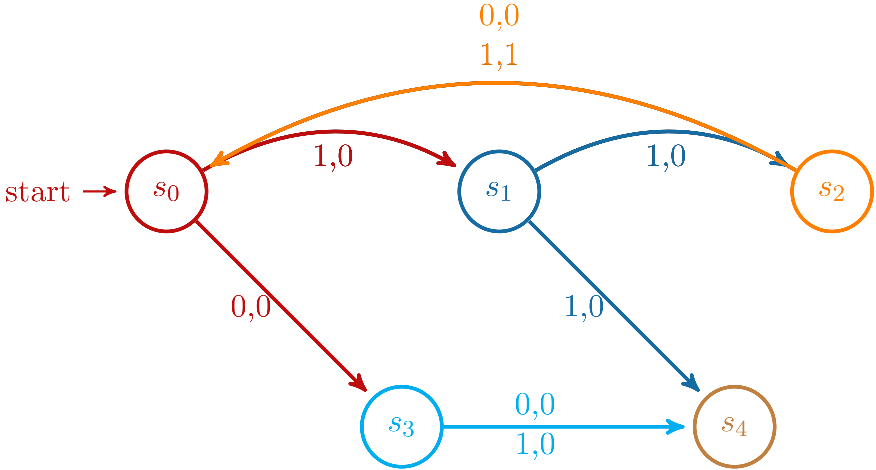
Ejemplo 6
Construya una máquina de estados finitos que reconozca la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.

Resolución



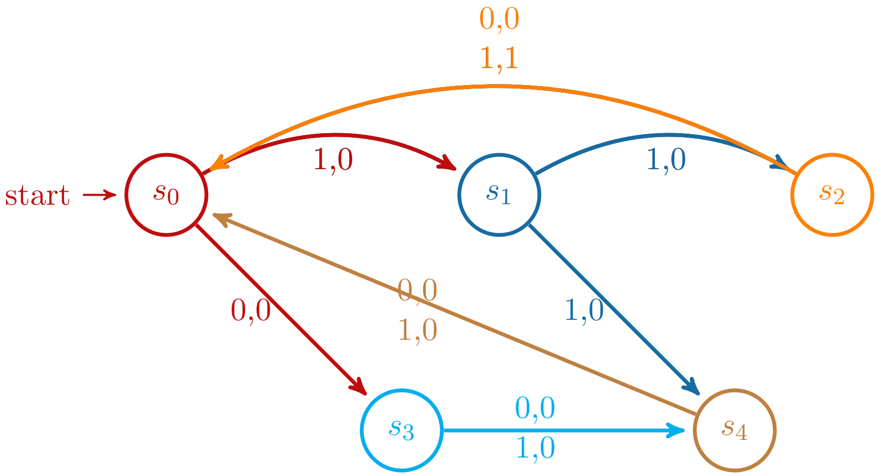
Ejemplo 6
Construya una máquina de estados finitos que reconozca la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.

Resolución



Ejemplo 6
Construya una máquina de estados finitos que reconozca la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.

Resolución



Ejemplo 7

Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

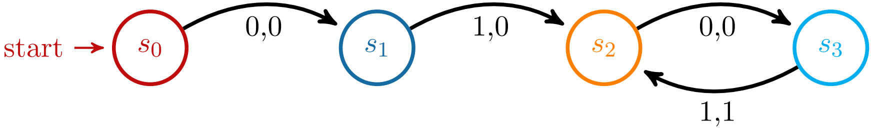
Resolución

(a) La máquina admite solapamiento

Ejemplo 7
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Resolución

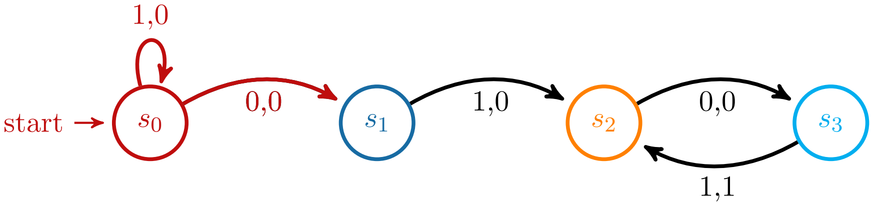
(a) La máquina admite solapamiento



Ejemplo 7
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Resolución

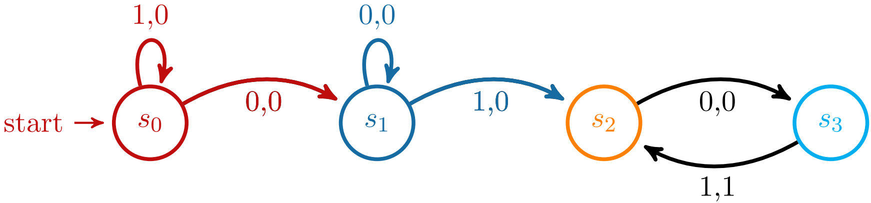
(a) La máquina admite solapamiento



Ejemplo 7
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Resolución

(a) La máquina admite solapamiento

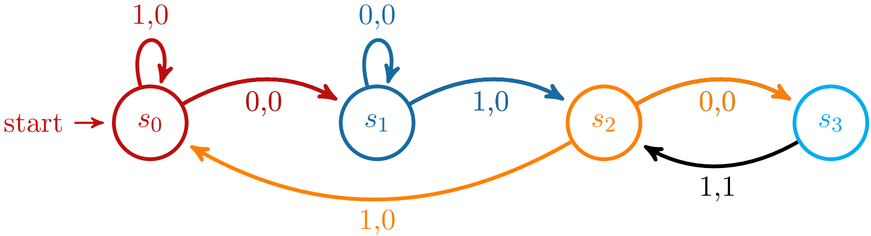


Ejemplo 7

Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Resolución

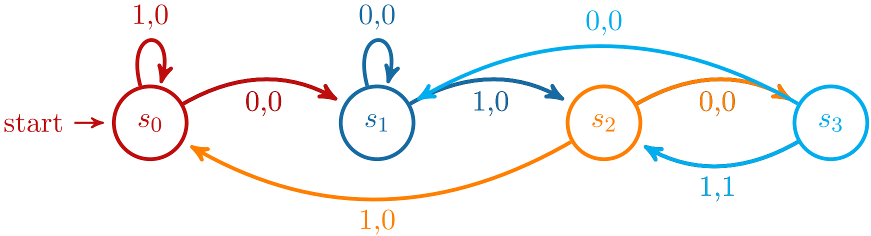
(a) La máquina admite solapamiento



Ejemplo 7
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Resolución

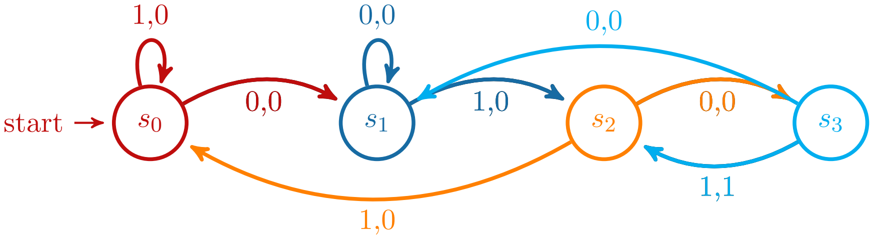
(a) La máquina admite solapamiento



Ejemplo 7
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Resolución

(a) La máquina admite solapamiento



$$\nu(s_0, 01010100101) = s_2$$

$$\omega(s_0, 01010100101) = 00010100001$$

Ejemplo 7
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

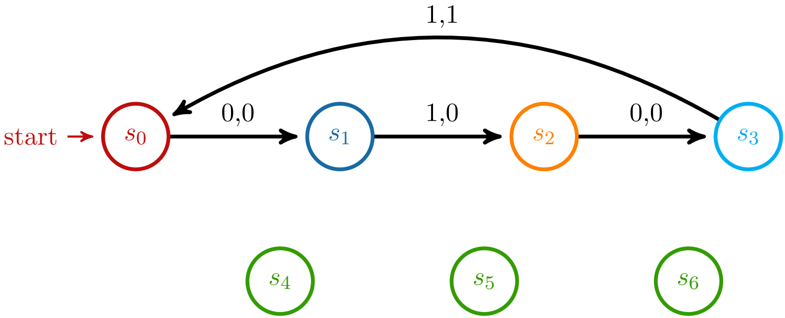
Resolución

(b) Reconozca 0101 en la posición 4k-ésima

Ejemplo 7
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Resolución

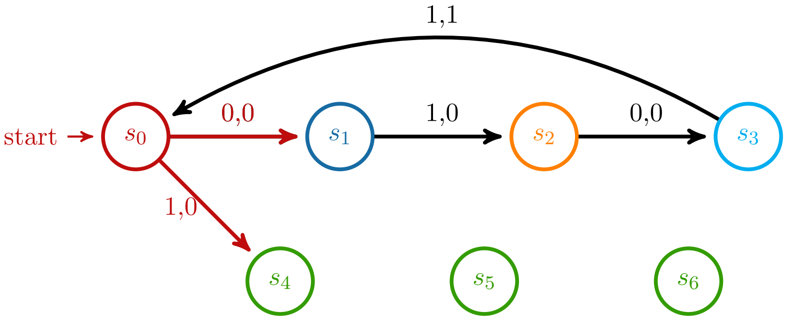
(b) Reconozca 0101 en la posición 4k-ésima



Ejemplo 7
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Resolución

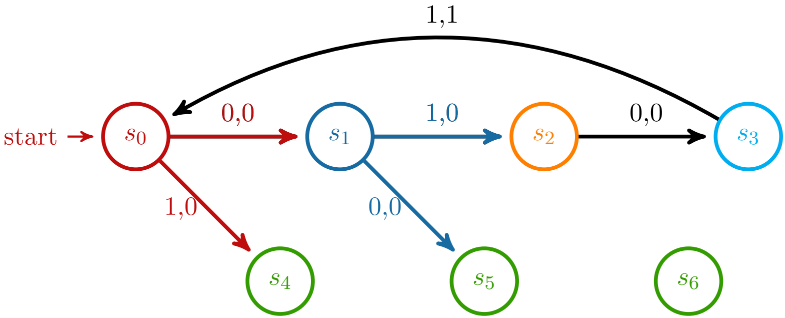
(b) Reconozca 0101 en la posición 4k-ésima



Ejemplo 7
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Resolución

(b) Reconozca 0101 en la posición 4k-ésima

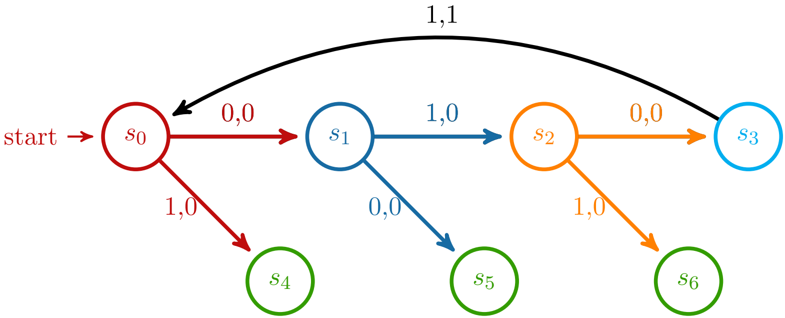


Ejemplo 7

Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Resolución

(b) Reconozca 0101 en la posición 4k-ésima

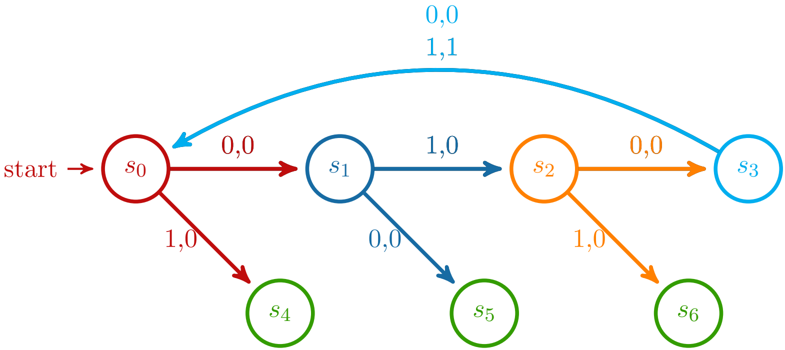


Ejemplo 7

Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Resolución

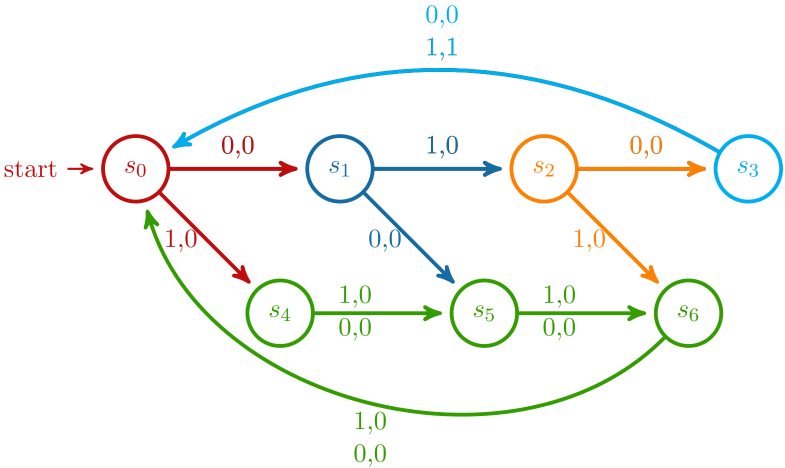
(b) Reconozca 0101 en la posición 4k-ésima



Ejemplo 7
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Resolución

(b) Reconozca 0101 en la posición 4k-ésima

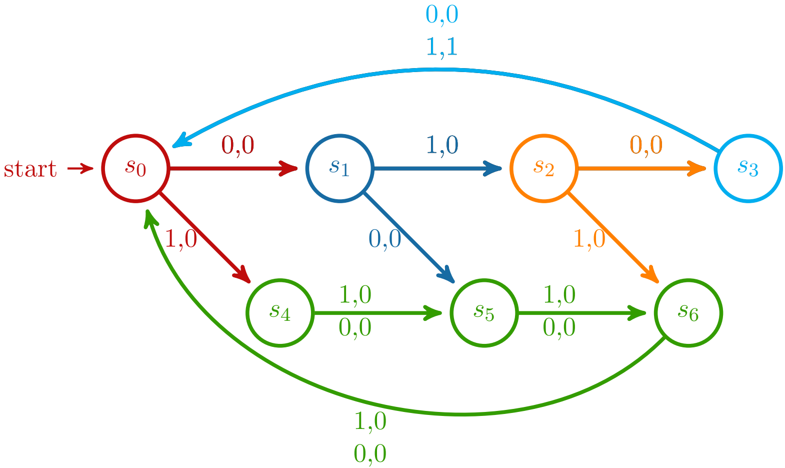


Ejemplo 7

Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

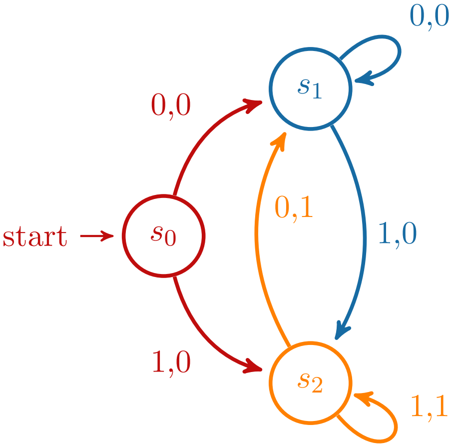
Resolución

(b) $\nu(s_0, 01010100101) = s_6$ $\qquad$ $\omega(s_0, 01010100101) = 00010000000$



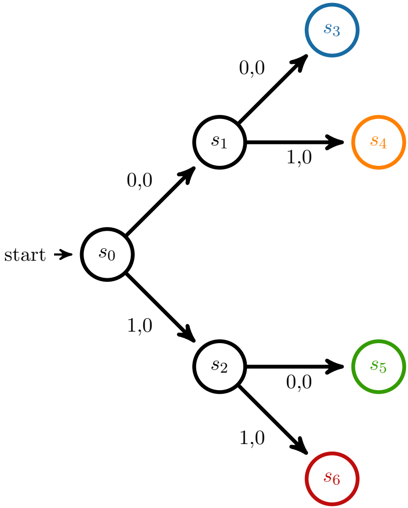
Ejemplo 8
Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$ construya una máquina de estados finitos que retarde una posición respecto a la entrada. Por ejemplo, $\omega(s_0, 011100) = 001110$.
Esta máquina se conoce como *máquina de retardo unitario*.

Resolución



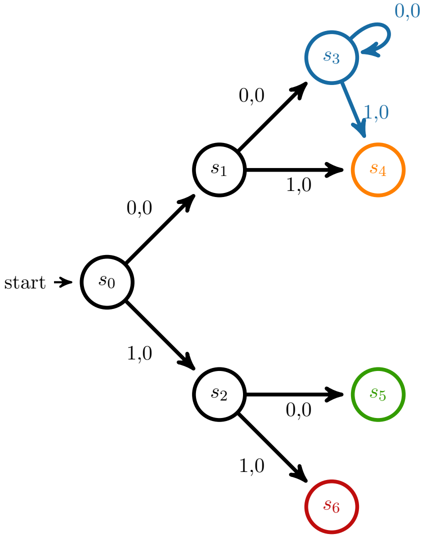
Ejemplo 9

Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya una máquina de estados finitos que retarde dos posiciones respecto a una entrada dada. Por ejemplo, $\omega(s_0, 0110100) = 0001101$.



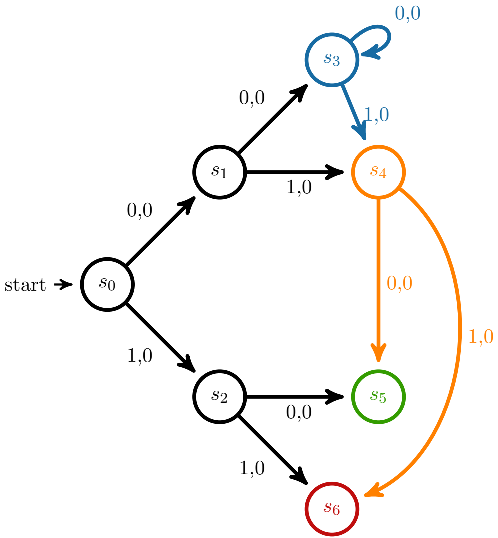
Ejemplo 9

Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya una máquina de estados finitos que retarde dos posiciones respecto a una entrada dada. Por ejemplo, $\omega(s_0, 0110100) = 0001101$.



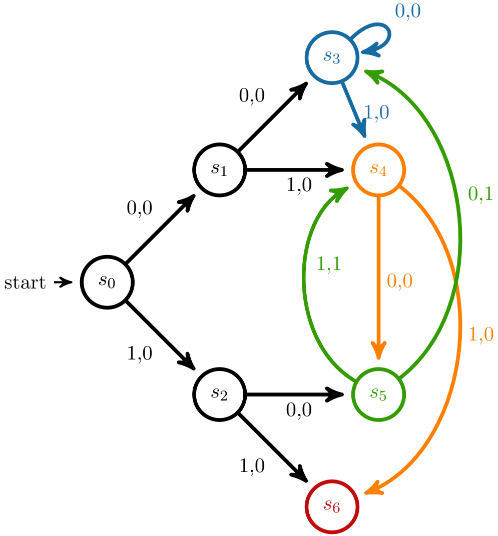
Ejemplo 9

Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya una máquina de estados finitos que retarde dos posiciones respecto a una entrada dada. Por ejemplo, $\omega(s_0, 0110100) = 0001101$.



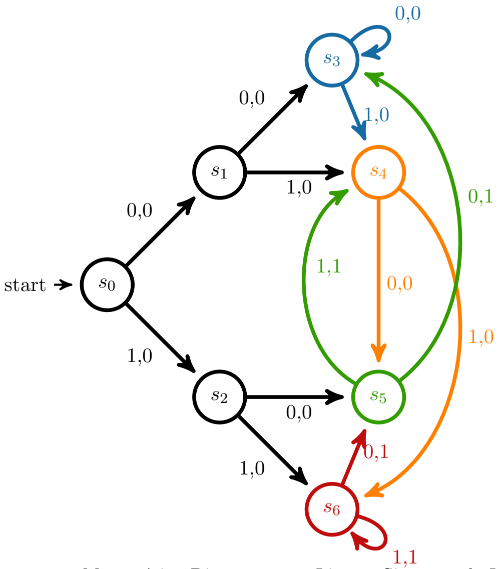
Ejemplo 9

Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya una máquina de estados finitos que retarde dos posiciones respecto a una entrada dada. Por ejemplo, $\omega(s_0, 0110100) = 0001101$.



Ejemplo 9

Dados $\mathscr{I} = \mathscr{O} = \{0, 1\}$, construya una máquina de estados finitos que retarde dos posiciones respecto a una entrada dada. Por ejemplo, $\omega(s_0, 0110100) = 0001101$.



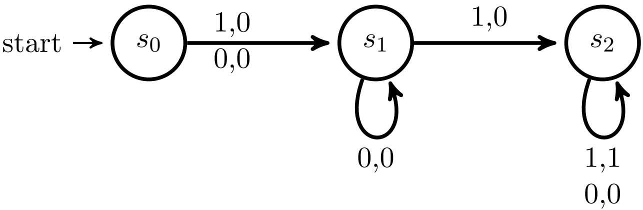
Definiciones 1

Sea $M = (S, \mathscr{I}, \mathscr{O}, \nu, \omega)$ una máquina de estados finitos.

- Para $s_i, s_j \in S$, se dice que s_j *se puede alcanzar desde* s_i si $s_i = s_j$ o si existe una entrada $x \in \mathscr{I}$ tal que $\nu(s_i, x) = s_j$.
- Un estado $s \in S$ es *transitorio* si $\nu(s, x) = s$ para $x \in \mathscr{I}^*$ implica $x = \lambda$; es decir, no existe $x \in \mathscr{I}^+$ tal que $\nu(s, x) = s$.
- Un estado $s \in S$ es *estado sumidero*, si $\nu(s, x) = s$, para $x \in \mathscr{I}^*$.

Ejemplo 1

s_0 es transitorio s_2 es sumidero



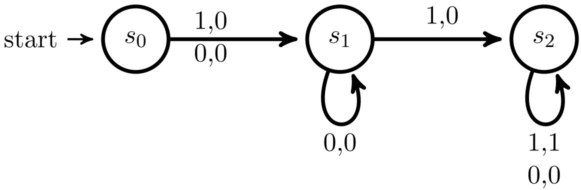
Definiciones 2

Sea $M = (S, \mathscr{I}, \mathscr{O}, \nu, \omega)$ una máquina de estados finitos.

- Sea $S_1 \subseteq S, \mathscr{I}_1 \subseteq \mathscr{I}$. Si $\nu_1 = \nu|_{S_1 \times \mathscr{I}_1} : S_1 \times \mathscr{I}_1 \to S_1$, con $\omega_1 = \omega|_{S_1 \times \mathscr{I}_1}$, entonces $M_1 = (S_1, \mathscr{I}_1, \mathscr{O}_1, \nu_1, \omega_1)$ es una submáquina de M.
- Una máquina es *fuertemente conexa* si para cualquier estado $s_i, s_j \in S$, podemos alcanzar s_j desde s_i.

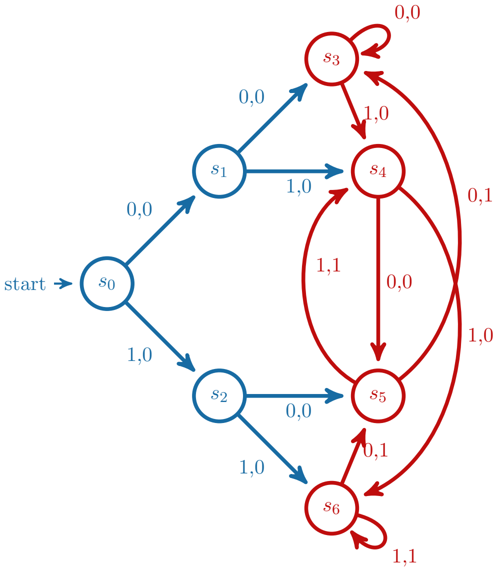
Ejemplo 2

$M_1 = (S_1, \mathscr{I}_1, \mathscr{O}_1, \nu_1, \omega_1)$ con $S_1 = \{s_1, s_2\}$ es una submáquina de M, aunque no fuertemente conexa ya que no se puede alcanzar s_1 desde s_2.



Ejemplo 3

La máquina de retardo 2 contiene una submáquina fuertemente conexa:
$M_1 = (S_1, \mathscr{I}_1, \mathscr{O}_1, \nu_1, \omega_1)$ con $S_1 = \{s_3, s_4, s_5, s_6\}$.
s_0, s_1 y s_2 son estados transitorios. No posee estados sumideros.



Actividades propuestas

Para realizar las actividades prácticas correspondientes a este apartado te sugerimos realizar los siguientes ejercicios del capítulo 6, apartado 6.3 (Página 342) del libro *Matemática Discreta de Ralph Grimaldi* que se encuentra en el campus virtual:

1, 2, 3, 5, 7