自控原理习题解答第二章

侯一凡

yfhou@xidian.edu.cn

《自动控制原理》

2014

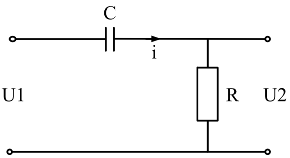


Figure:

根据克西霍夫定律，可以得到：

$$U_1 = Ri + \frac{1}{C}\int idt \qquad (1)$$

$$U_2 = Ri \qquad (2)$$

其中，i为流经电容C和电阻R的电流。将(2)带入(1)中，消去中间变量i，可得：

$$U_2 + \frac{1}{CR}\int U_2 dt = U_1 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{dU_2}{dt} + \frac{U_2}{RC} = \frac{dU_1}{dt}$$

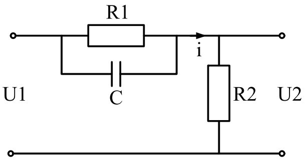


Figure:

$$U_2 = R_2 i \qquad (1)$$

$$i = \frac{U_{R_1}}{R_1} + C\frac{dU_2}{dt} \qquad (2)$$

$$U_C = U_{R_1} = U_2 - U_1 \qquad (3)$$

其中，i为流经R_2的电流。联立(1)，(2)，(3)，消去中间变量i：

$$C\left(\frac{dU_2}{dt} - \frac{dU_1}{dt}\right) + \frac{U_2 - U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$$

$$\frac{dU_2}{dt} + \left(\frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C}\right)U_2 = \frac{dU_1}{dt} + \frac{U_1}{R_1 C}$$

整理可得：

$$\frac{dU_2}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}U_2 = \frac{dU_1}{dt} + \frac{U_1}{R_1 C}$$

第二章2-1(c)

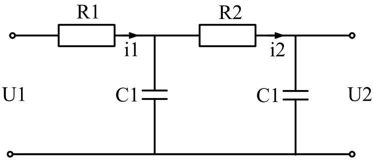


Figure:

增设中间变量i_1，i_2，U_{C_1}

$$U_2 = \frac{1}{C_2}\int i_2 dt \quad \Rightarrow \quad i_2 = C_2\frac{dU_2}{dt} \qquad (1)$$

$$U_{C_1} = U_2 + R_2 i_2 \qquad (2)$$

$$U_{C_1} = \frac{1}{C_1}\int (i_1 - i_2)dt \quad \Rightarrow \quad C_1\frac{dU_{C_1}}{dt} = i_1 - i_2 \qquad (3)$$

$$U_1 = R_1 i_1 + U_{C_1} \qquad (4)$$

联立（1）-（4），消去中间变量可得：

$$R_1 R_2 C_1 C_2 \frac{d^2 U_2}{dt} + (R_1 C_2 + R_1 C_2 + R_2 C_2)\frac{dU_2}{dt} + U_2 = U_1$$

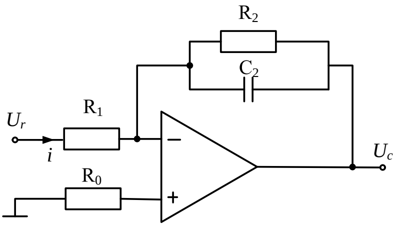


Figure:

由电路图可知，$U_- = U_+ = 0$，

$$i = \frac{U_r}{R_1} = -\frac{U_c}{R_2} - C_2\frac{dU_(C_2)}{dt}$$

整理可得:

$$\frac{U_r}{R+1} = -C_2\frac{dU_c}{dt} - \frac{U_c}{R_2}$$

传递函数为

$$\frac{U_c(S)}{U_r(S)} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{R_2C_2s+1}$$

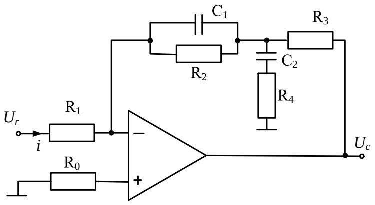


Figure:

由电路图可知，$U_- = U_+ = 0$，

利用复数阻抗直接列写网络的代数方程，求取传递函数。
电阻仍表示为R，电容C的复数阻抗为$\frac{1}{Cs}$，电感L的复数阻抗为Ls

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

$$Z_1 = R_1 \quad Z_2 = \{\frac{1}{C_1 s}||R_2||(\frac{1}{C_2 s}+R_4)\}+R_3$$

整理可得:

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = -\frac{R_2R_3R_4C_1C_2s^2 + (R_2R_3C_1 + R_2R_3C_2 + R_2R_4C_2 + R_3R_4C_3)s + R_2 + R_3}{R_1R_2R_4C_1C_2s^2 + (R_1R_2C_1 + R_1R_2C_1 + R_1R_4C_2)S + R_1}$$

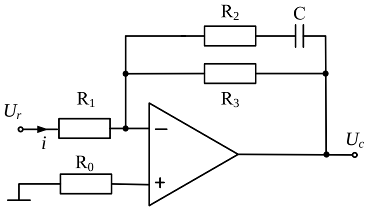


Figure:

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

$$Z_1 = R_1 \qquad Z_2 = \{(R_2 + \frac{1}{Cs})||R_3$$

整理可得:

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = -\frac{R_3}{R_1}\frac{R_2Cs+1}{(R_2+R_3)Cs+1}$$

将系统微分方程进行拉氏变换：

$$x_1(t) = r(t) - c(t) + n_1(t) \quad \Rightarrow \quad X_1(s) = R(s) - C(s) + N_1(s) \quad (1)$$

$$x_2(t) = K_1 x_1(t) \quad \Rightarrow \quad X_2(S) = K_1 X_1(s) \quad (2)$$

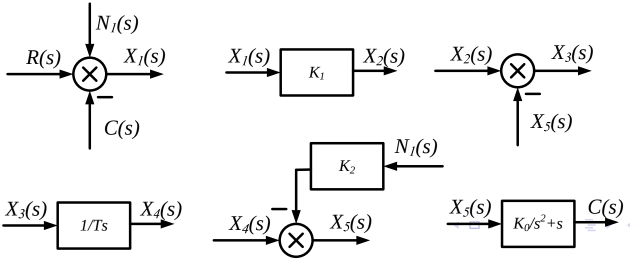
$$x_3(t) = x_2(t) - x_5(t) \quad \Rightarrow \quad X_3(s) = X_2(s) - X_5(s) \quad (3)$$

$$T\frac{dx_4(t)}{dt} = x_3(t) \quad \Rightarrow \quad TsX_4(s) = X_3(s) \quad (4)$$

$$x_5(t) = x_4(t) - K_2 n_2(t) \quad \Rightarrow \quad X_5(s) = X_4(s) - K_2 N_2(s) \quad (5)$$

$$K_0 x_5(t) = \frac{d^2c(t)}{dt^2} + \frac{dc(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad K_0 X_5(s) = (s^2 + s)C(s) \quad (6)$$

对应的局部动态结构图如下



整理可得到系统动态结构图为

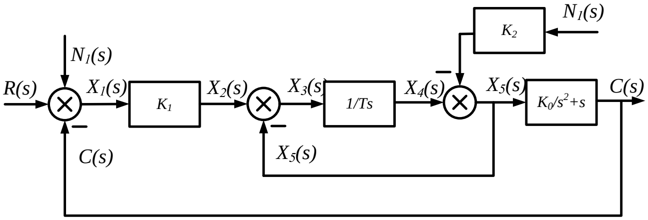


Figure:

前向回路传递函数为：$G(s) = \frac{K_0 K_1}{Ts^3+(T+1)s^2+S}$

闭环传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{K_0 K_1}{Ts^3+(T+1)s^2+S+K_0 K_1}$$

干扰$N_1(s)$单独作用时，等同于输入$R(s)$单独作用，则

$$\Phi_{N_1}(s) = \Phi(s)$$

干扰$N_2(s)$单独作用时，将动态结构图做如下变换，

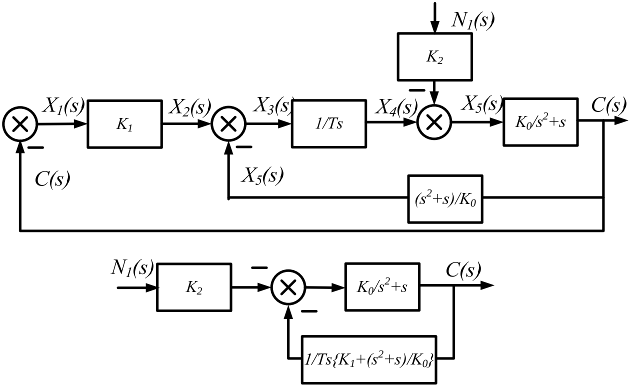


Figure:

$$\Phi_{N_2}(s) = -\frac{TK_0K_1s}{Ts^3+(T+1)s^2+S+K_0K_1}$$

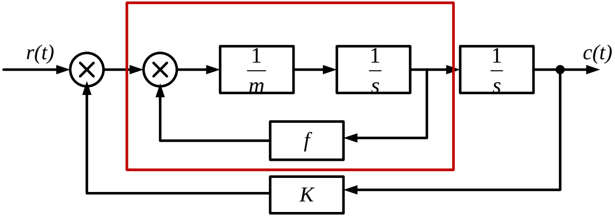


Figure:

先对红色方框内部进行串联等效和反馈回路等效，然后对方框外部进行回路等效，可得

$$\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\frac{1}{ms^2}+fs}{1+\frac{K}{ms^2+fs}}=\frac{1}{ms^2+fs+1}$$

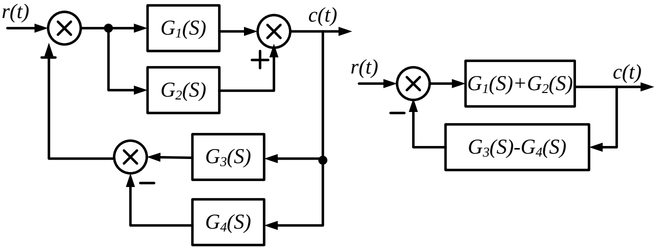


Figure:

先对前向回路和反馈回路的并联方框进行并联等效，得到右图所示结构图。在计算系统闭环传函为：

$$\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+(G_1(s)+G_2(s))(G_3(s)-G_4(s))}$$

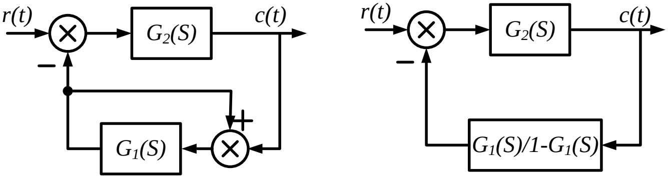


Figure:

先对反馈回路的反馈环节进行等效，得到右图所示结构图。再计算系统闭环传函为：

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + \frac{G_1(s)G_2(s)}{(1-G_1(s))}} = \frac{G_2(s) - G_1(s)G_2(s)}{1 - G_1(s) + G_1(s)G_2(s)}$$

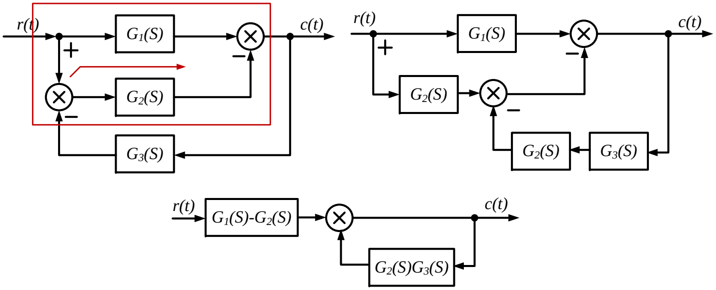


Figure:

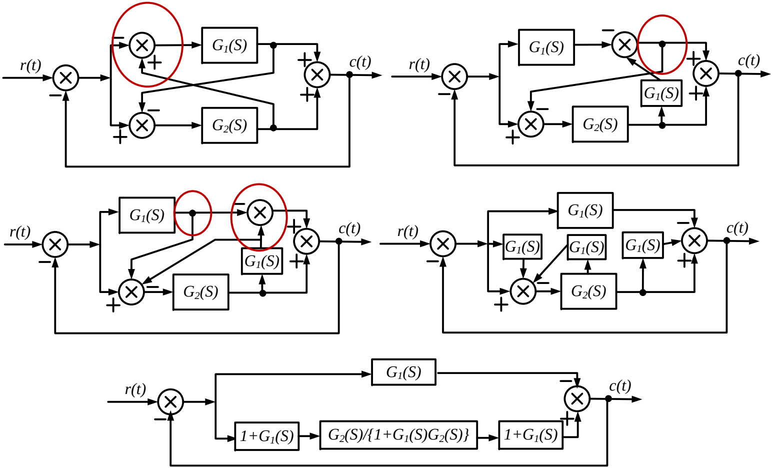
红色方框内综合点右移，得到右图所示动态图。

综合点合并，并联及串联等效，得到下图所示动态图。系统闭环传函为：

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s) - G_2(s)}{1 - G_2(s)G_3(s)}$$

第二章2-7(e)

(1) 红圈内综合点后移，得到右上图所示动态图；
(2) 分支点前移，得到中间左边动态图；
(3) 分支点、综合点分别前移和后移；
(4) 并联，反馈连接，串联等效后，得到下方所示动态图。



系统传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_2(s) - G_1(s) + 2G_1(s)G_2(s)}{1 + G_2(s) - G_1(s) + 3G_1(s)G_2(s)}$$

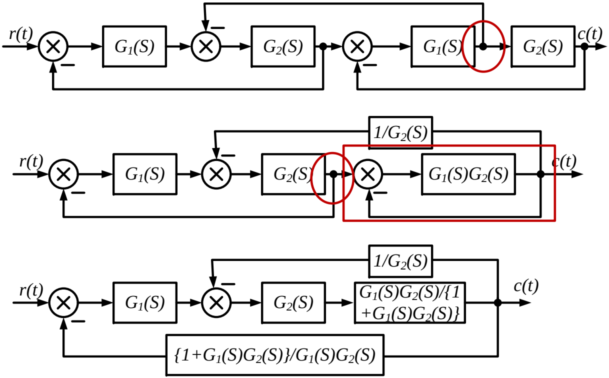


Figure:

化简过程如图所示，得到系统传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1^2(s)G_2^2(s)}{G_1^2(s)G_2^2(s) + 3G_1(s)G_2(s) + 1}$$

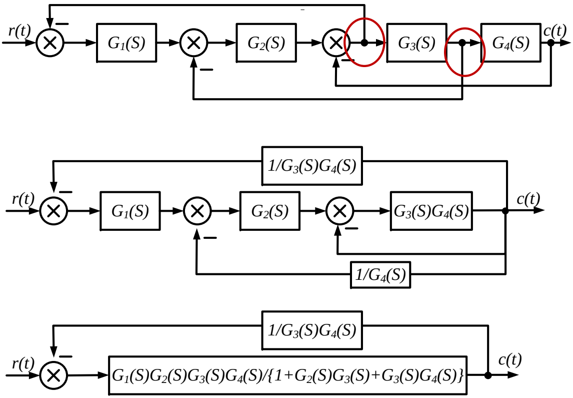


Figure:

化简过程如图所示，得到系统传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 + G_1(s)G_2(s) + G_2(s)G_3(s) + G_3(s)G_4(s)}$$

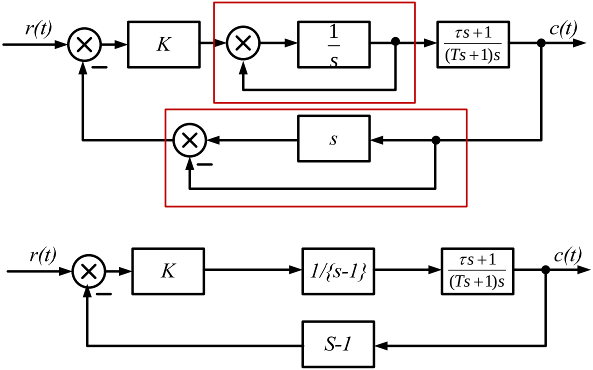


Figure:

化简过程如图所示，得到系统传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K(\tau s + 1)}{(s-1)\{(Ts+1)s + K(\tau s + 1)\}}$$

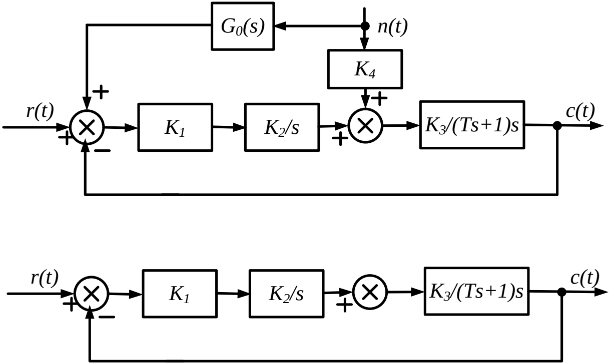


Figure:

当干扰为零时，系统动态图等效为下图，通过串联及反馈连接等效，得到系统在输入信号下的传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_1 K_2 K_3}{(Ts+1)s^2 + K_1 K_2 K_3}$$

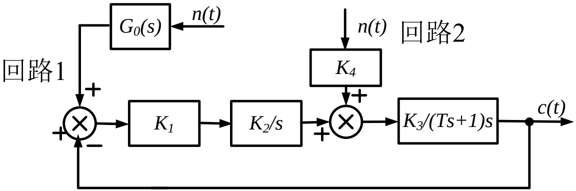


Figure:

令输入为零，系统动态图等效为下图，系统在干扰信号下的传递函数为：

回路1：

$$\frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_0(s)K_1K_2K_3}{(Ts+1)s^2 + K_1K_2K_3}$$

回路2：

$$\frac{C(s)}{N(s)} = \frac{K_3K_4s}{(Ts+1)s^2 + K_1K_2K_3}$$

系统在干扰信号下的传递函数为：

$$\frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_0(s)K_1K_2K_3 + K_3K_4s}{(Ts+1)s^2 + K_1K_2K_3}$$

系统在干扰信号下的传递函数为：

$$\frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_0(s)K_1K_2K_3 + K_3K_4s}{(Ts+1)s^2 + K_1K_2K_3}$$

若要消除干扰影响，则需 $\frac{C(s)}{N(s)} = 0$，得到

$$G_0(s)K_1K_2K_3 + K_3K_4s = 0$$

$$G_0 = -\frac{k_4S}{K_1k_2}$$

作业评分标准：

1. A+ 书写工整规范、推导过程详细、方法简洁、思路清晰、正确完整
2. A 书写认真规范、推导过程详细、思路清晰（部分明显难题可不完成）
3. A- 作业认真完成、推导过程完整、方法正确
4. B 完成作业，有推导过程
5. B- 基本完成作业，推到过程不完整
6. C 基本完成作业，书写不规范，难以看懂，无推导过程
7. D 作业书写潦草，完成作业态度差

作业中的问题：

1. 偷懒现象严重，只写“标准答案”，没有推导分析过程（考试时，只有结论没有过程只得1-2分，或不给分）；
2. 作业思路清晰，但是过程不详细；
3. 部分人作业如同草稿纸，公式符号、图形过于潦草，一般人无法看懂；
4. 过分相信别人的答案和方法，缺乏自身的思考和分析，甚至有直接抄袭的情况。

建议：

1. 自己动手完成作业，可以借鉴他人方法和思路，但需要自己理解明白；
2. 作业过程详细、表达清楚，利用用文字说明，公式推导过程，图表辅助来体现解题方法与思路（体现思路，结果失误也会有过程得分）；
3. 书写认真工整，体现良好学习态度。