

Úkol

1. Změřte moment setrvačnosti kola metodou kyvů.
2. Změřte moment setrvačnosti kola metodou otáčení pro různé hodnoty parametru α . Graficky znázorněte závislost $\omega = \omega(t)$ pro tři odlišné hodnoty parametru α .
3. Určete moment třecích sil M_t a moment setrvačnosti kola I_k korigovaný na nulovou hodnotu tření.
4. Graficky znázorněte závislost nekorigovaného momentu I^* na parametru α , do grafu vynesete chybové úsečky.

Teorie

Metoda kyvů

Pro realizaci metody kmitů zavěsíme na připravené místo na vnitřním obvodu kola kovové závaží. Tím se naruší rovnoměrné rozložení hmoty kola vůči ose a při vychýlení závaží do strany bude kolo vykonávat kmitavý pohyb. Pro malé výchylky lze psát [1]

$$I = ml \left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - l \right), \quad (1)$$

kde g je místní tíhové zrychlení, l vzdálenost hm. středu závaží od osy kola a m hmotnost závaží.

Metoda otáčení

Pro metodu otáčení je kolo opatřeno souosými válci. Na válcí je navinuto vlákno, na vlákne je zavěšeno závaží. V nezajištěném stavu bude kolo roztáčeno vlivem gravitačního působení na závaží. Pro ϵ úhlové zrychlení kola a r poloměr válce lze moment setrvačnosti bez úvahy tření vyjádřit jako [1]

$$I = mr^2 \left(\frac{g}{r\epsilon} - 1 \right). \quad (2)$$

Uvažujeme-li tření nezávislé na rychlosti otáčení kola, lze psát korigovaný moment setrvačnosti [1]

$$I_k = mr^2 \left(\frac{g}{r\epsilon} - 1 \right) - \frac{1}{\epsilon} M_T. \quad (3)$$

Označíme-li

$$I^* = mr^2 \left(\frac{g}{r\epsilon} - 1 \right) \quad (4)$$

a

$$\alpha = \frac{1}{\epsilon}, \quad (5)$$

lze psát [1]

$$I^* = I_k + \alpha M_T. \quad (6)$$

I_k a M_T určíme lineární regresí.

Úhlové zrychlení určíme lineární regresí závislosti $\omega = \epsilon t$. Úhlovou rychlost ω_i lze vyjádřit jako [1]

$$\omega_i = \frac{2\pi}{100\Delta t_i}. \quad (7)$$

Statistické vyhodnocení

Průměrná hodnota naměřených veličin při n měřeních je počítána podle vzorce aritmetického průměru [2]

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Statistická chyba σ_{stat} aritmetického průměru se získá ze vztahu [2]

$$\sigma_{stat} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}{\sqrt{n}}.$$

Absolutní chyba je potom získána z σ_{stat} a chyby měřidla $\sigma_{měř}$ jako [3]

$$\sigma_{abs} = \sqrt{\sigma_{měř}^2 + \sigma_{stat}^2}$$

Chyba výpočtů se řídí zákonem přenosu chyb [4], lineární regrese podle metody nejmenších čtverců [5].

Pomůcky

Posuvné měřidlo, pásové měřidlo, stopky, počítač, čítací zařízení, závaží, vlákno

Výsledky měření

Teplota [°C]	Tlak [hPa]	Vlhkost [% RH]
24.1	986.5	30

Tabulka 1: Podmínky měření

Úkol 1

Hmotnost závaží byla měřena na elektronických vahách.

$$m = (148.0 \pm 0.1) \text{ g}$$

Vzdálenost hmotného středu závaží od osy otáčení kola byla určena jako součet vzdálenosti hm. středu závaží od okraje tyče držící kolo a poloviny průměru této tyče. Z důvodu obtížného

způsobu měření a nepřesnému odhadu polohy hmotného středu závaží kvůli jeho nedokonalého tvaru byla určena poměrně vysoká nejistota měření.

$$l = (234 \pm 3) \text{ mm}$$

Perioda kmitů byla měřena stopkami s ručním spouštěním. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v následující tabulce.

	1	2	3	4	5	průměr	σ_{stat}	$\sigma_{měř}$	σ_{abs}
$10T[\text{s}]$	24.54	24.52	24.43	24.43	24.45	24.474	0.023	0.01	0.025
$T[\text{s}]$	2.454	2.452	2.443	2.443	2.445	2.4474	0.0023	0.001	0.0025

Tabulka 2: Perioda kyvu kola

Podle (1) je moment setrvačnosti kola

$$I = (0.0434 \pm 0.0005) \text{ kg m}^2$$

Úkol 2

Hmotnosti pěti závaží A až E byly naměřeny citlivými váhami. V experimentu k působení závaží přistupuje navíc proměnlivé působení vlákna, proto byla k naměřeným hodnotám přičtena polovina hmotnosti vlákna a výrazně zvýšena nejistota.

$$m_A = (12.2 \pm 0.1) \text{ g}$$

$$m_B = (17.2 \pm 0.1) \text{ g}$$

$$m_C = (24.9 \pm 0.1) \text{ g}$$

$$m_D = (34.6 \pm 0.1) \text{ g}$$

$$m_E = (49.4 \pm 0.1) \text{ g}$$

Průměry sousých válců byly měřeny posuvným měřidlem, následně děleny dvěma.

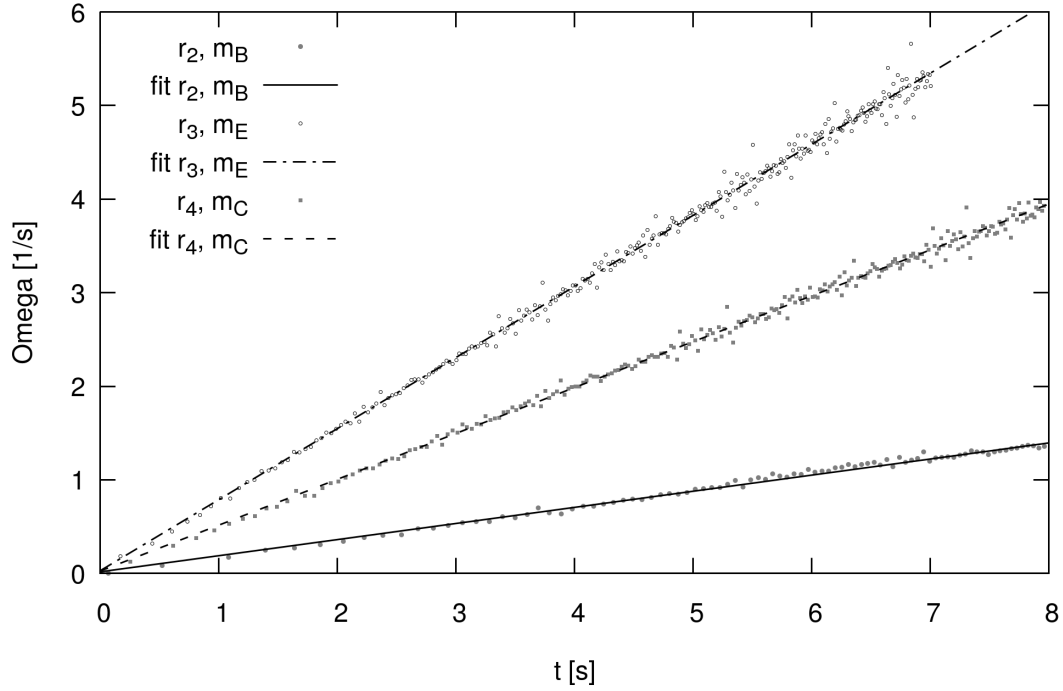
$$r_1 = (2.99 \pm 0.01) \text{ mm}$$

$$r_2 = (4.98 \pm 0.01) \text{ mm}$$

$$r_3 = (6.97 \pm 0.01) \text{ mm}$$

$$r_4 = (8.94 \pm 0.01) \text{ mm}$$

Následující graf znázorňuje závislost úhlové rychlosti na čase pro tři různé konfigurace (hodnoty r a m).



Obrázek 1: Závislost ω na t pro konfigurace r_2, m_B ; r_3, m_E a r_4, m_C

Lineárním fitem dostaneme

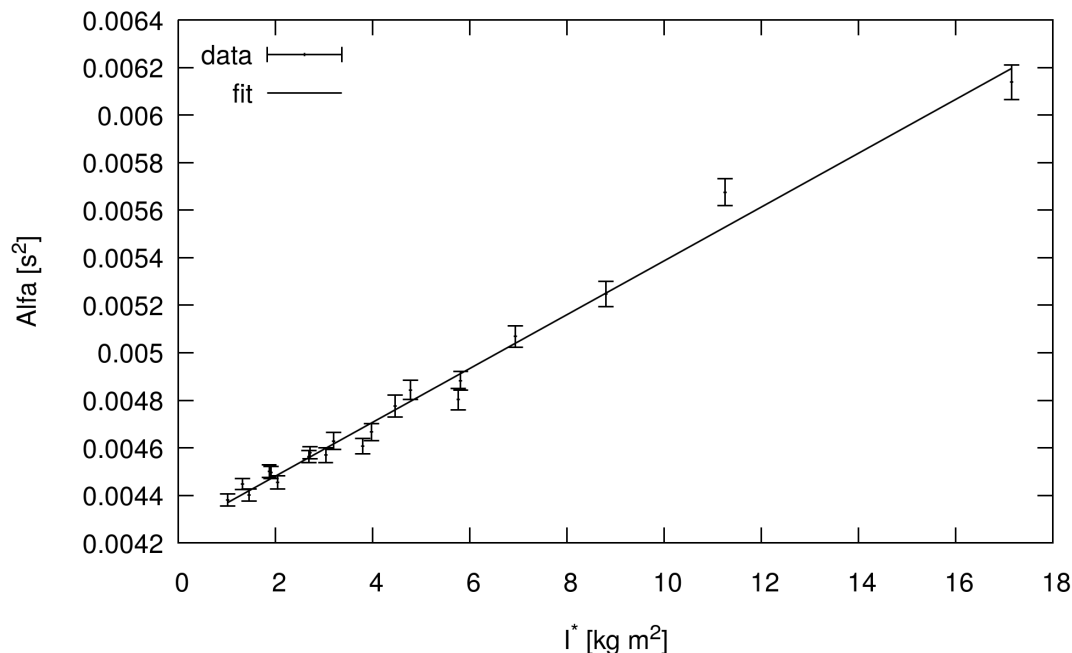
$$\epsilon_{2B} = (0.1721 \pm 0.0007)$$

$$\epsilon_{3E} = (0.759 \pm 0.003)$$

$$\epsilon_{4C} = (0.490 \pm 0.002)$$

Úkol 3 a 4

Následující graf zachycuje závislost I^* na parametru α podle vztahu (6).



Obrázek 2: Závislost I^* na α

Lineární regresí získáme

$$M_T = (0.113 \pm 0.003) \times 10^{-3} \text{ N m}$$

$$I_k = (0.00425 \pm 0.00005) \text{ kg m}^2$$

Diskuse

Hodnoty momentu setrvačnosti kola změřené dvěma různými způsoby sobě odpovídají těsně v rámci součtu jejich chyb. Za rozdíl mezi naměřenými výsledky může mimo jiné fakt, že na rozdíl od měření metodou otáčení metoda kyvů nepočítá s třením v závěsu kola. V případě metody kyvů mohly být chyby také způsobeny nízkou reakční schopností pozorovatele. Naopak při měření metodou otáčení se zdrojem nepřesností jeví měření poloměru sousých válců, některé z nich jsou příliš široké pro pohodlné měření posuvným měřidlem. Dále pak také do určité míry proměnlivá hmotnost závaží kvůli tíze provázku, který se s časem odvíjí z válce a přidává hmotnost, působící roztáčení kola.

Závěr

Moment setrvačnosti kola měřený metodou kyvů vyšel

$$I = (0.0434 \pm 0.0005) \text{ kg m}^2.$$

Moment třecích sil je

$$M_T = (0.113 \pm 0.003) \times 10^{-3} \text{ N m}.$$

Moment setrvačnosti kola měřený metodou otáčení vyšel

$$I_k = (0.00425 \pm 0.00005) \text{ kg m}^2.$$

Literatura

- [1] Studijní text "Měření momentu setrvačnosti kola", dostupné z http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_113.pdf
- [2] Doc. Mgr. Jakub Čížek, PhD.: prezentace Úvod do praktické fyziky, seminář 10, dostupné z <http://physics.mff.cuni.cz/kfnt/vyuka/upf/seminar10.pdf>
- [3] Doc. Mgr. Jakub Čížek, PhD.: prezentace Úvod do praktické fyziky, seminář 1, dostupné z <http://physics.mff.cuni.cz/kfnt/vyuka/upf/seminar1.pdf>
- [4] Doc. Mgr. Jakub Čížek, PhD.: prezentace Úvod do praktické fyziky, seminář 9, dostupné z <http://physics.mff.cuni.cz/kfnt/vyuka/upf/seminar9.pdf>
- [5] Doc. Mgr. Jakub Čížek, PhD.: prezentace Úvod do praktické fyziky, seminář 11, dostupné z <http://physics.mff.cuni.cz/kfnt/vyuka/upf/seminar11.pdf>