Měření tíhového zrychlení z doby kmitu kyvadla

Tíhové zrychlení g figuruje ve vztahu pro výpočet periody fyzického kyvadla

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right), \tag{1}$$

kde I moment setrvačnosti kyvadla vzhledem k ose otáčení, m je hmotnost kyvadla, g je místní tíhové zrychlení, d je vzdálenost těžiště od osy otáčení, α je maximální úhlová výchylka těžiště z rovnovážné polohy. Metodou fyzického kyvadla lze tedy tíhové zrychlení změřit.
Z důvodu zjednodušení výpočtů a měření aproximujeme fyzické kyvadlo kyvadlem matematickým, tedy hmotným bodem zavěšeným na nehmotném vlákně. Perioda tohoto kyvadla se pro malé výchylky spočte jako

$$T_M = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{2}$$

pro délku závěsu l. Ačkoliv fyzická realizace matematického kyvadla je nemožná, je možné se jí přiblížit zavěšením těžké kovové koule na tenký provázek a rozkmitáním s malým úhlem. Takto změříme tíhové zrychlení pomocí

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T_M^2} \tag{3}$$

Jak bylo zmíněno výše, aproximace fyzického kyvadla matematickým není přesná, je tedy nutné spočíst systematickou chybu, kterou se tímto přiblížením dopouštíme. Vyjádříme tedy moment setrvačnosti fyzického kyvadla, změříme rozměry a spočteme tíhové zrychlení pomocí (1). Moment setrvačnosti homogenní koule o poloměru R se spočítá jako

$$I_{k0} = \frac{2}{5}m_k R^2 \tag{4}$$

Moment setrvačnosti homogenní tyče délky L vzhledem k ose kolmé k délce tyče a procházející jedním jejím koncem vyjádříme jako

$$I_t = \frac{1}{3}m_t L^2 \tag{5}$$

Použitím Steineroy věty

$$I = I_0 + ma^2, \tag{6}$$

kde m je hmotnost tělesa a a vzdálenost os vypočítáme moment setrvačnosti kyvadla

$$I = \frac{2}{5}m_k R^2 + m_k\left(L + R\right) + \frac{1}{3}m_t L^2, \tag{7}$$

považujeme-li provázek za homogenní tyč s délkou L. Považujeme-li úhlovou výchylku kyvadla α za dostatečně malou, můžeme vyjádřit tíhové zrychlení jako

$$g = \frac{4\pi^2 I}{mdT^2}. \tag{8}$$

Reverzní kyvadlo

Reverzní kyvadlo je fyzické kyvadlo, které kývá podle dvou rovnoběžných os. Jsou-li tyto dvě osy od sebe vzdáleny o redukovanou délku fyzického kyvadla l_r, kyvadlo kývá podle obou se stejnou periodou

$$T_r = 2\pi\sqrt{\frac{l_r}{g}}. \tag{9}$$

V našem případě je vzdálenost os pevná, perioda kmitů se mění v závislosti na vzdálenosti těžké kovové čočky. Pro určení polohy čočky, při které kyvadlo kývá se stejnou periodou podle obou os, využijeme medotu grafické interpolace. Následně vypočítáme tíhové zrychlení z (9) jako

$$g = \frac{4\pi^2 l_r}{T_r^2} \tag{10}$$

Těžiště fyzického kyvadla

Jelikož reálný provázek není nehmotný, jeho hmotnost ovlivní polohu těžiště fyzikálního kyvadla. Těžiště obecného tělesa vypočítáme jako

$$\vec{r_s} = \frac{1}{M}\int\limits_V \vec{r}\rho(\vec{r})dV. \tag{11}$$

Uvažujeme-li těžiště homogenní koule a homogenní tyče v jednorozměrném prostoru, dostaneme vzdálenost těžiště fyzického kyvadla od osy kmitání jako

$$l_s = \frac{m_k(L+R) + m_t\frac{L}{2}}{m_k + m_t}. \tag{12}$$

Statistické vyhodnocení

Průměrná hodnota naměřených veličin při n měřeních je počítána podle vzorce aritmetického průměru

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Statistická chyba σ_{stat} aritmetického průměru se získá ze vztahu

$$\sigma_{stat} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}}{\sqrt{n}}.$$

Absolutní chyba je potom získána z σ_{stat} a systematické chyby σ_{sys} jako

$$\sigma_{abs} = \sqrt{\sigma_{sys}^2 + \sigma_{stat}^2}$$

Chyba výpočtů se řídí zákonem přenosu chyb.

Pomůcky

Posuvné měřidlo, pásové měřidlo, váhy, měřič času, provázek, kovová kulička, reverzní kyvadlo, závěs