

## Úkol

1. Změřte závislost výchylky magnetometru na proudu protékajícím cívkou. Měření proveďte pro obě cívky a různé počty závitů (5 a 10).
2. Výsledky měření znázorněte graficky.
3. Diskutujte výsledky měření z hlediska platnosti Biot-Savartova zákona.
4. Změřte směrní moment vlákna metodou torzních kmitů.
5. Určete magnetický moment magnetu užívaného při měření (v Coulombových i Ampérových jednotkách).

## Teorie

Torzní magnetometr je sestaven zavěšením magnetického dipólu - v praxi stálého magnetu - na kovovém vlákně. V této úloze měříme úhel vychýlení dipólu působením vnějších magnetických sil, proto závěs opatříme zrcátkem, které promítá laserový paprsek na číselnou stupnici. Vnější magnetické pole realizujeme upevněním kruhové cívky tak, aby její osa směřovala kolmo na kovové vlákno a zavěšený dipól se nacházel co možná nejbližší středu cívky. Pro měření využijeme zapojení 1 [1].

Z důsledku Biotova-Savartova zákona platí pro intenzitu magnetického pole kruhové cívky o poloměru  $r$  a počtu závitů  $N$  protékané proudem  $I$  vztah

$$H = \frac{NI}{2r}. \quad (1)$$

Pro intenzitu magnetického pole zároveň platí

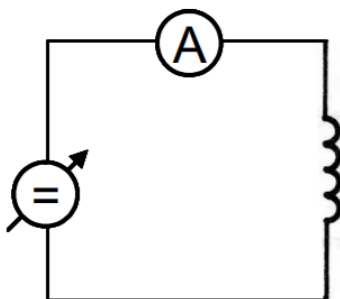
$$H = \frac{\alpha D}{p}, \quad (2)$$

kde  $p$  jeho Coulombův magnetický moment a  $D$  směrní moment vlákna.

Rovnovážnou výchylku zavěšeného magnetu  $\alpha$  spočítáme ze vzdálenosti zrcátka od stupnice  $l$  a posunutí světelné značky na stupnici  $x$  jako

$$\alpha \approx \frac{x}{2L}. \quad (3)$$

Tento vztah je přibližný, pro hodnoty měřené v tomto praktiku však dostatečný.



Obrázek 1: Zapojení pro měření torzním magnetometrem

Kombinací uvedených vztahů dostaneme rovnici, kterou použijeme pro ověření Biotova-Savartova zákona,

$$I = \frac{2rD\alpha}{Np}. \quad (4)$$

Pro určení magnetického momentu zavěšeného magnetu určíme směrnici  $S$  lineární regrese závislosti výchylky magnetometru na proudu protékajícím cívkou. Ze vztahu 4 odvodíme

$$D = \frac{4\pi^2 J}{T^2}, \quad (5)$$

kde  $J$  je známý moment setrvačnosti kovové tyčky, kterou pro tento účel upevníme na závěs, a  $T$  je perioda kmitů.

Pro výpočet Coulombova magnetického momentu zavěšeného magnetu použijeme směrnici  $S$  lineární regrese závislosti výchylky magnetometru na proudu protékajícím cívkou. Ze vztahu 4 odvodíme

$$p = \frac{2rDS}{N}. \quad (6)$$

Ampérův magnetický moment pak spočteme jako

$$m = \frac{p}{\mu_0}, \quad (7)$$

kde  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$  je permeabilita vakua.

## Statistické vyhodnocení

Průměrná hodnota naměřených veličin při  $n$  měřeních je počítána podle vzorce aritmetického průměru

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (8)$$

Statistická chyba  $\sigma_{stat}$  aritmetického průměru se získá ze vztahu

$$\sigma_{stat} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}{\sqrt{n}}. \quad (9)$$

Absolutní chyba je potom získána z  $\sigma_{stat}$  a chyby měřidla  $\sigma_{měř}$  jako

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{měř}^2 + \sigma_{stat}^2}. \quad (10)$$

Chyba výpočtů se řídí zákonem přenosu chyb.

## Výsledky měření

V následující tabulce jsou uvedeny hodnoty pěti měření poloměrů velké a malé cívky pomocí pásového měřidla. Hodnoty byly získány dělením naměřených průměrů, uvedených na poslední straně v záznamu z měření, dvěma. Chyba měřidla byla určena velikostí nejmenšího dílku, tedy 1 mm, a dělena dvěma.

měření	1	2	3	4	5	průměr	$\sigma_{\text{měř}}$	$\sigma$
$r_V[\text{mm}]$	203,5	200,0	202,0	203,0	202,5	202,2	0,5	0,8
$r_M[\text{mm}]$	103,5	102,0	102,5	103,5	102,5	102,8	0,5	0,6

Tabulka 1: Hodnoty poloměrů cívek

Vzdálenost zrcátka od stupnice byla měřena pásovým měřidlem, měřidlo bylo přiloženo ke stupnici zhruba ve čtvrtině její délky, jedná se tedy o střední hodnotu nejbližšího a nejvzdálenějšího místa stupnice od zrcátka. S touto hodnotou je následně nakládáno, jako by stupnice měla kruhové zakřivení, chyba této aproximace není velká ve srovnání s chybou měřidla, která byla kvůli prohybům a nepříznivým podmínkám měření určena na 1 cm.

$$l = (1,330 \pm 0,010) \text{ m.}$$

## Úkol 1

Následující tabulka shrnuje naměřené a spočtené hodnoty výchylek torzního magnetometru při působení magnetického pole generovaného malou cívkou protékanou proudem  $I$ . Chyba délkové výchylky  $x$  byla určena na 5 mm, protože i přesto, že kmity magnetometru byly tlumeny lopatkou ponořenou ve vodě, se světelná značka na stupnici pohybovala. Zároveň byla výchylka citlivá na pohyb v jejím okolí.

Úhlová výchylka byla spočtena pomocí (3).

$I$ [A]	$x_{N=5}^M$ [mm]	$\sigma_{x_{N=5}^M}$ [mm]	$\alpha_{N=5}^M$ [rad]	$\sigma_{\alpha_{N=5}^M}$ [rad]	$x_{N=10}^M$ [mm]	$\sigma_{x_{N=10}^M}$ [mm]	$\alpha_{N=10}^M$ [rad]	$\sigma_{\alpha_{N=10}^M}$ [rad]
0,0	0	5	0,0000	0,0019	0	5	0,0000	0,0019
0,5	19	5	0,0071	0,0019	35	5	0,0132	0,0019
1,0	36	5	0,0135	0,0019	73	5	0,0274	0,0019
1,5	55	5	0,0207	0,0019	107	5	0,0402	0,0019
2,0	72	5	0,0271	0,0019	145	5	0,0545	0,0019
2,5	92	5	0,0346	0,0019	179	5	0,0673	0,0019
3,0	109	5	0,0410	0,0019	216	5	0,0812	0,0020
3,5	126	5	0,0474	0,0019	254	5	0,0955	0,0020
4,0	144	5	0,0541	0,0019	291	5	0,1094	0,0021

Tabulka 2: Naměřené a spočtené hodnoty při použití malé cívky

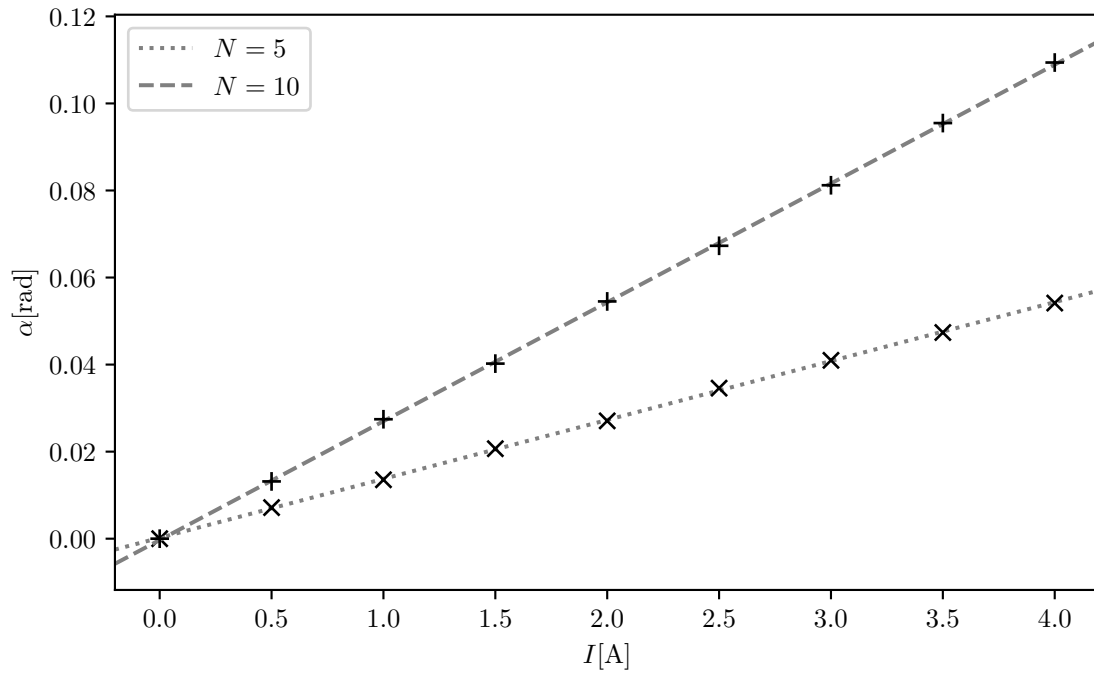
V tabulce 3 jsou uvedeny hodnoty stejných veličin jako výše při použití velké cívky.

$I$ [A]	$x_{N=5}^V$ [mm]	$\sigma_{x_{N=5}^V}$ [mm]	$\alpha_{N=5}^V$ [rad]	$\sigma_{\alpha_{N=5}^V}$ [rad]	$x_{N=10}^V$ [mm]	$\sigma_{x_{N=10}^V}$ [mm]	$\alpha_{N=10}^V$ [rad]	$\sigma_{\alpha_{N=10}^V}$ [rad]
0,0	0	5	0,0000	0,0019	0	5	0,0000	0,0019
0,5	10	5	0,0038	0,0019	20	5	0,0075	0,0019
1,0	20	5	0,0075	0,0019	40	5	0,0150	0,0019
1,5	29	5	0,0109	0,0019	58	5	0,0218	0,0019
2,0	40	5	0,0150	0,0019	77	5	0,0289	0,0019
2,5	50	5	0,0188	0,0019	96	5	0,0361	0,0019
3,0	57	5	0,0214	0,0019	113	5	0,0425	0,0019
3,5	65	5	0,0244	0,0019	133	5	0,0500	0,0019
4,0	77	5	0,0289	0,0019	152	5	0,0571	0,0019

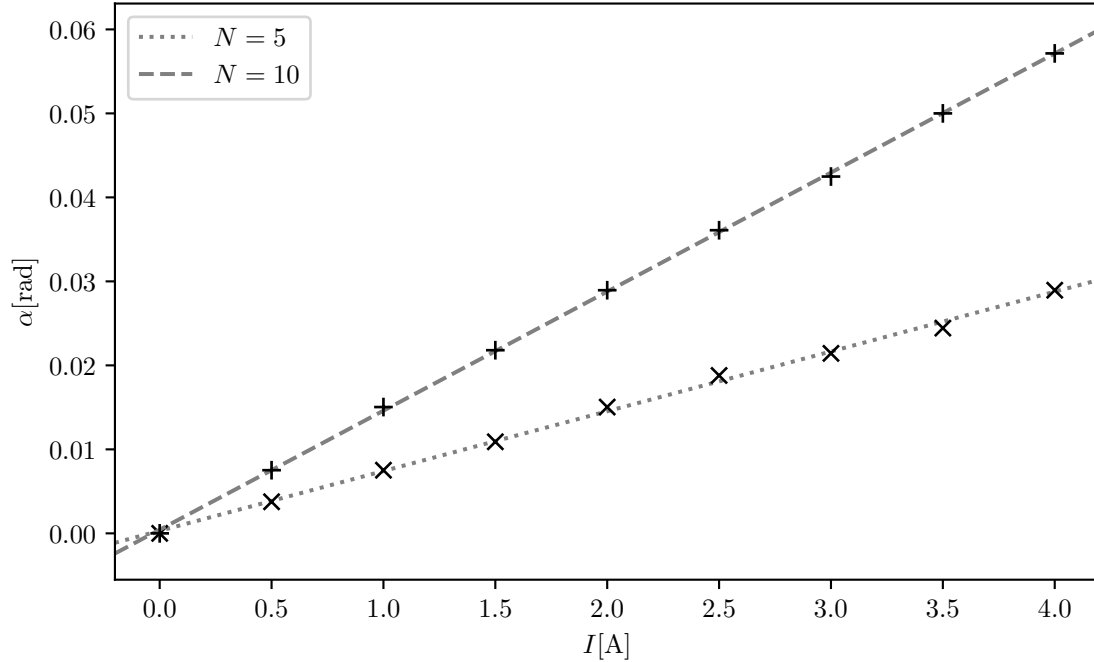
Tabulka 3: Naměřené a spočtené hodnoty při použití velké cívky

## Úkol 2

V grafech 2 a 3 jsou zaznamenány průběhy výchylky  $\alpha$  na protékajícím proudu společně s regresními přímkami.



Obrázek 2: Závislost výchylky magnetometru na proudu protékajícím malou cívkou



Obrázek 3: Závislost výchylky magnetometru na proudu protékajícím velkou cívkou

Níže jsou uvedeny směrnice regresních přímk.

$$S_{N=5}^M = (1,354 \pm 0,008) \times 10^{-2} \text{ A}^{-1},$$

$$S_{N=10}^M = (2,731 \pm 0,012) \times 10^{-2} \text{ A}^{-1},$$

$$S_{N=5}^V = (0,712 \pm 0,012) \times 10^{-2} \text{ A}^{-1},$$

$$S_{N=10}^V = (1,417 \pm 0,008) \times 10^{-2} \text{ A}^{-1}.$$

#### Úkol 4

V následující tabulce lze nalézt hodnoty pěti měření kmitů tozzního kyvadla, tvořeného kovovým vláknem torzního magnetometru a kovovou tyčkou o momentu setrvačnosti

$$J = 2,72 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2.$$

Měřeno bylo vždy pět kmitů, naměřené časy lze najít na poslední straně v záznamu z měření. Tabulka obsahuje periody jednoho kmitu. Chyba měření byla určena reakční schopností experimentátora jako 0,2 s, následně dělena pěti.

měření	1	2	3	4	5	průměr	$\sigma_{\text{měř}}$	$\sigma$
$T[\text{mm}]$	4,03	4,05	4,02	4,03	4,02	4,03	0,04	0,04

Tabulka 4: Periody kmitu torzního kyvadla

Pomocí vzorce (5) byl spočten direkční moment vlákna

$$D = (6,61 \pm 0,13) \times 10^{-4} \text{ N m.}$$

## Úkol 5

Pomocí vzorců (6) a (7) byl spočten magnetický moment použitého magnetu v Coulombových i Ampérových jednotkách

$$p = (3,71 \pm 0,08) \times 10^{-7} \text{ Wb m,}$$

$$m = (0,295 \pm 0,006) \text{ A m}^2.$$

Pro tento výpočet byla použita směrnice závislosti výchylky na proudu tekoucím malou cívkou o deseti závitů  $S_{N=10}^M$ .

## Diskuse

Naměřené hodnoty výchylek magnetometru v závislosti na proudu protékajícím cívkou se jen málo - v rámci chyby - odchyľují od lineárního průběhu předpovězeného Biotovým-Savartovým zákonem. Tyto drobné odchylky mohou být způsobeny aproximací vztahu pro výpočet výchylky  $\alpha$  či kruhovitosti měřidla. Určitá chyba mohla být také do výpočtů zanesena nepřesným měřením vzdálenosti  $l$ .

K tomuto potom přistupuje nedokonalá symetrie měřicí soustavy. Cívky nejsou dokonale kruhové a magnetický dipól nebylo možné umístit přesně doprostřed cívek. Chybu vzniklou tímto způsobem však není jednoduché odhadnout.

## Závěr

Měřením výchylky magnetometru v závislosti na proudu protékajícím cívkou jsme ověřili lineární závislost magnetické indukce na proudu a tedy Biotův-Savartův zákon.

Direkční moment vlákna má hodnotu

$$D = (6,61 \pm 0,13) \times 10^{-4} \text{ N m,}$$

magnetický moment použitého magnetu v Coulombových i Ampérových jednotkách

$$p = (3,71 \pm 0,08) \times 10^{-7} \text{ Wb m,}$$

$$m = (0,295 \pm 0,006) \text{ A m}^2.$$

## Literatura

- [1] Studijní text "Měření s torzním magnetometrem", dostupné z [http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_219.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_219.pdf), 25. 11. 2017