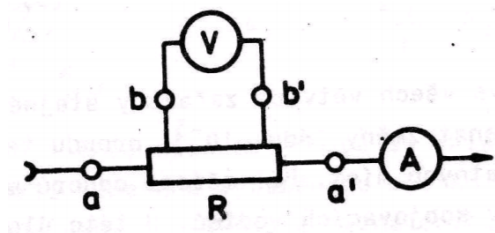


Úkol

1. Změřte průměry šesti drátů na pracovní desce.
2. Změřte odpor šesti drátů Wheatstoneovým a Thomsonovým můstkem **Metra - MTW**. Vysvětlete rozdíly ve výsledcích měření. Současně určete odpor přívodních vodičů a odpor na svorkách v případě měření Wheatstoneovým můstkem.
3. Změřte odpory ve čtyřbodovém zapojení pomocí multimetru **KEITHLEY 2010**.
4. Určete měrný odpor jednotlivých vzorků i s příslušnou chybou výsledku. Stanovené hodnoty porovnejte s hodnotami uváděnými v tabulkách.

Teorie

V této úloze jsou měřeny odpory šesti kovových drátů. Měříme-li hodnoty odporů menších než $1\ \Omega$, do výsledků se začnou výrazně projevovat odpory vodičů měřicího zapojení. Tento jev eliminujeme pomocí *čtyřbodového zapojení*, které je znázorněno na obrázku 1. Kontakty a a a' nazýváme proudové, b a b' napěťové.

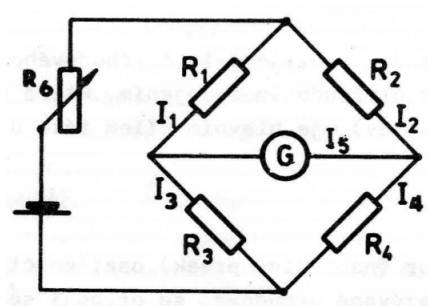


Obrázek 1: Princip čtyřbodového zapojení [1]

Na obrázku 2 vidíme *Wheatstoneův můstek*, který je vhodný pro měření odporů o velikosti $1 - 10^7\ \Omega$, do měření malých odporů je však vnášena systematická chyba způsobená odpory vodičů. Při měření nastavujeme na odporové dekádě hodnoty odporu a při přepínání ručičky do polohy *hrubě* či *jemně* sledujeme výchylku galvanometru. Tu se snažíme minimalizovat. Měřený odpor získáme ze vztahu

$$R_x = \frac{R_n}{1000}, \quad (1)$$

kde R_n je odpor na dekádě.



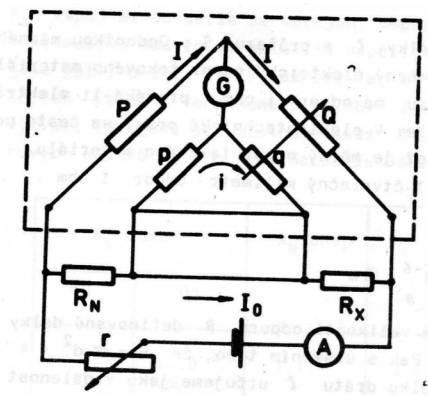
Obrázek 2: Zapojení Wheatstoneova můstku [1]

Pro měření malých odporů je vhodnější využít *Thomsonův můstek*, který eliminuje chybu způsobenou odporem vodičů. Zapojení Thomsonova můstku je znázorněno na obrázku 3. Měření probíhá stejně jako v případě Wheatstoneova můstku, shodným vztahem získáme výsledný odpor.

Změříme-li odpor přívodních vodičů R_V Wheatstoneovým můstkem, můžeme spočítat odpor na svorkách

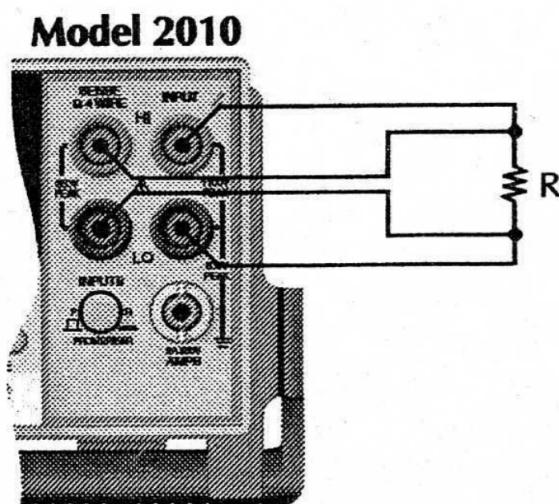
$$R_S = R_W - R_T - R_V, \quad (2)$$

kde R_W je odpor drátů měřený Wheatstoneovým a R_T Thomsonovým můstkem.



Obrázek 3: Zapojení Thomsonova můstku [1]

Odpory kovových drátů změříme také pomocí multimetru **KEITHLEY 2010** za použití čtyřbodového zapojení. Schéma měření je zobrazeno na obrázku 4. Před měřením stiskneme na multimetru tlačítko $\Omega 4$.

Obrázek 4: Znázornění měření multimetrem **KEITHLEY 2010** [1]

Měrný odpor je definován vztahem

$$\rho = \frac{RS}{l} = \frac{R\pi d^2}{4l}, \quad (3)$$

kde R je odpor homogenního vodiče délky l a průměru d s kruhovým průřezem.

V tabulkách je měrný elektrický odpor zpravidla uváděn pro teplotu 0°C společně s hodnotou *Teplotního součinitele odporu* α . Pro danou teplotu T spočteme měrný odpor podle

$$\rho(T) = \rho_0(1 + \alpha T). \quad (4)$$

Statistické vyhodnocení

Průměrná hodnota naměřených veličin při n měřeních je počítána podle vzorce aritmetického průměru

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (5)$$

Statistická chyba σ_{stat} aritmetického průměru se získá ze vztahu

$$\sigma_{stat} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}{\sqrt{n}}. \quad (6)$$

Absolutní chyba je potom získána z σ_{stat} a chyby měřidla $\sigma_{měř}$ jako

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{měř}^2 + \sigma_{stat}^2}. \quad (7)$$

Chyba výpočtů se řídí zákonem přenosu chyb.

Výsledky měření

Následující tabulka shrnuje naměřené rozměry šesti kovových drátů. Průměr drátů byl měřen na pěti místech rovnoměrně po celé jejich délce mikrometrem s přesností 0,01 mm. Tyto hodnoty byly následně statisticky zpracovány podle vztahů uvedených v sekci *statistické vyhodnocení*. Délku drátů jsme měřili pásovým měřidlem, jedná se o vzdálenosti mezi napěťovými kontakty při čtyřbodovém zapojení (dráty považujeme za dostatečně napnuté). Chyba měřidla je zanedbatelná vůči chybě metody měření, spojení drátů s napěťovými kontakty byla neprůhledně překryta, nebylo proto možné určit jejich polohu s přesností větší než zhruba 2 cm. Všechny naměřené hodnoty jsou uvedeny na posledním listu se záznamem z měření.

Materiál	l [m]	σ_l [m]	d [mm]	σ_d [mm]
Wolfram	0,90	0,02	0,68	0,01
Měď	0,90	0,02	1,10	0,01
Kantal	0,90	0,02	0,49	0,01
Železo	0,90	0,02	0,41	0,01
Mosaz	0,90	0,02	0,59	0,01
Chromnikl	0,90	0,02	0,99	0,01

Tabulka 1: Rozměry měřených kovových drátů

Následující tabulka obsahuje naměřené hodnoty odporů metodou Wheatstoneova můstku (R_W), Thomsonova můstku (R_T) a multimetrem **KEITHLEY 2010** (R_K). Chyba měření oběma můstky byla odhadnuta jedním procentem z naměřené hodnoty, protože ačkoliv přesnost samotných můstků je výrazně vyšší, výsledná hodnota je ovlivněna dalšími faktory jako je teplota v místnosti či množství proudu tekoucí drátem. Přesnější určení chyby bylo nad časové možnosti. Chyba měření multimetrem byla určena posledním stabilním místem na displeji, tedy na kterém se hodnota chaoticky neměnila. Tato chyba je řádově vyšší než chyba přístroje udávaná výrobcem.

Materiál	R_W [Ω]	σ_{R_W} [Ω]	R_T [Ω]	σ_{R_T} [Ω]	R_K [Ω]	σ_{R_K} [Ω]
Wolfram	0,1647	0,0016	0,1371	0,0014	0,1367	0,0001
Měď	0,0401	0,0004	0,016 65	0,000 17	0,0161	0,0001
Kantal	6,23	0,06	6,24	0,06	6,2359	0,0001
Železo	1,498	0,015	1,484	0,015	1,4747	0,0001
Mosaz	0,2444	0,0024	0,2206	0,0022	0,2200	0,0001
Chromnikl	1,199	0,012	1,180	0,012	1,1795	0,0001

Tabulka 2: Odporů naměřené různými metodami

Rozdíly v naměřených hodnotách pomocí Wheatstoneova a Thomsonova můstku jsou dány faktem, že při měření Wheatstoneovým můstkem se do výsledku promítne odpor přírodních vodičů, viz teorie.

Pomocí Wheatstoneova můstku byl změřen odpor přírodních vodičů

$$R_V = (0,0231 \pm 0,0002) \Omega.$$

Hodnota odporu na svorkách by teoreticky mohla být spočtena podle vztahu (2), avšak pouze pomocí hodnot odporů Wolframu dostaneme hodnotu s relativní chybou menší než 100 %:

$$R_S = (0,0045 \pm 0,0022) \Omega.$$

Tento výsledek tedy nemá valný smysl.

Podle vztahu (3) byly s pomocí rozměrů z tabulky 1 a odporů R_K z tabulky 2 spočteny měrné odpory měřených drátů. Tabulka 3 dále udává tabulované hodnoty měrného odporu ρ_0 při teplotě 0 °C a teplotního součinitele α . Hodnoty měrných odporů ρ byly spočteny podle vztahu (4) pro teplotu 25 °C. Tabulkové hodnoty pro chromnikl byly převzaty z [2], ostatní z [3].

Materiál	ρ_K [$\mu\Omega$ m]	σ_{ρ_K} [$\mu\Omega$ m]	ρ_0 [$\mu\Omega$ m]	α [K ⁻¹]	ρ [$\mu\Omega$ m]
Wolfram	0,0550	0,0021	0,0489	$4,83 \times 10^{-3}$	0,0548
Měď	0,0169	0,0005	0,015 55	$4,33 \times 10^{-3}$	0,0172
Kantal	1,33	0,07	1,4	$0,1 \times 10^{-3}$	1,40
Železo	0,215	0,013	0,0881	$6,53 \times 10^{-3}$	0,102
Mosaz	0,0663	0,0027	0,07	$1,5 \times 10^{-3}$	0,0726
Chromnikl	1,020	0,032	1,1	$0,18 \times 10^{-3}$	1,105

Tabulka 3: Měrné odpory měřených kovových drátů srovnané s tabulkovými hodnotami

Diskuse

Měření délek drátů bylo značně ztíženo, jak bylo popsáno ve výsledcích měření. Tyto značné chyby spolu s chybami měření průměrů jsou příčinou velkých chyb vypočtených měrných odporů. Měření můstky je též zatíženo velkou nepřesností, na rozdíl od měření multimetrem **Keithley 2010**.

Největší odchylka vypočteného měrného odporu od tabulkových hodnot je u železného drátu, tato chyba mohla být způsobena tím, že měřené železo nebylo čisté, ale ve skutečnosti bylo slitinou. Také nad rámec chyby jsou hodnoty mosazi a chromniklu. To je způsobeno nejspíše tím, že hodnoty v tabulkách odpovídají jinému poměru kovů tvořících slitinu.

Závěr

Byly změřeny odpory drátů oběma můstky, rozdíly naměřených hodnot vesměs odpovídají teorii. Hodnoty měřené Thomsonovým můstkem odpovídají měření multimetrem **Keithley 2010**. Určené měrné odpory jsme srovnali s tabulkovými hodnotami.

Literatura

- [1] Studijní text "Měření malých odporů", dostupné z
http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_204.pdf
- [2] BARTÁK, Jaroslav. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro odborná učiliště a učňovské školy*. 6.nezm.vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1984. Pomocné knihy pro žáky SŠ.
- [3] BROŽ, Jaromír, Vladimír ROSKOVEC a Miloslav VALOUCH. *Fyzikální a matematické tabulky*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1980.