

## Úkol

1. Změřte metodou přímou závislost odporu vlákna žárovky na proudu, který jím protéká. K měření použijte stejnosměrné napětí v rozsahu do povolených hodnot dané žárovky.
2. Změřte substituční metodou vnitřní odpor měřicích přístrojů použitých v úkolu 1 alespoň na jednom rozsahu. Odpor použitého ampérmetru a voltmetru na dalších rozsazích změňte digitálním multimetrem. Výsledek použijte ke korekci naměřených hodnot odporů v úkolu 1.
3. Metodou substituční změřte závislost odporu vlákna žárovky na proudu v rozsahu povolených hodnot dané žárovky. Porovnejte přesnost výsledků s přesností dosaženou v úkolu 1. Odpor vlákna žárovky změřte též digitálním ohmmetrem.
4. Výsledky zpracujte graficky a diskutujte vliv měřicích přístrojů.
5. Stanovte odpor vlákna žárovky při pokojové teplotě. K extrapolaci odporu vlákna na pokojovou teplotu použijte graf závislosti odporu vlákna na příkonu žárovky (do grafu vyznačte chybu měření).

## Teorie

### Metoda přímá

Přímá metoda měření odporu spočívá v měření napětí a proudu, protékajícího odporem, pomocí zapojení 1 *a* či *b*. Problém této metody je, že při zapojení *a* měříme kromě napětí na odporu i napětí ampérmetru. Naopak zapojením *b* měříme proud, protékající odporem i voltmetrem.

Výsledný odpor bez korekce spočítáme podle známého vztahu

$$R = \frac{U}{I}, \quad (1)$$

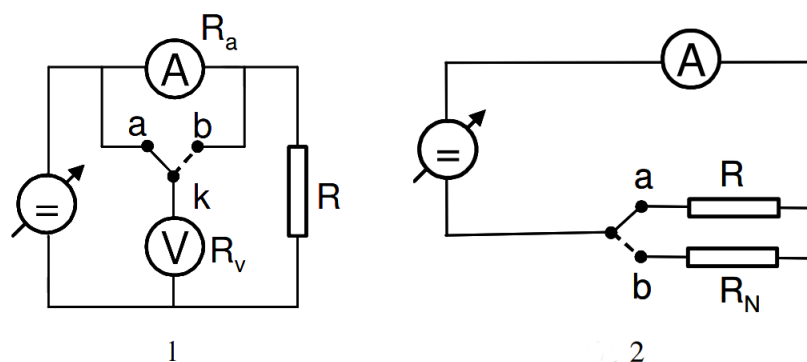
kde  $U$  a  $I$  jsou naměřené hodnoty napětí a proudu. Chceme-li provést korekci na uvedené nedostatky této metody, použijeme pro *a* vzorec

$$R = \frac{U}{I} - R_A, \quad (2)$$

kde  $R_A$  je odpor ampérmetru, pro *b* vzorec

$$R = \frac{R_V U}{R_V I - U}, \quad (3)$$

kde  $R_V$  je odpor voltmetru.



Obrázek 1: Použitá zapojení [1]

### Metoda substituční

Tato metoda měření odporu je přesnější než metoda přímá, protože při měření podle zapojení 2 srovnáváme měřený odpor se známou hodnotou odporu na odporové dekádě za konstantního proudu. Nevzniká při tom takové zkreslení naměřené hodnoty. Nejprve při zapojení *a* nastavíme určitou hodnotu proudu na ampérmetru. Následně přepneme na zapojení *b* a měřením odporu na odporové dekádě uvedeme hodnotu proudu na ampérmetru na totožnou hodnotu. Nakonec odečteme výsledný odpor z odporové dekády.

### Extrapolace odporu žárovky při pokojové teplotě

Při malém odporu se většina energie přemění v Joulovo teplo, pro příkon pak platí

$$P = UI = k\Delta T, \quad (4)$$

kde  $k$  je konstanta úměrnosti a  $\Delta T$  je rozdíl mezi teplotou vlákna a pokojovou teplotou. Pro malé rozsahy teplot kolem pokojové teploty uvažujeme

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta T), \quad (5)$$

přičemž  $R_0$  je odpor vlákna při pokojové teplotě.

Z těchto vzorců dostaneme

$$R = R_0 + \frac{R_0\alpha}{k}P, \quad (6)$$

tedy odpor je přímo úměrný příkonu. Lineární regresi můžeme provést pro

$$R = R_0 + KP, \quad (7)$$

kde  $K = \frac{R_0\alpha}{k}$ .

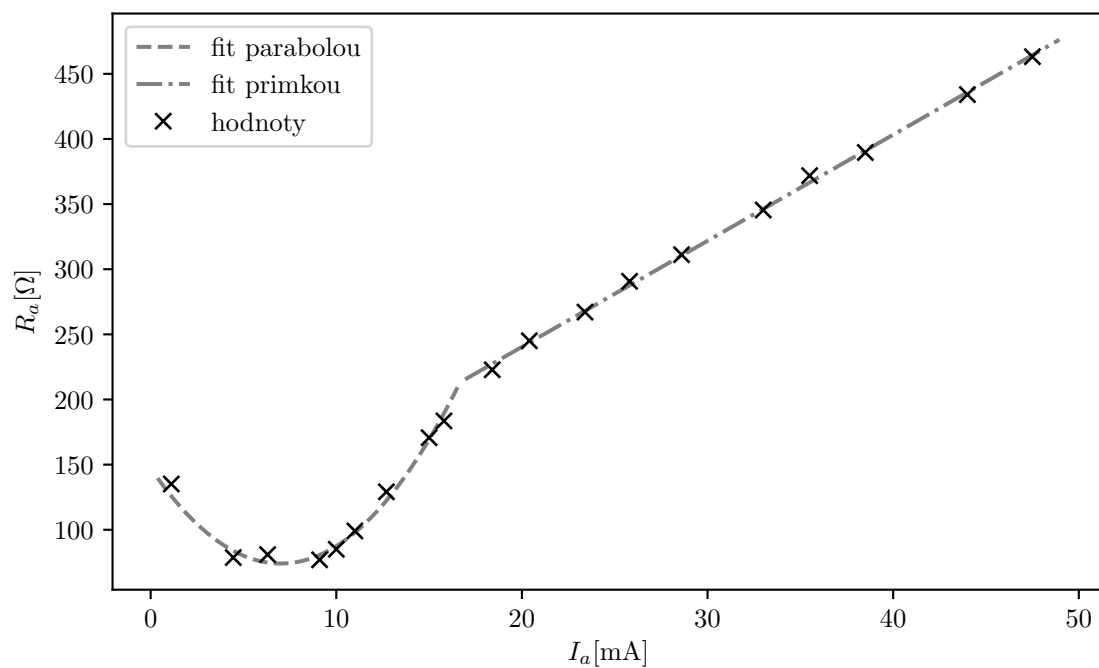
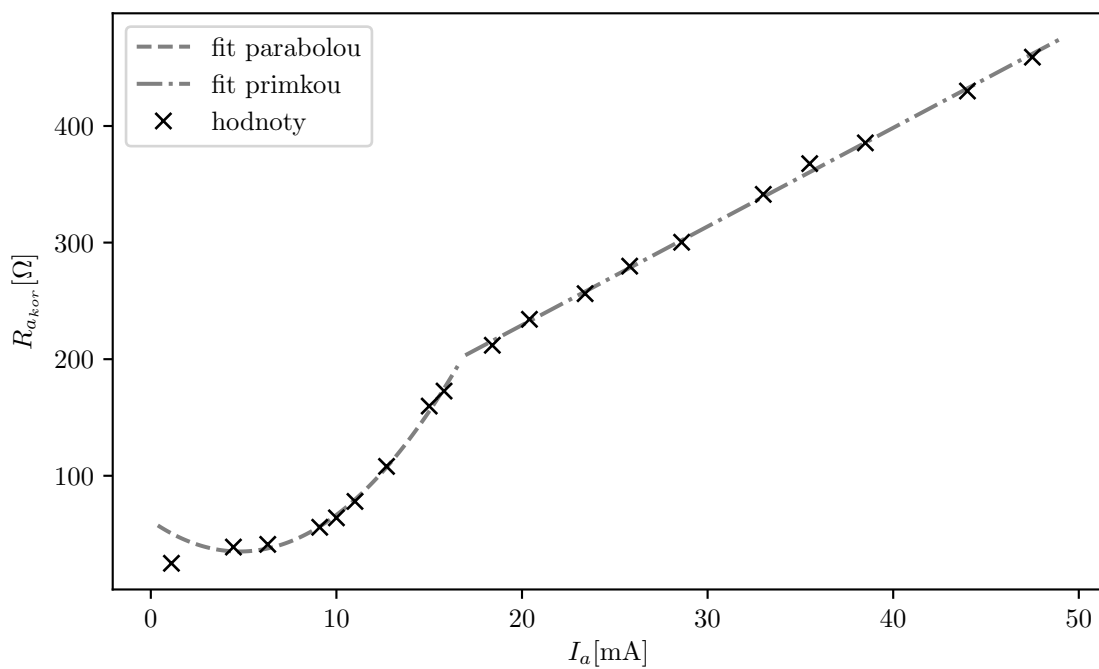
## Výsledky měření

### Úkol 1

Hodnoty, naměřené přímou metodou měření odporu pomocí zapojení 1a, jsou uvedeny v tabulce 1. Závislost nekorigovaného odporu na proudu je vynesena v grafu 2, závislost korigovaného odporu na proudu v grafu 3.

$U_a$ [V]	$\sigma_{U_a}$ [V]	$I_a$ [mA]	$\sigma_{I_a}$ [mA]	$R_a$ [ $\Omega$ ]	$\sigma_{R_a}$ [ $\Omega$ ]	$R_{a_{kor}}$ [ $\Omega$ ]	$\sigma_{R_{a_{kor}}}$ [ $\Omega$ ]
0.15	0.003	1.11	0.003	135.1	2.7	24.9	3.0
0.35	0.003	4.45	0.015	78.7	0.7	38.9	1.0
0.51	0.003	6.30	0.015	81.0	0.5	41.2	0.9
0.70	0.003	9.10	0.030	76.9	0.4	55.8	0.7
0.85	0.003	10.0	0.030	85.0	0.4	63.9	0.7
1.09	0.003	11.0	0.030	99.1	0.4	78.0	0.7
1.64	0.006	12.7	0.030	129.1	0.6	108.0	0.8
2.56	0.006	15.0	0.060	170.7	0.8	159.8	0.9
2.90	0.006	15.8	0.060	183.5	0.8	172.6	0.9
4.10	0.015	18.4	0.060	222.8	1.1	211.9	1.2
5.00	0.015	20.4	0.060	245.1	1.0	234.2	1.1
6.25	0.015	23.4	0.060	267.1	0.9	256.2	1.1
7.50	0.015	25.8	0.060	290.7	0.9	279.8	1.0
8.90	0.030	28.6	0.060	311.2	1.2	300.3	1.3
11.4	0.030	33.0	0.150	345.5	1.8	341.4	1.8
13.2	0.030	35.5	0.150	371.8	1.8	367.7	1.8
15.0	0.030	38.5	0.150	389.6	1.7	385.5	1.7
19.1	0.060	44.0	0.150	434.1	2.0	430.0	2.0
22.0	0.060	47.5	0.150	463.2	1.9	459.1	1.9

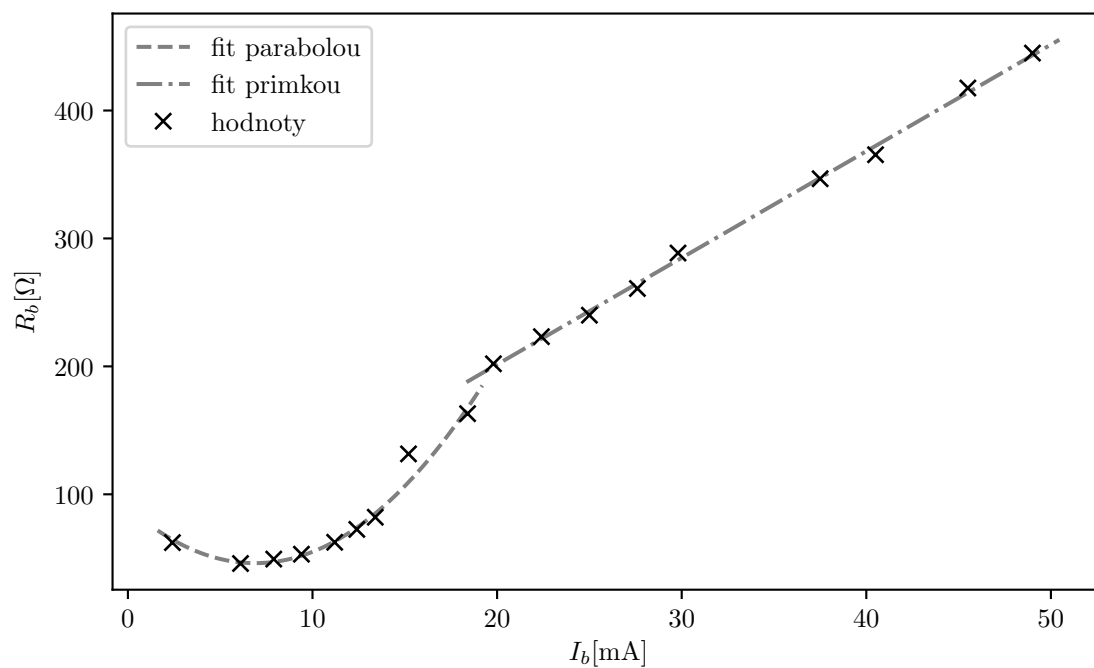
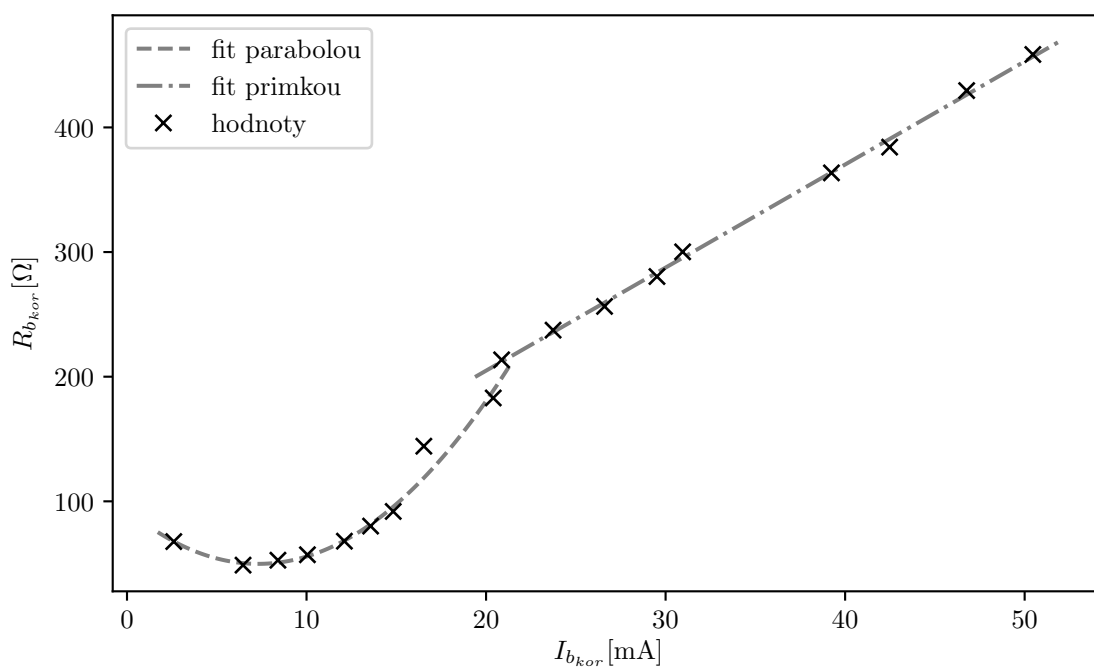
Tabulka 1: Hodnoty naměřené a vypočtené s použitím zapojení  $a$

Obrázek 2: Graf závislosti nekorigovaného odporu na proudu pomocí zapojení  $a$ Obrázek 3: Graf závislosti korigovaného odporu na proudu pomocí zapojení  $a$

Hodnoty, naměřené přímou metodou měření odporu pomocí zapojení 1b jsou uvedeny v tabulce 2. Závislost nekorigovaného odporu na proudu je vynesena v grafu 4, závislost korigovaného odporu na proudu v grafu 5.

$U_b$ [V]	$\sigma_{U_b}$ [V]	$I_b$ [mA]	$\sigma_{I_b}$ [mA]	$I_{b_{kor}}$ [mA]	$\sigma_{I_{b_{kor}}}$ [mA]	$R_b$ [ $\Omega$ ]	$\sigma_{R_b}$ [ $\Omega$ ]	$R_{b_{kor}}$ [ $\Omega$ ]	$\sigma_{R_{b_{kor}}}$ [ $\Omega$ ]
0.15	0.003	2.41	0.006	2.60	0.01	62.2	1.3	67.7	1.5
0.28	0.003	6.10	0.015	6.46	0.02	45.9	0.5	48.8	0.6
0.39	0.003	7.90	0.030	8.40	0.03	49.4	0.4	52.7	0.5
0.50	0.003	9.40	0.030	10.0	0.03	53.2	0.4	57.1	0.4
0.70	0.003	11.2	0.030	12.1	0.03	62.5	0.3	68.0	0.4
0.90	0.003	12.4	0.030	13.5	0.03	72.6	0.3	80.1	0.4
1.10	0.003	13.4	0.030	14.8	0.03	82.1	0.3	91.9	0.4
2.00	0.006	15.2	0.060	16.5	0.07	131.6	0.7	144.2	0.8
3.00	0.006	18.4	0.060	20.4	0.07	163.0	0.6	182.9	0.9
4.00	0.015	19.8	0.060	20.8	0.06	202.0	1.0	213.5	1.1
5.00	0.015	22.4	0.060	23.7	0.06	223.2	0.9	237.3	1.0
6.00	0.015	25.0	0.060	26.6	0.06	240.0	0.8	256.4	1.0
7.20	0.015	27.6	0.060	29.5	0.07	260.9	0.8	280.4	0.9
8.60	0.030	29.8	0.060	30.9	0.06	288.6	1.2	300.2	1.3
13.0	0.030	37.5	0.150	39.2	0.15	346.7	1.6	363.5	1.8
14.8	0.030	40.5	0.150	42.4	0.15	365.4	1.5	384.2	1.7
19.0	0.060	45.5	0.150	46.7	0.15	417.6	1.9	429.6	2.0
21.8	0.060	49.0	0.150	50.4	0.15	444.9	1.8	458.5	1.9

Tabulka 2: Hodnoty naměřené a vypočtené s použitím zapojení b

Obrázek 4: Graf závislosti nekorigovaného odporu na proudu pomocí zapojení  $b$ Obrázek 5: Graf závislosti korigovaného odporu na proudu pomocí zapojení  $b$

## Úkol 2

Vnitřní odpor ampérmetru substituční metodou byl měřen pro rozsah 75 mA. Jako srovnávací proud jsem použil hodnotu  $(18,0 \pm 0,5)$  mA. Pomocí odporové dekády byla určena hodnota vnitřního odporu ampérmetru  $(4,10 \pm 0,04) \Omega$ .

Vnitřní odpor voltmetru substituční metodou jsem určil pro rozsah 30 V. Použil jsem srovnávací proud  $(1,80 \pm 0,05)$  mA. Opět pomocí odporové dekády byla určena hodnota vnitřního odporu voltmetru  $(15,0 \pm 0,2) k\Omega$ .

Odpory zbylých rozsahů jsem měřil digitálním multimetrem. Rozsahu, vhodnému k měření všech hodnot odporů voltmetru, odpovídá chyba 0,8% z naměřené hodnoty  $\pm 2$  digitů, pro hodnoty odporů ampérmetru taktéž 0,8% z naměřené hodnoty  $\pm 4$  digitů.

rozsah [mA]	odpor [ $\Omega$ ]	chyba [ $\Omega$ ]
1,5	110,2	1,3
3	82,9	1,1
7,5	39,8	0,7
15	21,1	0,6
30	10,9	0,5
75	4,5	0,4

Tabulka 3: Odpory ampérmetru měřené digitálním multimetrem

rozsah [V]	odpor [ $\Omega$ ]	chyba [ $\Omega$ ]
1,5	770	8
3	1500	32
7,5	3750	50
15	7480	80
30	14970	140

Tabulka 4: Odpory voltmetru měřené digitálním multimetrem

**Úkol 3**

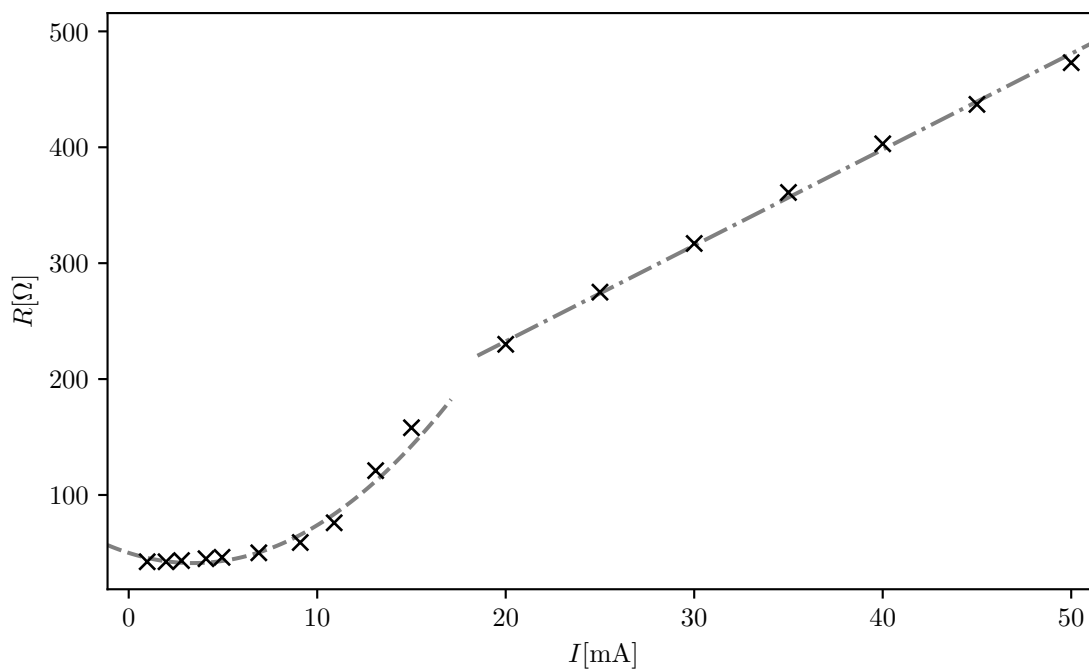
Následující tabulka obsahuje hodnoty proudu a odporu měřené substituční metodou.

$I$ [mA]	$\sigma_I$ [mA]	$R$ [Ω]	$\sigma_R$ [Ω]
0,9800	0,0030	42,40	0,04
1,980	0,006	42,40	0,04
2,800	0,006	43,40	0,04
4,100	0,015	45,00	0,04
4,950	0,015	46,20	0,05
6,900	0,015	50,10	0,05
9,100	0,030	59,00	0,06
10,900	0,030	76,00	0,08
13,100	0,030	121,00	0,12
15,000	0,030	158,00	0,16
20,00	0,06	230,00	0,23
25,00	0,06	275,00	0,28
30,00	0,06	317,00	0,32
35,00	0,15	361,0	0,4
40,00	0,15	403,0	0,4
45,00	0,15	437,0	0,4
50,00	0,15	473,0	0,5

Tabulka 5: Závislost odporu na proudu měřená substituční metodou



V grafu 6 je znázorněna závislost odporu vlákna žárovky na procházejícím proudu. Data jsou opět proložena kvadratickým a lineárním fitem.

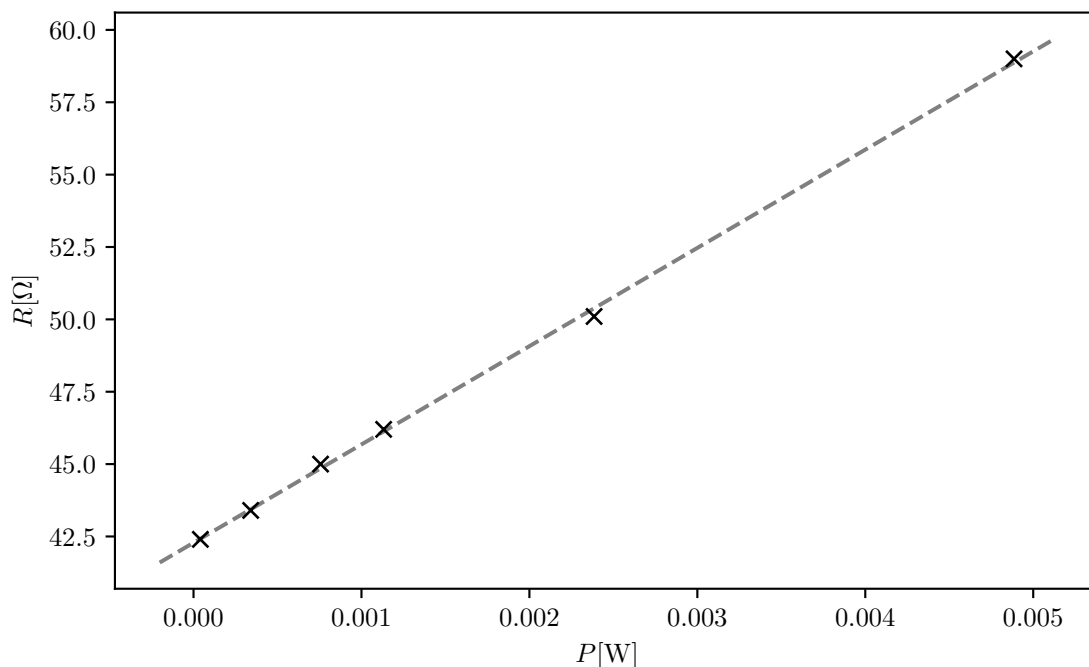


Obrázek 6: Graf závislosti odporu na proudu měřené substituční metodou

Odpor byl změřen také digitálním multimetrem, výsledkem je hodnota  $R = (43,0 \pm 0,3) \Omega$ .

## Úkol 5

Závislost podle rovnice (7) je vyobrazena v grafu 7. Bylo použito prvních 6 hodnot z úkolu 3. Pomocí lineární regrese byla určena hodnota odporu žárovky při pokojové teplotě  $(42,35 \pm 0,09) \Omega$ .



Obrázek 7: Lineární závislost prvních šesti hodnot příkonu a odporu

## Diskuse

Z výsledků měření je patrné, že vliv měřicích přístrojů se v přímé metodě měření odporu značně projevuje. Kromě toho se v měření promítly systematické chyby způsobené zanedbáním odporů vodičů, pozorovatelné obzvláště při malých hodnotách protékajícího proudu.

Odpor vlákna žárovky je zřejmě velmi spjatý s teplotou, závislost nelze vyjádřit analyticky, jako aproximaci jsem zvolil pro prvních několik hodnot kvadratický průběh, následovaný pro zbytek hodnot průběhem lineárním. Zde se může skrývat další zdroj chyb, kterým mohl být fakt, že při měření nemusela být teplota vlákna žárovky ustálená.

## Závěr

Výsledky měření přímou metodou jsou zapsány v tabulkách 1 a 2 a grafech 2, 3, 4 a 5.

Vnitřní odpory měřicích přístrojů měřené digitálním multimetrem jsou uvedeny v tabulce 3 a 4. Hodnoty, naměřené substituční metodou, jsou pro ampérmetr s rozsahem 75 mA  $(4,10 \pm 0,04) \Omega$ , pro voltmetr s rozsahem 30 V  $(15,0 \pm 0,2) k\Omega$ .

Hodnoty odporu žárovky měřené substituční metodou jsou uvedeny v tabulce 5 a grafu 6. Multimetrem jsme naměřili hodnotu  $R = (43,0 \pm 0,3) \Omega$ .

Pomocí lineární regrese byla určena hodnota odporu při pokojové teplotě  $R = (42,35 \pm 0,09) \Omega$ .

## Literatura

- [1] Studijní text "Měření odporů", dostupné z  
[http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_202.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_202.pdf), 15. 10.  
2017