



# Ekonometrija (II) su R.

Tomas Dzedulionis,  
III kursas, Ekonominė analizė  
Vilniaus universitetas  
Ekonomikos ir verslo administravimo fakultetas

2020m.

## Turinys

<b>1</b>	<b>Įvadas</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Klasikinis laiko eilutės išskaidymas</b>	<b>3</b>
2.1	Laiko eilutės samprata . . . . .	3
2.2	Duomenų importas ir vertimas laiko eilute . . . . .	3
2.3	Laiko eilutės išskaidymas . . . . .	5
2.3.1	Multiplikatyviu būdu . . . . .	5
2.3.2	Adityviu būdu . . . . .	6
2.3.3	Desezonizavimas . . . . .	7
2.4	Aprašomosios statistikos . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Eksponentinis glodinimas</b>	<b>8</b>
3.1	Paprastas eksponentinis glodinimas (SES) . . . . .	8
3.2	Dvigubas eksponentinis glodinimas (Holt glodinimas) . . . . .	9
3.3	Holt-Winters be sezoniškumo komponentės. . . . .	11

3.4	Holt_Winters su adityviu sezoniškumu. . . . .	13
3.5	Holt_Winters su multiplikatyviu sezoniškumu. . . . .	14
3.6	Hodrick-Prescott filtras . . . . .	16
<b>4</b>	<b>ARIMA</b>	<b>17</b>
4.1	Stacionarumo tikrinimas . . . . .	17
4.1.1	Grafinė analizė . . . . .	17
4.1.2	Vienetinės šaknies testai . . . . .	19
4.2	Stacionarizavimas . . . . .	20
4.3	ARIMA modelio sudarymas . . . . .	23
4.4	Prognozavimas . . . . .	25
<b>5</b>	<b>VAR</b>	<b>26</b>
5.1	Pirmoji grafinė analizė . . . . .	27
5.2	Stacionarizavimas . . . . .	29
5.3	VAR Modelio sudarymas . . . . .	31
5.4	Prognozė . . . . .	34
5.5	Granger priežastingumo testai . . . . .	34
5.6	Reakcija į impulsus . . . . .	35
<b>6</b>	<b>Panelinių duomenų modeliai</b>	<b>37</b>
6.1	Grafinė analizė . . . . .	38
6.2	Stacionarumo tikrinimas [1] . . . . .	42
6.3	Duomenų stacionarizavimas. . . . .	43
6.4	Stacionarumo tikrinimas [2] . . . . .	43
6.5	Grafinė analizė [2] . . . . .	44
6.6	Pastovių konstantų modelis. . . . .	47
6.7	Fiksuotų efektų modelis . . . . .	49
6.8	Atsitiktinių efektų modelis . . . . .	51
6.9	Galutinis modelis . . . . .	52

# 1 Įvadas

Ši mokomoji medžiaga skirta ekonomikos studentams, kurie studijuoja ekonometriją II ir nori plėsti R programavimo žinias bei pasitelkti **R** programą mokomojo dalyko darbams atlikti. Medžiagoje apžvelgiamos šios temos:

- Klasikinis laiko eilutės išskaidymas
- Laiko eilutės eksponentinis glodinimas ir filtrai
- ARIMA modeliai
- VAR modeliai
- Panelinių duomenų modeliai.

Mokomoji medžiaga/konspektas rašytas mokymosi tikslais.

## 2 Klasikinis laiko eilutės išskaidymas

### 2.1 Laiko eilutės samprata

**Laiko eilutė** (*laiko seka*) –reiškinio periodiškų stebėjimų visuma, kurių duomenys tai periodo metu fiksuoti stebėjimų dydžiai arba stebimų dydžių suma.

Laiko eilutės gali būti suformuotos iš įvairaus dažnumo, tačiau vienodo periodiškumo duomenų: valandinių, kasdienių, savaitinių, mėnesinių, metinių ir pan.

Norint duomenims suteikti laiko eilutės formą naudojame komandą `ts(...)`, o skliaustų viduje nurodome duomenis `data=...`, pradžios reikšmę (datą) `start=...`, pabaigą `end=...` ir stebėjimų dažnį `frequency=...` (pavyzdžiui ketvirtiniai duomenys `frequency=4`).

### 2.2 Duomenų importas ir vertimas laiko eilute

Duomenims naudosime paskaitoje suteiktus NETO darbo užmokesčio ūkio šakose duomenis (2008K1-2020K2), jie įkelti į Google Drive platformą lengvesniam pasiekiamumui iš skirtingų kompiuterių.

**Importavimas ir duomenų valymas**

```
# Nurodome nuorodą į duomenis
url <- "https://drive.google.com/uc?export=download&id=1IGFYeF3E58_g9Ak5sd5BGkt1jgDBfpUq"
# Importuojame duomenis
df <- read.delim(url, header=TRUE, sep=";", na.strings=c("", "NA"), encoding = "UTF-8")
# Pasileidžiame paketą duomenų valymui
if(!require("tidyverse")) install.packages("tidyverse"); library("tidyverse")
# Valome duomenis (išmetame X stulpelį, panaikiname tuščias reikšmes (NA), pervadiname stulpelį)
df <- df%>% select(-"X") %>% na.omit() %>% rename(Metai="X.U.FEFF.")
# Renkamės nagrinėjamą sritį, mūsų atveju Finansinė ir draudimo veikla ("K")
df <- select(df, 1,"K")
# Verčiame skaičius iš character vektoriaus į numeric vektorių
df$K <- as.numeric(sub(",", ".", df$K, fixed=T))
```

```
# Paverčiame duomenis į laiko eilutės formatą
data <- ts(df$K, frequency = 4, start = c(2008, 1))
```

```
data
```

```
##      Qtr1  Qtr2  Qtr3  Qtr4
## 2008  880.4  899.5  913.0  909.1
## 2009 1009.1  867.3  860.8  836.5
## 2010  843.3  840.6  832.2  825.7
## 2011  865.0  870.3  864.1  872.4
## 2012  934.9  909.5  874.1  883.0
## 2013  962.1  921.3  911.7  895.6
## 2014 1009.7  950.2  939.2  953.5
## 2015 1045.1 1005.6 1016.1 1012.9
## 2016 1132.3 1095.4 1064.1 1083.4
## 2017 1199.9 1175.8 1176.2 1161.1
## 2018 1297.8 1292.5 1220.2 1241.8
## 2019 1444.7 1430.9 1383.0 1396.7
## 2020 1541.9 1529.5
```

## 2.3 Laiko eilutės išskaidymas

### 2.3.1 Multiplikatyviu būdu

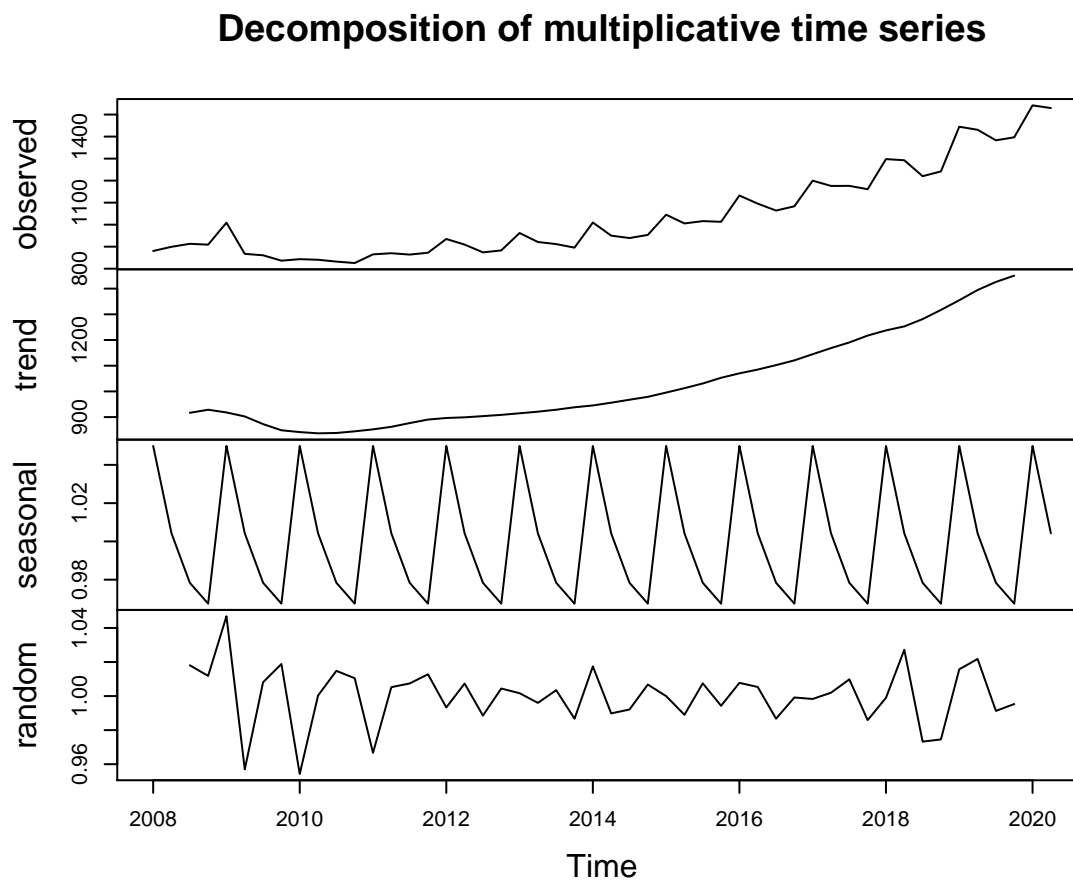
Skaidome laiko eilutę multiplikatyviu būdu.

```
data_multi <- decompose(data, type="multiplicative")  
## Sezoniskumo indeksai slėpsis šiame objekte "data_multi"
```

Sezoniskumo indeksus galime išsitraukti panaudoję komandą

```
data_multi$seasonal
```

```
plot(data_multi)
```



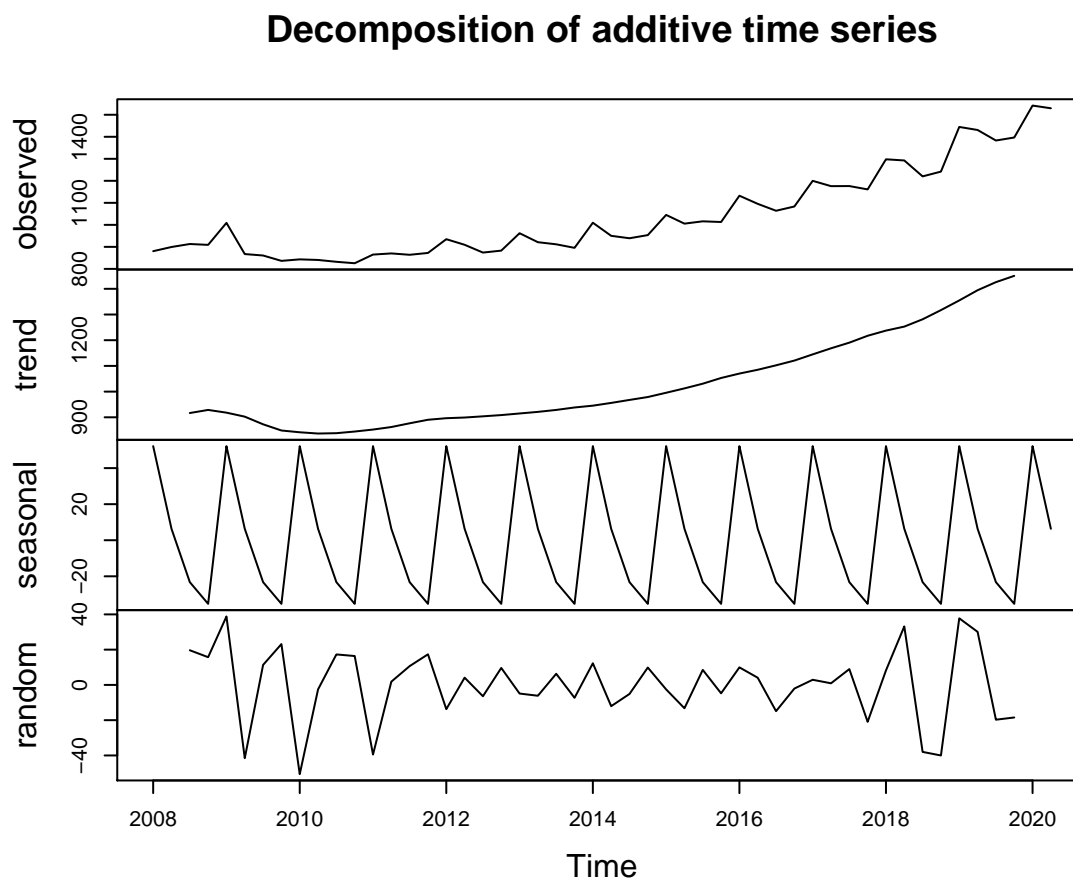
### 2.3.2 Adityviu būdu

Skaidome laiko eilutę adityviu būdu.

```
data_adityv <- decompose(data, type="additive")  
## Sezoniskumo indeksai slėpsis šiame objekte "data_adityv"
```

Sezoniskumo indeksus galime išsitraukti panaudoję komandą  
data\_adityv\$seasonal

```
plot(data_adityv)
```



### 2.3.3 Desezonizavimas

Norint desezonizuoti laiko eilutę, reikia iš jos atimti sezoniškumo indeksus.  
Pavyzdys su adityviu išskaidymu:

```
data - data_adityv$seasonal
##           Qtr1           Qtr2           Qtr3           Qtr4
## 2008  828.2194  893.1558  936.2442  944.3806
## 2009  956.9194  860.9558  884.0442  871.7806
## 2010  791.1194  834.2558  855.4442  860.9806
## 2011  812.8194  863.9558  887.3442  907.6806
## 2012  882.7194  903.1558  897.3442  918.2806
## 2013  909.9194  914.9558  934.9442  930.8806
## 2014  957.5194  943.8558  962.4442  988.7806
## 2015  992.9194  999.2558 1039.3442 1048.1806
## 2016 1080.1194 1089.0558 1087.3442 1118.6806
## 2017 1147.7194 1169.4558 1199.4442 1196.3806
## 2018 1245.6194 1286.1558 1243.4442 1277.0806
## 2019 1392.5194 1424.5558 1406.2442 1431.9806
## 2020 1489.7194 1523.1558
```

## 2.4 Aprašomosios statistikos

Aprašomosios statistikos gali būti išgaunomas keliais būdais:

1. Naudojant komandą `summary()`

```
summary(data)
##      Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##  825.7   881.0   957.8  1041.6  1172.1  1541.9
```

2. Naudojant paketą `psych`

```
if(!require("psych")) install.packages("psych"); library("psych")
describe(data)
##      vars  n    mean      sd median trimmed   mad   min    max range skew
## X1      1 50 1041.62 201.18  957.8 1013.98 138.25 825.7 1541.9 716.2 0.98
##      kurtosis    se
## X1      -0.19 28.45
```

### 3 Eksponentinis glodinimas

Įvairiems glodinimo būdams naudosime paketą `fpp2`.

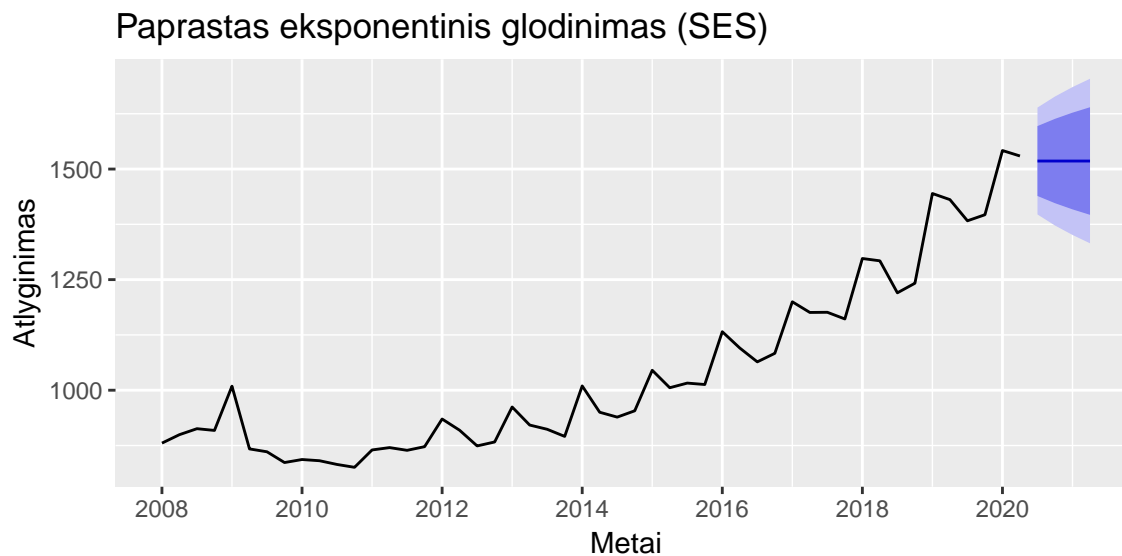
```
if(!require("fpp2")) install.packages("fpp2"); library("fpp2")
```

#### 3.1 Paprastas eksponentinis glodinimas (SES)

Naudosime komandą `ses()`. Optimalų  $\alpha$  koeficientą parinks pati programa.

```
# alpha=NULL reiškia, jog komanda parinks optimalų alpha koeficientą  
# h=4 nurodo suglodinti kitiems 4-iems periodams  
ses.data <- ses(data, alpha = NULL, h=4)
```

```
autoplot(ses.data, xlab="Metai", ylab="Atlyginimas")+  
  ggtitle("Paprastas eksponentinis glodinimas (SES)")+  
  scale_x_continuous(breaks = seq(2008,2020,2))
```



Modelio paklaidas išgausime komanda `accuracy()`

```
accuracy(ses.data)
```

##	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
## Training set	18.6336	60.38712	39.06815	1.396452	3.554291	0.5937212	-0.04636163



Modelio apibendrinta informacija išgaunama komanda `summary()`. Matome, kad komanda parinko alpha koeficientą lygų 0.6758.

```
summary(ses.data)
##
## Forecast method: Simple exponential smoothing
##
## Model Information:
## Simple exponential smoothing
##
## Call:
## ses(y = data, h = 4, alpha = NULL)
##
## Smoothing parameters:
##   alpha = 0.6758
##
## Initial states:
##   l = 888.4658
##
## sigma: 61.6323
##
##      AIC      AICc      BIC
## 611.6787 612.2005 617.4148
##
## Error measures:
##              ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
## Training set 18.6336 60.38712 39.06815 1.396452 3.554291 0.5937212 -0.04636163
##
## Forecasts:
##      Point Forecast    Lo 80    Hi 80    Lo 95    Hi 95
## 2020 Q3      1518.138 1439.153 1597.123 1397.341 1638.935
## 2020 Q4      1518.138 1422.806 1613.470 1372.340 1663.936
## 2021 Q1      1518.138 1408.877 1627.398 1351.038 1685.237
## 2021 Q2      1518.138 1396.534 1639.742 1332.161 1704.115
```

Paprastasis eksponentinis glodinimas netinkamas šiems duomenims, kadangi duomenys turi stipriai išreikštą trendą ir sezoniškumą.

### 3.2 Dvigubas eksponentinis glodinimas (Holt glodinimas)

Šiam glodinimo būdai naudojama komanda `holt()`. Optimalius alpha ir beta koeficientus parinks pati programa.

```
holt.data <- holt(data, h = 4, alpha=NULL, beta = NULL)
```

```
autoplot(holt.data, xlab="Metai", ylab="Atlyginimas")+
  ggtitle("Dvigubo eksponentinio glodinimo prognozė")+
  scale_x_continuous(breaks = seq(2008,2020,2))
```



Paklaidos

```
accuracy(holt.data)
##           ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
## Training set 15.52436 51.19839 39.53951 1.358421 3.701622 0.6008845 0.1088822
```

Apibendrinta informacija. Programa parinko  $\alpha=0.0707$ ,  $\beta=0.0707$ .

```
summary(holt.data) ### Alfa parinkta 0.9167, Beta 0.0001
##
## Forecast method: Holt's method
##
## Model Information:
## Holt's method
##
## Call:
## holt(y = data, h = 4, alpha = NULL, beta = NULL)
##
## Smoothing parameters:
##   alpha = 0.0707
##   beta  = 0.0707
##
## Initial states:
##   l = 931.6853
##   b = -17.2868
```

```
##
##   sigma: 53.378
##
##      AIC      AICc      BIC
## 599.1720 600.5356 608.7321
##
## Error measures:
##           ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
## Training set 15.52436 51.19839 39.53951 1.358421 3.701622 0.6008845 0.1088822
##
## Forecasts:
##      Point Forecast    Lo 80    Hi 80    Lo 95    Hi 95
## 2020 Q3      1550.059 1481.652 1618.465 1445.440 1654.678
## 2020 Q4      1587.676 1518.588 1656.764 1482.015 1693.336
## 2021 Q1      1625.293 1554.697 1695.889 1517.325 1733.260
## 2021 Q2      1662.910 1589.709 1736.111 1550.958 1774.862
```

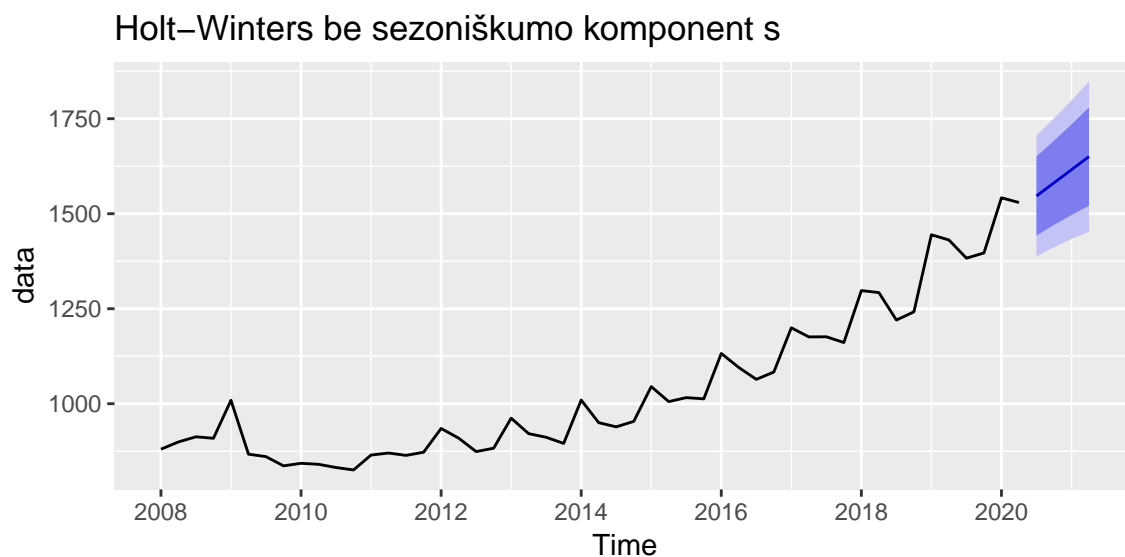
Glodinimo būdas netinka šiems duomenims, kadangi duomenys turi sezoniškumą.

### 3.3 Holt-Winters be sezoniškumo komponentės.

Naudosime komandą `ets()`. `model=...` parametras: Paklaidos - "Z" (programa nustato multiplikatyvios ar adityvios), Trendas - "Z" (programa nustato multiplikatyvi ar adityvi), Sezoniškumas - "N".

```
data.hw <- ets(data, model = "ZZN")
```

```
autoplot(forecast(data.hw,4, xlab="Metai", ylab="Atlyginimas"))+
  ggtitle("Holt-Winters be sezoniškumo komponentės")+
  scale_x_continuous(breaks = seq(2008,2020,2))
```



```

summary(forecast(data.hw,4))
##
## Forecast method: ETS(M,A,N)
##
## Model Information:
## ETS(M,A,N)
##
## Call:
## ets(y = data, model = "ZZN")
##
## Smoothing parameters:
##   alpha = 0.2349
##   beta  = 0.0614
##
## Initial states:
##   l = 918.7409
##   b = -7.3707
##
## sigma: 0.0525
##
##      AIC      AICc      BIC
## 598.6590 600.0226 608.2191
##
## Error measures:
##              ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
## Training set 13.6687 51.99545 40.8965 1.115989 3.845188 0.6215069 0.02718329
##
## Forecasts:
##      Point Forecast    Lo 80    Hi 80    Lo 95    Hi 95
## 2020 Q3      1546.696 1442.663 1650.729 1387.591 1705.801
## 2020 Q4      1581.261 1470.515 1692.007 1411.889 1750.632
## 2021 Q1      1615.826 1496.679 1734.973 1433.606 1798.045
## 2021 Q2      1650.390 1521.087 1779.694 1452.638 1848.143
accuracy(data.hw)
##              ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
## Training set 13.6687 51.99545 40.8965 1.115989 3.845188 0.6215069 0.02718329

```

### 3.4 Holt\_Winters su adityviu sezoniškumu.

Komanda ta pati, tiesiog keičiame `model=` parametrus. Sezoniškumas - "A".

```
data.hwadditive <- ets(data, model = "ZZA")
```

```
autoplot(forecast(data.hwadditive,4, xlab="Metai", ylab="Atlyginimas"))+  
  ggtitle("Holt Winters su adityviu sezoniškumu")+  
  scale_x_continuous(breaks = seq(2008,2020,2))
```



```
summary(forecast(data.hwadditive,4))  
##  
## Forecast method: ETS(A,A,A)  
##  
## Model Information:  
## ETS(A,A,A)  
##  
## Call:  
## ets(y = data, model = "ZZA")  
##  
## Smoothing parameters:  
##   alpha = 0.5699  
##   beta  = 0.0714  
##   gamma = 0.2943  
##  
## Initial states:  
##   l = 877.3358  
##   b = 5.3022  
##   s = -15.3133 -22.1398 11.3864 26.0667  
##
```

```
## sigma: 37.1284
##
## AIC AICc BIC
## 566.3217 570.8217 583.5299
##
## Error measures:
## ME RMSE MAE MPE MAPE MASE ACF1
## Training set 5.716956 34.02873 24.97444 0.4110585 2.469831 0.3795382 0.02991265
##
## Forecasts:
## Point Forecast Lo 80 Hi 80 Lo 95 Hi 95
## 2020 Q3 1479.960 1432.378 1527.542 1407.190 1552.730
## 2020 Q4 1501.717 1445.192 1558.243 1415.270 1588.165
## 2021 Q1 1654.941 1589.025 1720.856 1554.131 1755.750
## 2021 Q2 1630.009 1554.269 1705.749 1514.175 1745.843
accuracy(data.hwadditive)
## ME RMSE MAE MPE MAPE MASE ACF1
## Training set 5.716956 34.02873 24.97444 0.4110585 2.469831 0.3795382 0.02991265
```

### 3.5 Holt\_Winters su multiplikatyviu sezoniškumu.

Komanda ta pati, tiesiog keičiame model= parametrus. Sezoniškumas - "M".

```
data.hwmultiplicative <- ets(data, model = "ZZM")
```

```
autoplot(forecast(data.hwmultiplicative,4, xlab="Metai", ylab="Atlyginimas"))+
  ggtitle("Holt Winters su multiplikatyviu sezoniškumu")+
  scale_x_continuous(breaks = seq(2008,2020,2))
```



```

summary(forecast(data.hwmultiplicative,4))
##
## Forecast method: ETS(M,A,M)
##
## Model Information:
## ETS(M,A,M)
##
## Call:
## ets(y = data, model = "ZZM")
##
## Smoothing parameters:
##   alpha = 0.6448
##   beta  = 0.126
##   gamma = 1e-04
##
## Initial states:
##   l = 925.2988
##   b = 5.1542
##   s = 0.9701 0.9786 1.006 1.0453
##
## sigma: 0.0352
##
##      AIC      AICc      BIC
## 563.1448 567.6448 580.3530
##
## Error measures:
##           ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
## Training set 4.102487 32.54301 23.87374 0.3004123 2.385879 0.3628108
##           ACF1
## Training set 0.007533274
##
## Forecasts:
##           Point Forecast      Lo 80      Hi 80      Lo 95      Hi 95
## 2020 Q3           1511.762 1443.495 1580.030 1407.356 1616.168
## 2020 Q4           1528.582 1442.041 1615.123 1396.229 1660.935
## 2021 Q1           1679.188 1563.755 1794.621 1502.648 1855.727
## 2021 Q2           1646.918 1512.789 1781.046 1441.786 1852.050
accuracy(data.hwmultiplicative)
##           ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
## Training set 4.102487 32.54301 23.87374 0.3004123 2.385879 0.3628108
##           ACF1
## Training set 0.007533274

```

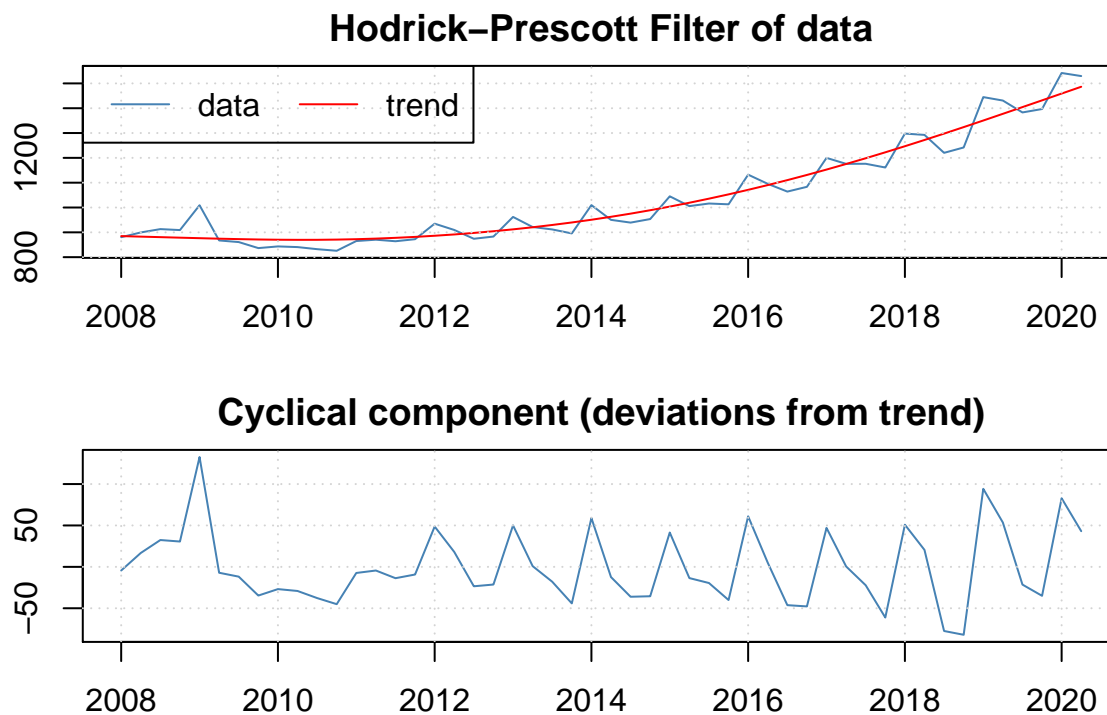
### 3.6 Hodrick-Prescott filtras

Naudosime paketą `mFilter` ir komandą `hpfilter()`

```
if(!require("mFilter")) install.packages("mFilter"); library("mFilter")
```

```
hp <- hpfilter(data, type="lambda", freq=1600)
```

```
plot(hp)
```





## 4 ARIMA

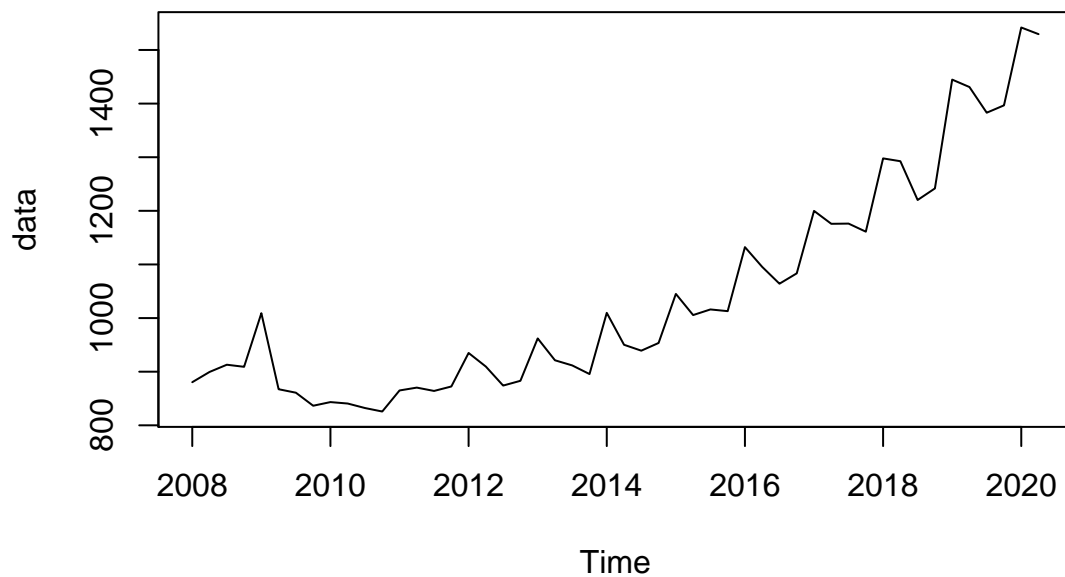
### 4.1 Stacionarumo tikrinimas

#### 4.1.1 Grafinė analizė

Įvertinsime duomenų stacionarumą žvigtelėje į laiko eilutės grafiką.

Matome, kad duomenys nėra stacionarus - jie turi aiškiai išreikštą tendą.

```
plot(data)
```

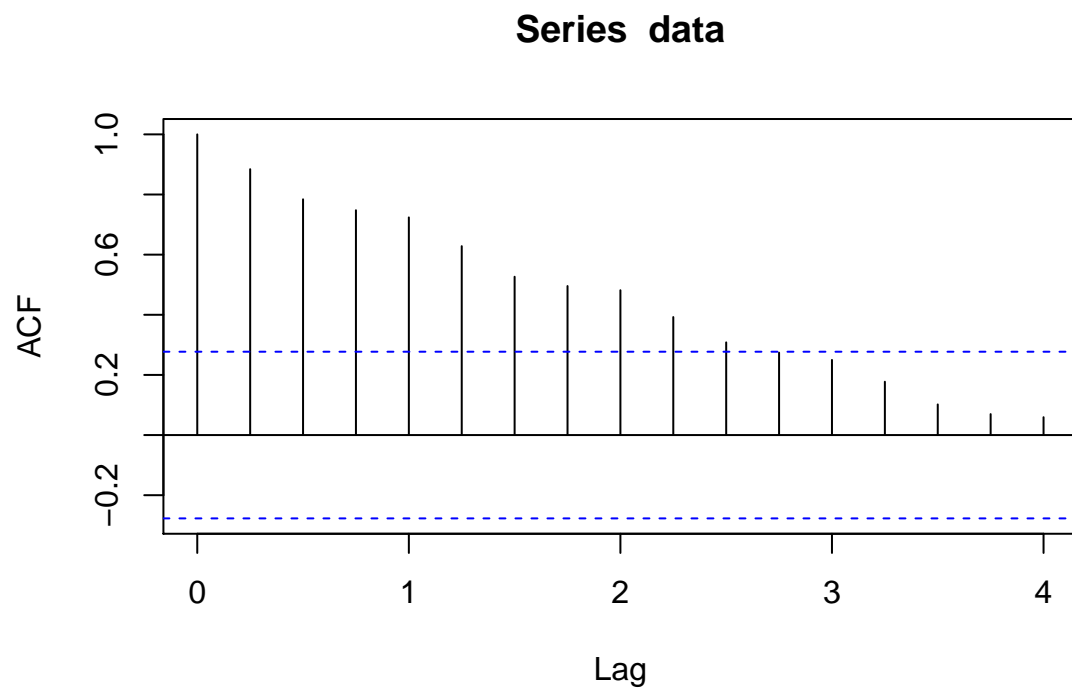


Taip pat galime pažiūrėti į autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikus.

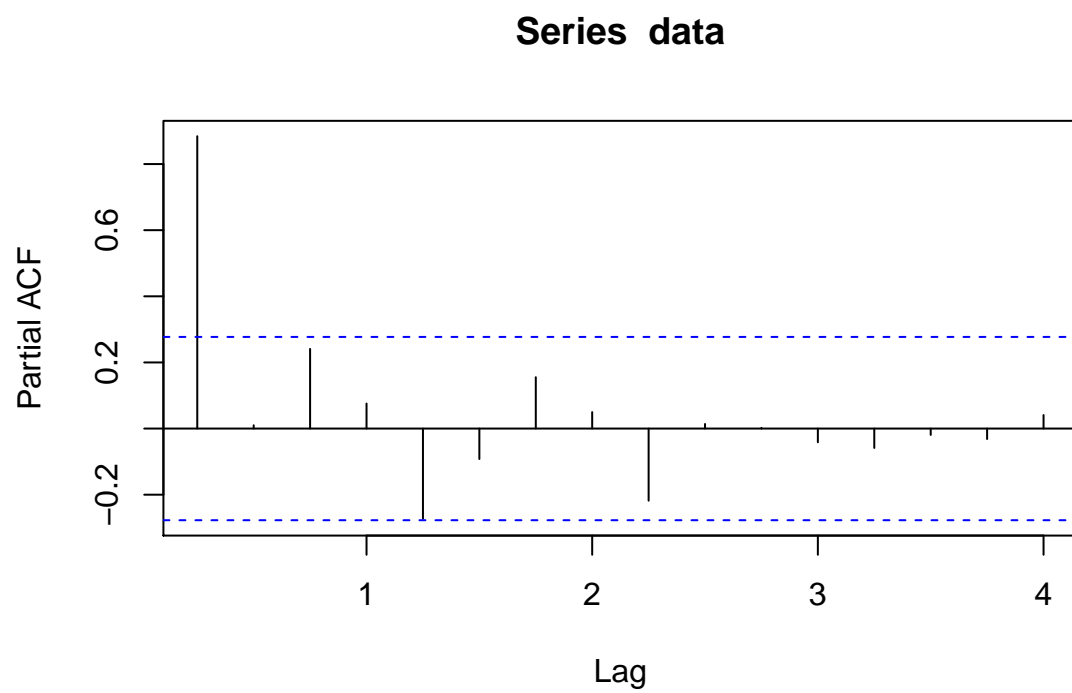
Matome, jog autokoreliacijos funkcija laipsniškai mažėja, kas indikuoja apie pirmo ligo autokoreliacija.

Tą patvirtina dalinės autokoreliacijos grafikas, su reikšminga pirmo laikotarpio autokoreliacija.

```
acf(data)
```



```
pacf(data)
```



#### 4.1.2 Vienetinės šaknies testai

$H_0$  : Kintamasis nėra stacionarus ir turi vienetinę šaknį

$H_1$  : Kintamasis yra stacionarus ir neturi vienetinės šaknies.

Naudosime `fUnitRoots` paketą ir komandą `adfTest()`, bei paketą `tseries` ir komandą `adf.test()`.

```
if(!require("fUnitRoots")) install.packages("fUnitRoots"); library("fUnitRoots")
if(!require("tseries")) install.packages("tseries"); library("tseries")
```

Norėdami atlikti **Augmented Dickey-Fuller** testą su `adfTest()` komanda, turime nurodyti pagrindinius parametrus.

Lagų skaičius nurodome `lags=...` parametro pagalba, jei nenurodysime, pagal nutylėjimą bus paimtas 1 lagas. Testo tipą pasirenkame `type=...` parametro pagalba:

1. `type="nc"`, vienetinės šaknies testui be konstantos ir trendo.
2. `type="c"`, vienetinės šaknies testas su konstanta ir be trendo.
3. `type="ct"`, vienetinės šaknies testas su konstanta ir su trendu.

Tuo tarpu `adf.test()` pati parenka lagus bei atlieka testą su konstanta ir trendu. Patikrinkime pradinius duomenis.

```
adfTest(data, type="nc")
##
## Title:
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## Test Results:
## PARAMETER:
## Lag Order: 1
## STATISTIC:
## Dickey-Fuller: 1.9088
## P VALUE:
## 0.9838
##
## Description:
## Sat Dec 19 19:58:12 2020 by user: PC
adfTest(data, type="c")
##
## Title:
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## Test Results:
## PARAMETER:
## Lag Order: 1
## STATISTIC:
## Dickey-Fuller: 0.8607
## P VALUE:
## 0.99
```

```
##
## Description:
## Sat Dec 19 19:58:12 2020 by user: PC
adfTest(data, type="ct")
##
## Title:
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## Test Results:
## PARAMETER:
## Lag Order: 1
## STATISTIC:
## Dickey-Fuller: -1.6155
## P VALUE:
## 0.7285
##
## Description:
## Sat Dec 19 19:58:12 2020 by user: PC
adf.test(data)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data
## Dickey-Fuller = -0.27633, Lag order = 3, p-value = 0.9882
## alternative hypothesis: stationary
```

Matome, jog visų testų p reikšmės  $> 0.05$ , kas rodo, jog negalime atmesti  $H_0$ , o duomenys nėra stacionarūs.

## 4.2 Stacionarizavimas

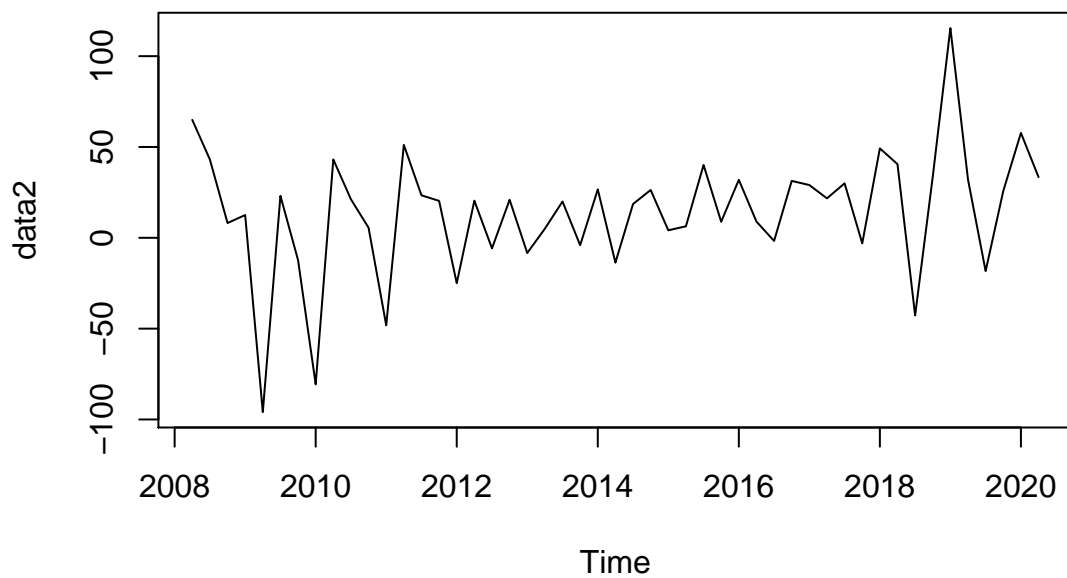
Duomenis stacionarizuoti galime dviem būdais - logaritmuojant ( $\log(\dots)$ ) ir/arba diferencijuojant ( $\text{diff}(\dots)$ ) duomenis. Šiuo atveju duomenis desezonizuosime, tuomet panaikinsime trendą duomenis diferencijuodami ir pereisime prie pirmųjų skirtumų analizės.

```
diff(data-data_adityv$seasonal)
```

	Qtr1	Qtr2	Qtr3	Qtr4
## 2008		64.936364	43.088352	8.136458
## 2009	12.538826	-95.963636	23.088352	-12.263542
## 2010	-80.661174	43.136364	21.188352	5.536458
## 2011	-48.161174	51.136364	23.388352	20.336458
## 2012	-24.961174	20.436364	-5.811648	20.936458
## 2013	-8.361174	5.036364	19.988352	-4.063542
## 2014	26.638826	-13.663636	18.588352	26.336458
## 2015	4.138826	6.336364	40.088352	8.836458

```
## 2016 31.938826 8.936364 -1.711648 31.336458
## 2017 29.038826 21.736364 29.988352 -3.063542
## 2018 49.238826 40.536364 -42.711648 33.636458
## 2019 115.438826 32.036364 -18.311648 25.736458
## 2020 57.738826 33.436364
data2 <- diff(data-data_adityv$seasonal)
```

```
plot(data2)
```



Iš grafiko matome, jog diferencijuoti duomenys atrodo stacionarūs.  
Patikrinkime tai vienetinės šaknies testu.

```
adfTest(data2, type="nc")
##
## Title:
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## Test Results:
## PARAMETER:
## Lag Order: 1
## STATISTIC:
## Dickey-Fuller: -4.9008
## P VALUE:
## 0.01
##
```

```

## Description:
## Sat Dec 19 19:58:12 2020 by user: PC
adfTest(data2, type="c")
##
## Title:
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## Test Results:
## PARAMETER:
## Lag Order: 1
## STATISTIC:
## Dickey-Fuller: -5.9329
## P VALUE:
## 0.01
##
## Description:
## Sat Dec 19 19:58:12 2020 by user: PC
adfTest(data2, type="ct")
##
## Title:
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## Test Results:
## PARAMETER:
## Lag Order: 1
## STATISTIC:
## Dickey-Fuller: -8.0172
## P VALUE:
## 0.01
##
## Description:
## Sat Dec 19 19:58:12 2020 by user: PC
adf.test(data2)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data2
## Dickey-Fuller = -6.3211, Lag order = 3, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary

```

Matome, jog desezonizavus ir diferencijavus duomenis jie tapo stacionarūs (p reikšmės  $<0.05$ , todėl atmetame  $H_0$ ).

### 4.3 ARIMA modelio sudarymas

Arima modelio parinkimas R programoje yra labai paprastas. Viskas vyksta komandos `auto.arima` pagalba, kuri “prasuka” skirtingos eilės arima modelius, kol randa geriausią pagal Akaike informacijos kriterijų.

```
arima <- auto.arima(data2, ic="aic")
summary(arima)
## Series: data2
## ARIMA(3,1,1)(1,0,0)[4]
##
## Coefficients:
##          ar1          ar2          ar3          ma1          sar1
##       -0.7818   -0.8971   -0.6520   -0.3225   -0.5754
## s.e.    0.1745    0.1334    0.1625    0.2209    0.1809
##
## sigma^2 estimated as 1127:  log likelihood=-235.86
## AIC=483.73   AICc=485.77   BIC=494.95
##
## Training set error measures:
##              ME    RMSE     MAE     MPE     MAPE     MASE     ACF1
## Training set 0.7566398 31.4442 21.44832 92.52787 128.0835 0.7228146 0.1023296
```

Matome, jog programa parinko SARIMA (ARIMA(3,1,1)(1,0,0)) modelį.

Dabar reikia atlikti Ljung-Box testą iš paketo `stats`, kad įsitikintume, jog paklaidos yra baltas triukšmas (ar nėra autokoreliacijos).

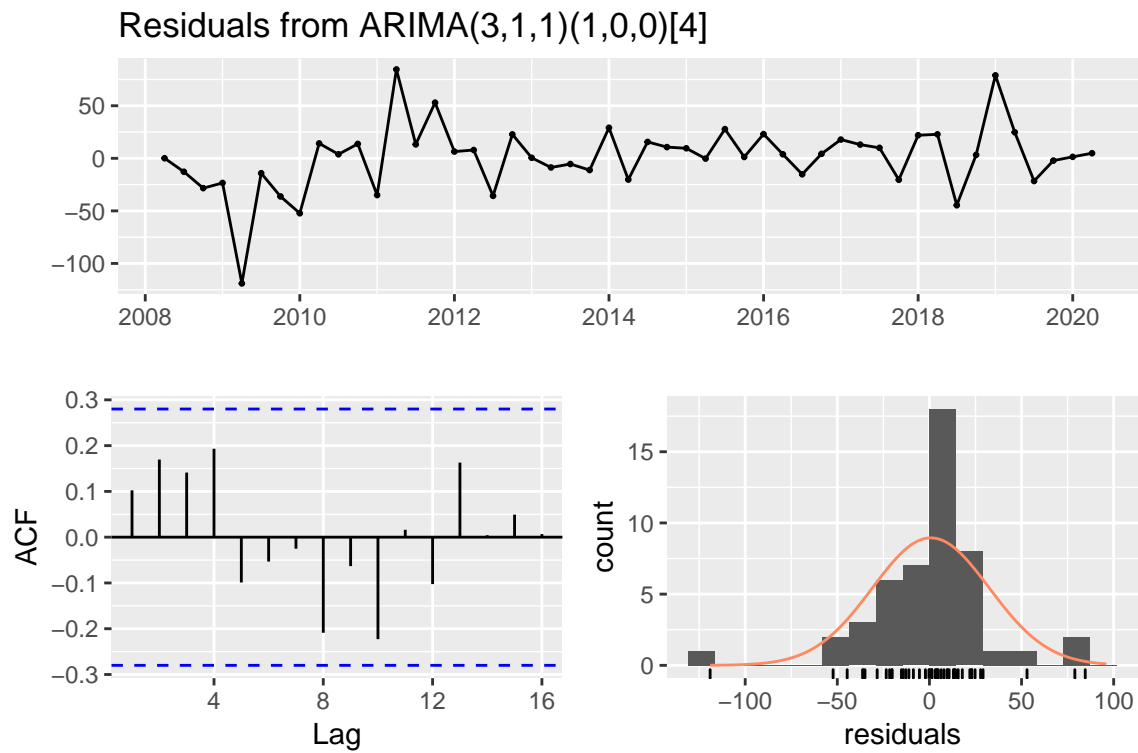
$H_0$  : Paklaidos yra baltas triukšmas.

$H_1$  : Paklaidos nėra baltas triukštmas.

```
if(!require("stats")) install.packages("stats"); library("stats")
```

```
Box.test(residuals(arima), type="Ljung-Box", lag=12)
##
## Box-Ljung test
##
## data: residuals(arima)
## X-squared = 12.805, df = 12, p-value = 0.3834
```

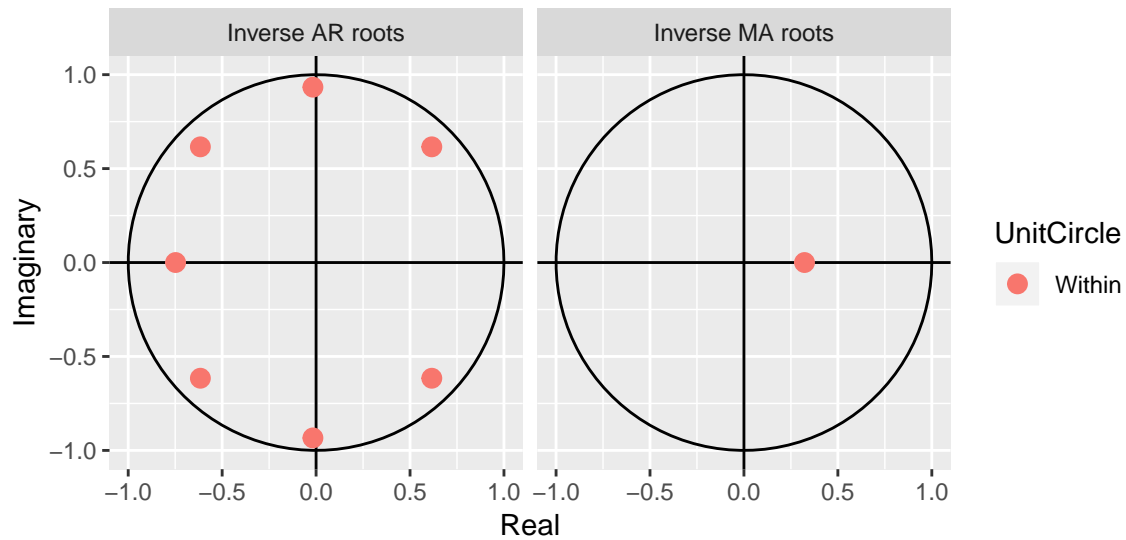
```
checkresiduals(arima)
```



Matome, jog Ljung-Box testo  $p$  reikšmė  $>0.05$ , todėl negalime atmesti nulinės hipotezės, o tai reiškia, kad paklaidos yra baltas triukšmas beigi modelis yra tinkamas. Taip pat galime patikrinti atvirkštinės modelio šaknis.



```
autoplot(arima)
```



## 4.4 Prognozavimas

Prognozuosime artimiausiems 4-iems ketvirčiams naudodami komandą `forecast()`.

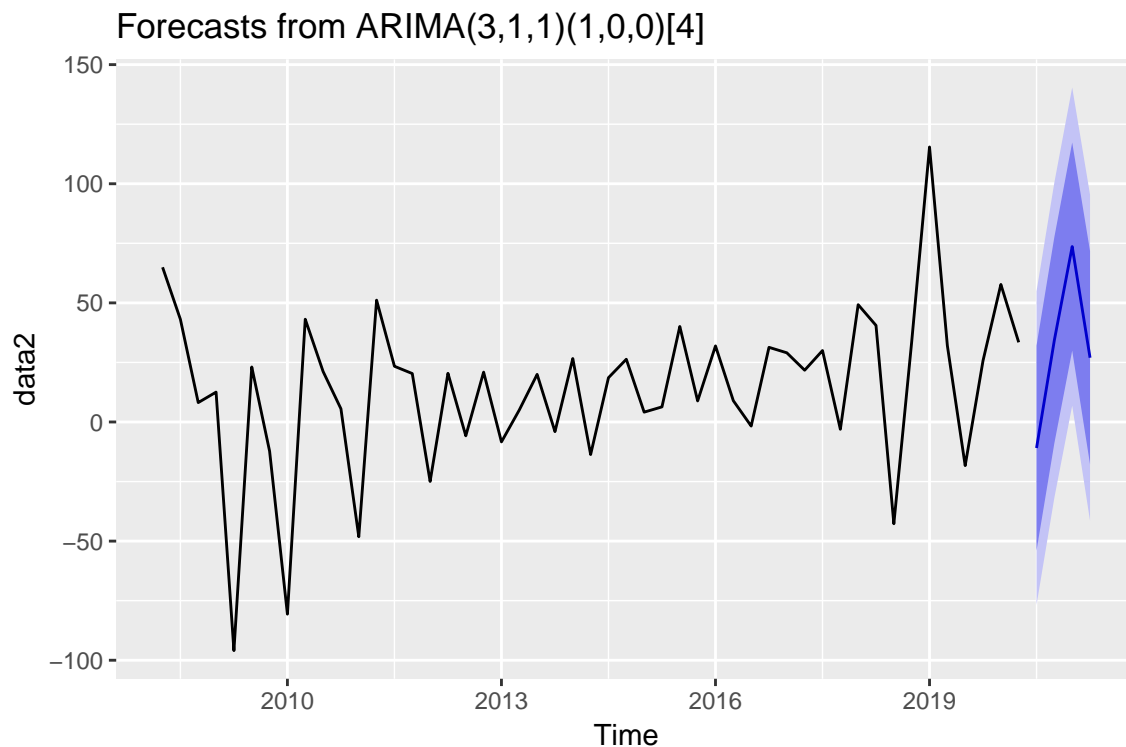
Būtina atsiminti, kad pateikiamos reikšmės yra atlyginimo augimo skirtumai (kadangi duomenis diferencijavome, kai juos stacionarizavome) ir iš jų atimtos sezoninės reikšmės.

```
prognose <- forecast(arima, 4)
```

```
prognose
```

##	<i>Point Forecast</i>	<i>Lo 80</i>	<i>Hi 80</i>	<i>Lo 95</i>	<i>Hi 95</i>
## 2020 Q3	-10.92690	-53.943938	32.09014	-76.715782	54.86198
## 2020 Q4	34.35632	-8.893836	77.60648	-31.789088	100.50173
## 2021 Q1	73.64208	29.986290	117.29788	6.876309	140.40786
## 2021 Q2	26.97061	-17.763809	71.70502	-41.444778	95.38599

```
autoplot(forecast(arima,4))
```



Galiausiai reikia pridėti sezonines vertes ir gauti tikruosius prognozinis įverčius.

```
# Kadangi prognozavome paskutinių metų 3,4 ketvirčius ir naujų metų 1 ir 2 ketvirčius
# Reikia sezoniškumo indeksų: Qtr3, Qtr4, Qtr1, Qtr2
# Sudedame prognozuotus įverčius ir pridedame kiekvieno ketvirčio sezoniškumo indeksus
forecast <- as.numeric(prognose$mean) + as.numeric(diff(data_adityv$seasonal[2:6]))
forecast <- ts(forecast, start=c(2020,3), frequency = 4)
forecast
##           Qtr1      Qtr2      Qtr3      Qtr4
## 2020                -40.51525  22.31986
## 2021 161.10326 -18.86576
```

## 5 VAR

Var modelių sudarymui naudosime paskaitoje pateiktus MMA, TUI, dirbančiųjų skaičiaus ir darbo užmokesčio duomenis. Jie įkelti į Google Drive platformą dėl patogesnio priėjimo.

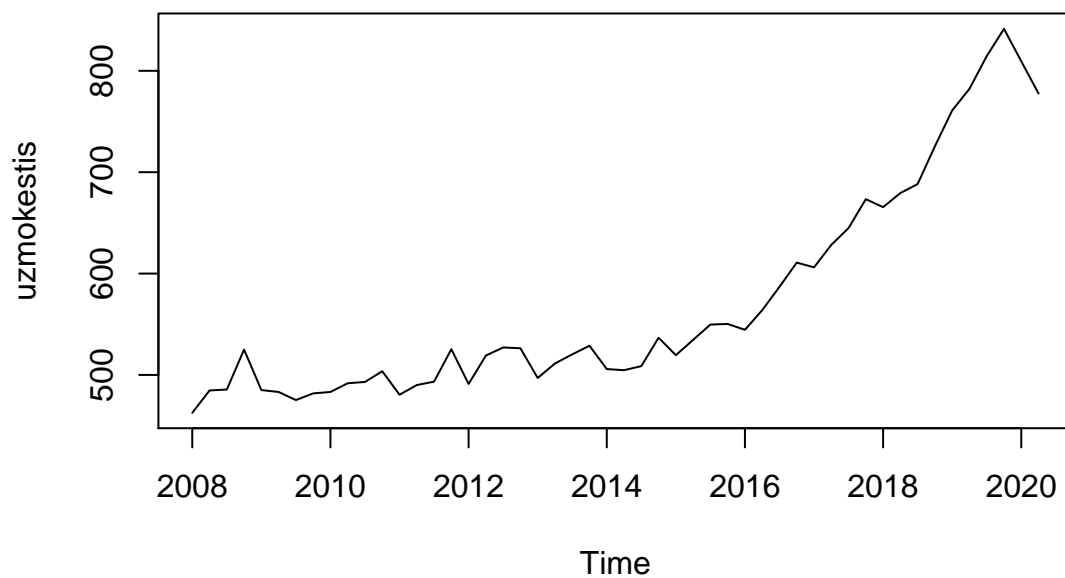
Įsikeliamė duomenis:

```
url <- "https://drive.google.com/uc?export=download&id=1R6DkKwwGC3mcPL8YhRBD1ARnyKdVnsjR"
df <- read.csv(url, header=TRUE, sep=";")
df$Uzmokestis<- as.numeric(sub(",", ".", df$Uzmokestis, fixed=T))
df$Dirbantys<- as.numeric(sub(",", ".", df$Dirbantys, fixed=T))
df$TUI<- as.numeric(sub(",", ".", df$TUI, fixed=T))
df$MMA<- as.numeric(sub(",", ".", df$MMA, fixed=T))
```

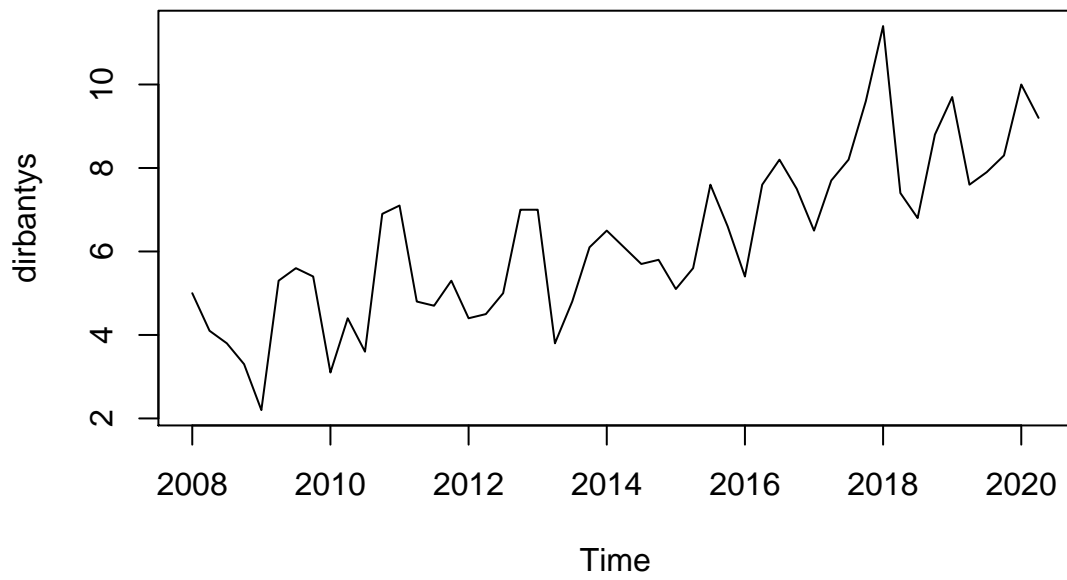
```
uzmokestis <- ts(df$Uzmokestis,
                 start=c(2008,1),
                 end=c(2020,2),
                 frequency = 4)
dirbantys <-ts(df$Dirbantys,
               start=c(2008,1),
               end=c(2020,2),
               frequency = 4)
tui <- ts(df$TUI,
          start=c(2008,1),
          end=c(2020,2),
          frequency = 4)
mma <- ts(df$MMA,
          start=c(2008,1),
          end=c(2020,2),
          frequency = 4)
```

## 5.1 Pirmoji grafinė analizė

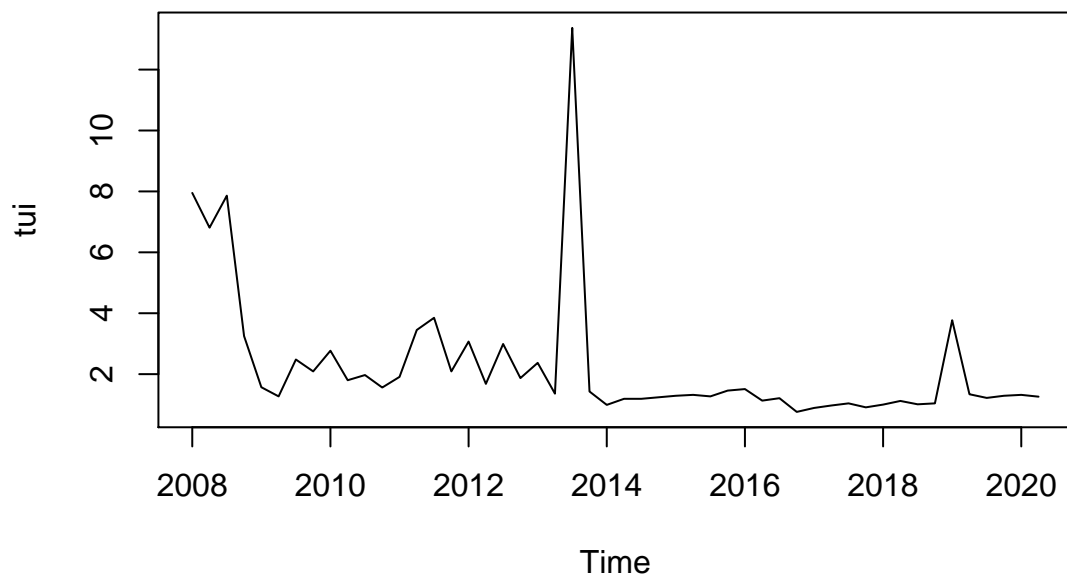
```
plot.ts(uzmokestis)
```



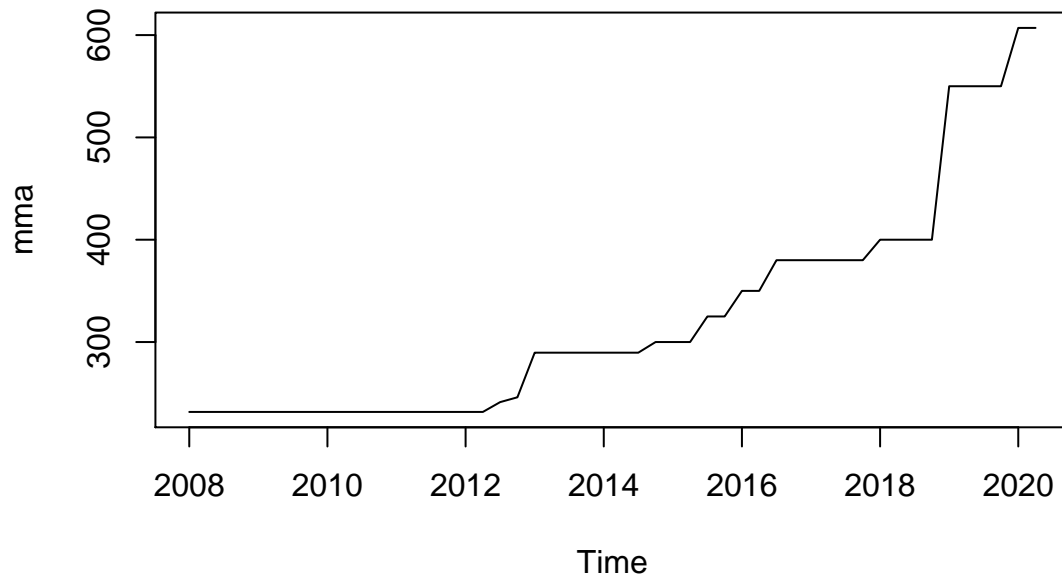
```
plot.ts(dirbantys)
```



```
plot.ts(tui)
```



```
plot.ts(mma)
```



## 5.2 Stacionarizavimas

Patikrinkime stacionarumą.

```
adf.test(uzmokestis, k=0)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data:  uzmokestis
## Dickey-Fuller = -1.3023, Lag order = 0, p-value = 0.8541
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(dirbantys, k=0)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data:  dirbantys
## Dickey-Fuller = -5.6212, Lag order = 0, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(mma, k=0)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
```

```
## data:  mma
## Dickey-Fuller = -1.07, Lag order = 0, p-value = 0.9184
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(tui, k=0)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data:  tui
## Dickey-Fuller = -6.249, Lag order = 0, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
```

Matome, jog ne visos laiko eilutės stacionarios, todėl diferencijuojame laiko eilutes ir kartojame vienišines šaknies testą.

```
uzmokestis <- diff(uzmokestis)
mma <- diff(mma)
dirbantys <- diff(dirbantys)
tui <- diff(tui)
adf.test(uzmokestis, k=0)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data:  uzmokestis
## Dickey-Fuller = -7.2661, Lag order = 0, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(dirbantys, k=0)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data:  dirbantys
## Dickey-Fuller = -7.7545, Lag order = 0, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(mma, k=0)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data:  mma
## Dickey-Fuller = -8.2004, Lag order = 0, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(tui, k=0)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data:  tui
## Dickey-Fuller = -11.408, Lag order = 0, p-value = 0.01
```

```
## alternative hypothesis: stationary
```

### 5.3 VAR Modelio sudarymas

Laiko eilutės stacionarios, galime pereiti prie VAR sudarymo.

Visų pirma reikia susidaryti duomenų matrica.

```
endogeniniai <- cbind(uzmokestis, dirbantys)
colnames(endogeniniai) <- c("uzmokestis", "dirbantys")
egzogeniniai <- cbind(mma, tui)
colnames(egzogeniniai) <- c("mma", "tui")
```

Dabar vars paketo VARselect() komanda, remiantis Akaike informacijos kriterijumi, galėsime išsi-  
aiškinti, kelintos eilės VAR modelį sudaryti.

```
if(!require("vars")) install.packages("vars"); library("vars")
```

```
info <- VARselect(endogeniniai, lag.max = 4, exogen = egzogeniniai)
info$selection
## AIC(n) HQ(n) SC(n) FPE(n)
##      4      4      1      4
```

Matome, jog komanda siūlo sudaryti 4-os eilės VAR modelį.

Sudarykime modelį.

```
Model1 <- VAR(endogeniniai, p = 4, ic="AIC", exog= egzogeniniai)
summary(Model1)
##
## VAR Estimation Results:
## =====
## Endogenous variables: uzmokestis, dirbantys
## Deterministic variables: const
## Sample size: 45
## Log Likelihood: -253.591
## Roots of the characteristic polynomial:
## 0.8566 0.8566 0.8349 0.825 0.825 0.7387 0.6803 0.6803
## Call:
## VAR(y = endogeniniai, p = 4, exogen = egzogeniniai, ic = "AIC")
##
##
## Estimation results for equation uzmokestis:
## =====
## uzmokestis = uzmokestis.l1 + dirbantys.l1 + uzmokestis.l2 + dirbantys.l2 + uzmokestis.l3 + dirbantys.l3 +
##
## Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
```

```

## uzmokestis.l1  0.08643    0.15209    0.568    0.5736
## dirbantys.l1  -3.30926    2.25093   -1.470    0.1507
## uzmokestis.l2  0.02445    0.16714    0.146    0.8845
## dirbantys.l2  -1.00365    2.27811   -0.441    0.6623
## uzmokestis.l3 -0.15320    0.15758   -0.972    0.3378
## dirbantys.l3   1.80657    2.47152    0.731    0.4698
## uzmokestis.l4  0.35620    0.15561    2.289    0.0284 *
## dirbantys.l4   1.54895    2.34085    0.662    0.5126
## const          3.37642    3.58804    0.941    0.3533
## mma            0.15879    0.13357    1.189    0.2428
## tui            -0.53622    1.18561   -0.452    0.6539
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Residual standard error: 17.68 on 34 degrees of freedom
## Multiple R-Squared:  0.3247, Adjusted R-squared:  0.1261
## F-statistic: 1.635 on 10 and 34 DF, p-value: 0.1386
##
##
## Estimation results for equation dirbantys:
## =====
## dirbantys = uzmokestis.l1 + dirbantys.l1 + uzmokestis.l2 + dirbantys.l2 + uzmokestis.l3 + dirbantys.l3 +
##
##
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## uzmokestis.l1 -0.002020   0.010695  -0.189   0.85132
## dirbantys.l1  -0.539537   0.158289  -3.409   0.00170 **
## uzmokestis.l2 -0.004810   0.011754  -0.409   0.68491
## dirbantys.l2  -0.740033   0.160200  -4.619 5.32e-05 ***
## uzmokestis.l3 -0.003093   0.011081  -0.279   0.78182
## dirbantys.l3  -0.497343   0.173801  -2.862   0.00716 **
## uzmokestis.l4  0.016277   0.010942   1.487   0.14610
## dirbantys.l4  -0.329433   0.164612  -2.001   0.05340 .
## const          0.257797   0.252316   1.022   0.31413
## mma            0.008514   0.009393   0.906   0.37111
## tui            0.001499   0.083373   0.018   0.98576
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Residual standard error: 1.243 on 34 degrees of freedom
## Multiple R-Squared:  0.4824, Adjusted R-squared:  0.3301
## F-statistic: 3.168 on 10 and 34 DF, p-value: 0.005721
##
##

```



```
##
## Covariance matrix of residuals:
##          uzmokestis dirbantys
## uzmokestis    312.408    -3.362
## dirbantys     -3.362     1.545
##
## Correlation matrix of residuals:
##          uzmokestis dirbantys
## uzmokestis      1.000    -0.153
## dirbantys     -0.153     1.000
```

Patikrinkime apskaičiuoto modelio AR charakteringo polinomo atvirkštinės šaknis ir atlikime Jarque Bera testą paklaidų normalumui nustatyti.

```
roots(Model1, modulus = TRUE)
## [1] 0.8566473 0.8566473 0.8349304 0.8249715 0.8249715 0.7386961 0.6802874
## [8] 0.6802874
normality.test(Model1, multivariate.only = TRUE)
## $JB
##
## JB-Test (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object Model1
## Chi-squared = 9.0878, df = 4, p-value = 0.05894
##
##
## $Skewness
##
## Skewness only (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object Model1
## Chi-squared = 5.807, df = 2, p-value = 0.05483
##
##
## $Kurtosis
##
## Kurtosis only (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object Model1
## Chi-squared = 3.2808, df = 2, p-value = 0.1939
```

Matome, jog nei viena polinomo atvirkštinė šaknis nėra didesnė už 1-ą, o Jarque-Bera testo p reikšmė = 0.05894 vos vos didesnė už 0.05, kas leidžia teigti (su 90proc. pasitikėjimo lygiu), jog paklaidos yra normalios.

## 5.4 Prognozė

Prognozuosime 4-iems ateinantiems laikotarpiams (4-iems ketvirčiams). Turime sukurti egzogeninių reikšmių prognozuojamiems laikotarpiams matricą. Jei nežinome, kokios kintamųjų reikšmės bus ateinančiuose laikotarpiuose, tuomet įrašome 0. Ir galiausiai atliekame prognozę.

```
# Kuriame egzogeninių kintamųjų matricą ateičiai
mma2<-c(0,0,0,0)
tui2<-c(0,0,0,0)
egzogeniniai2 <- cbind(mma2, tui2)
colnames(egzogeniniai2) <- c("mma", "tui")
# Prognozuojame
predict(Model1, n.ahead = 4, ci = 0.95, dumvar = egzogeniniai2)
## $uzmokestis
##          fcst      lower    upper      CI
## [1,]  9.358263 -25.28424  44.00076  34.64250
## [2,] 23.066001 -12.73129  58.86329  35.79729
## [3,] -1.699268 -37.53499  34.13646  35.83573
## [4,] -9.185270 -46.63958  28.26904  37.45431
##
## $dirbantys
##          fcst      lower    upper      CI
## [1,] -0.2057095 -2.641819  2.230400  2.436109
## [2,]  0.6544504 -2.109414  3.418315  2.763864
## [3,] -0.6193237 -3.581312  2.342665  2.961988
## [4,] -0.1805847 -3.166680  2.805510  2.986095
```

## 5.5 Granger priežastingumo testai

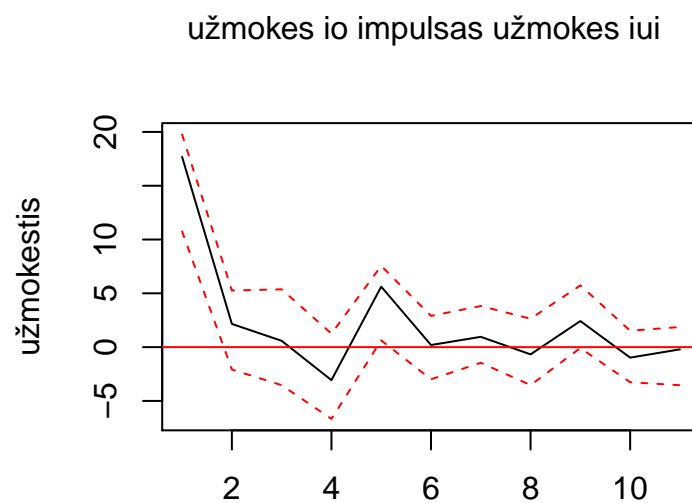
Atliekame Granger priežastingumo testus.

```
Grangeruzmokestis<- causality(Model1, cause = "uzmokestis")
Grangerdirbantys <- causality(Model1, cause = "dirbantys")
Grangeruzmokestis
## $Granger
##
##  Granger causality H0: uzmokestis do not Granger-cause dirbantys
##
## data:  VAR object Model1
## F-Test = 0.63004, df1 = 4, df2 = 68, p-value = 0.6427
##
##
## $Instant
##
##  H0: No instantaneous causality between: uzmokestis and dirbantys
```

```
##
## data:  VAR object Model1
## Chi-squared = 1.0297, df = 1, p-value = 0.3102
Grangerdirbantys
## $Granger
##
## Granger causality H0: dirbantys do not Granger-cause uzmokestis
##
## data:  VAR object Model1
## F-Test = 1.7399, df1 = 4, df2 = 68, p-value = 0.1513
##
##
## $Instant
##
## H0: No instantaneous causality between: dirbantys and uzmokestis
##
## data:  VAR object Model1
## Chi-squared = 1.0297, df = 1, p-value = 0.3102
```

## 5.6 Reakcija į impulsus

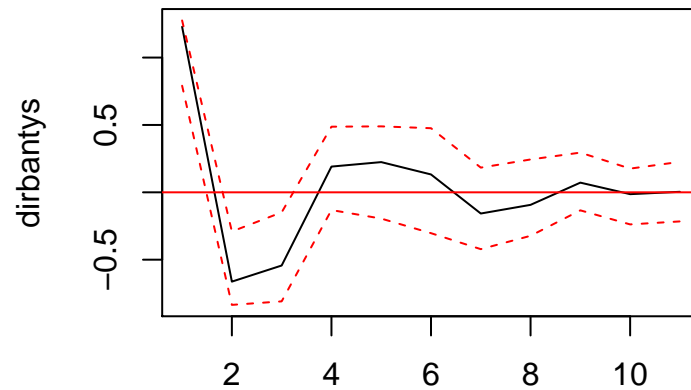
```
irf1 <- irf(Model1, impulse = "uzmokestis", response = "uzmokestis", n.ahead = 10, boot = TRUE)
plot(irf1, ylab = "užmokestis", main = "užmokesčio impulsas užmokesčiui")
```



95 % Bootstrap CI, 100 runs

```
irf2 <- irf(Model1, impulse = "dirbantys", response = "dirbantys", n.ahead = 10, boot = TRUE)
plot(irf2, ylab = "dirbantys", main = "dirbančių impulsas dirbantiems")
```

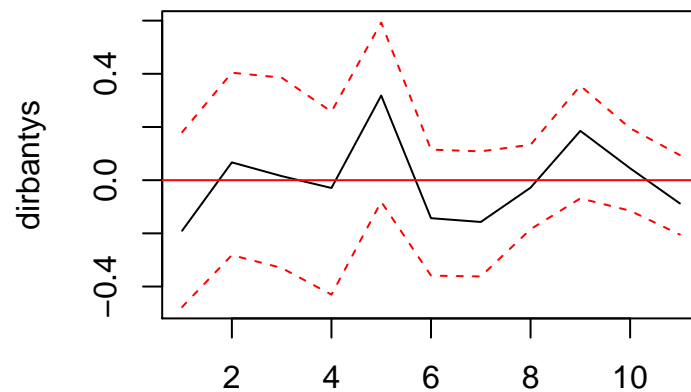
dirbančių impulsas dirbantiems



95 % Bootstrap CI, 100 runs

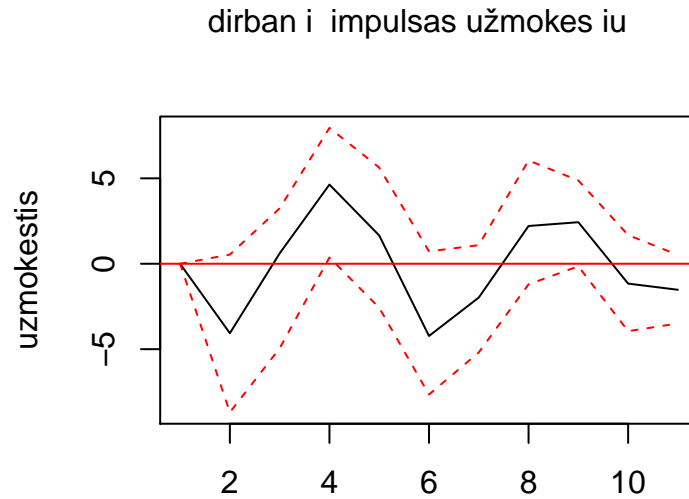
```
irf3 <- irf(Model1, impulse = "užmokestis", response = "dirbantys", n.ahead = 10, boot = TRUE)
plot(irf3, ylab = "dirbantys", main = "užmokesčio impulsas dirbantiems")
```

užmokesčio impulsas dirbantiems



95 % Bootstrap CI, 100 runs

```
irf4 <- irf(Model1, impulse = "dirbantys", response = "uzmokestis", n.ahead = 10, boot = TRUE)
plot(irf4, ylab = "uzmokestis", main = "dirbančių impulsas užmokesčiu")
```



## 6 Panelinių duomenų modeliai

Panelinių duomenų modeliui nagrinėti pasitelksime Lietuvos statistikos departamento duomenis: nusikalstamumo lygis, išsilavinimo lygis ir BVP vienam gyventojui.

Modelio tikslas - nustatyti ar nusikalstamumo lygiui Lietuvos regionuose turį įtakos išsilavinimo, nedarbo lygis ir BVP vienam gyventojui. Jei įtaka yra, kokia ji.

Duomenys yra 2005 - 2019 metų iš 10 Lietuvos regionų.

Importuokime duomenis, kurie įkelti į Google Drive platformą dėl patogesnio prieinamumo iš skirtingų kompiuterių. Tuo pačiu persiskaiciuosime išsilavinusių žmonių skaičių iš absoliučių reikšmių į procentus nuo bendro išsilavinusių skaičiaus

```
data <- read.delim("https://drive.google.com/uc?export=download&id=189Gq3W33BjoFkeDmlEc0CLjR4wAtC6-f")
data <- dplyr::filter(data, Administracine.teritorija != "Lietuvos Respublika",
  Administracine.teritorija != "Sostinė regionas",
  Administracine.teritorija != "Vidurio ir vakarų Lietuvos regionas") %>%
  mutate(Vidutinis = Vidutinis/Viso.išsilavinusių* 100,
    Aukstas= Aukstas/Viso.išsilavinusių* 100,
    Zemas = Zemas/Viso.išsilavinusių* 100) %>%
  rename( "teritorija" =Administracine.teritorija)
```

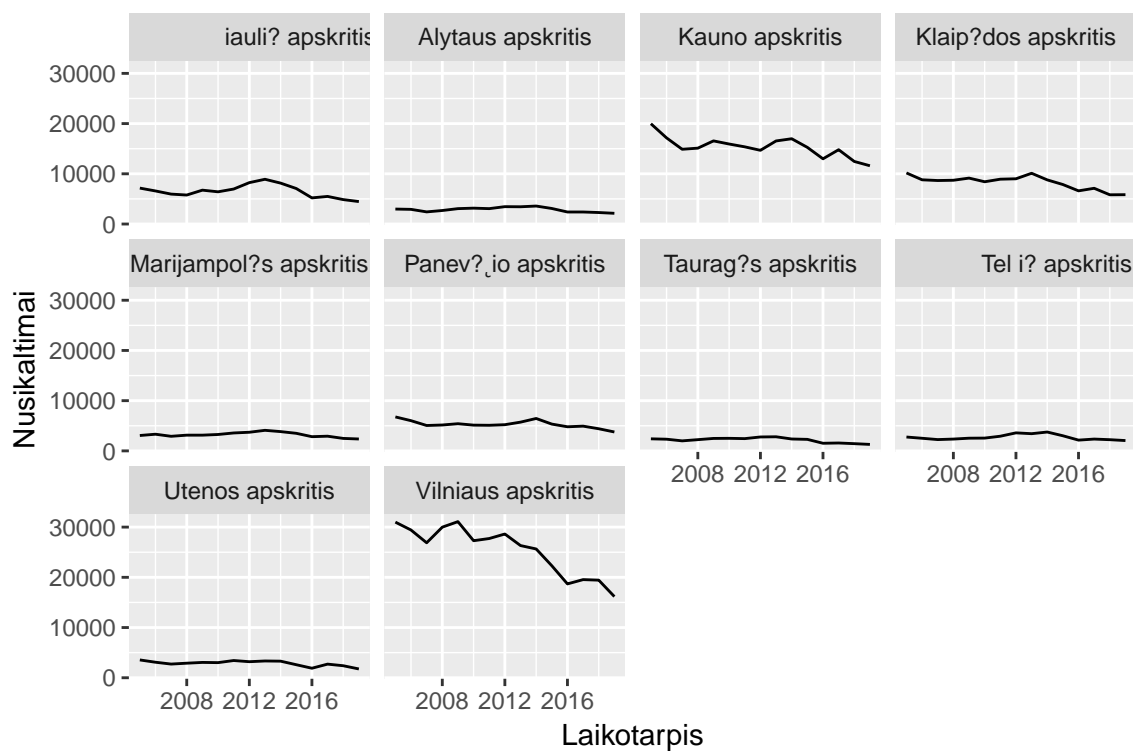
Paverskime duomenis į panelinių duomenų formatą. Tam prireiks `plm` paketo.

```
if(!require("plm")) install.packages("plm"); library("plm")
## Loading required package: plm
##
## Attaching package: 'plm'
## The following object is masked from 'package:timeSeries':
##
##      lag
## The following objects are masked from 'package:dplyr':
##
##      between, lag, lead
# Paverčiame į panelinių duomenų formatą
data.p <- pdata.frame(data, index=c("teritorija", "Laikotarpis"))
# Verčiame praleistas "NA" reikšmes į 0
data.p[is.na(data.p)] <- 0
# Suformatuojame, kad laikotarpis būtų datos formato. Prireiks paketo "lubridate"
if(!require("lubridate")) install.packages("lubridate"); library("lubridate")
## Loading required package: lubridate
##
## Attaching package: 'lubridate'
## The following object is masked from 'package:base':
##
##      date
data.p$Laikotarpis <- year(as.Date(data.p$Laikotarpis, format = "%Y"))
```

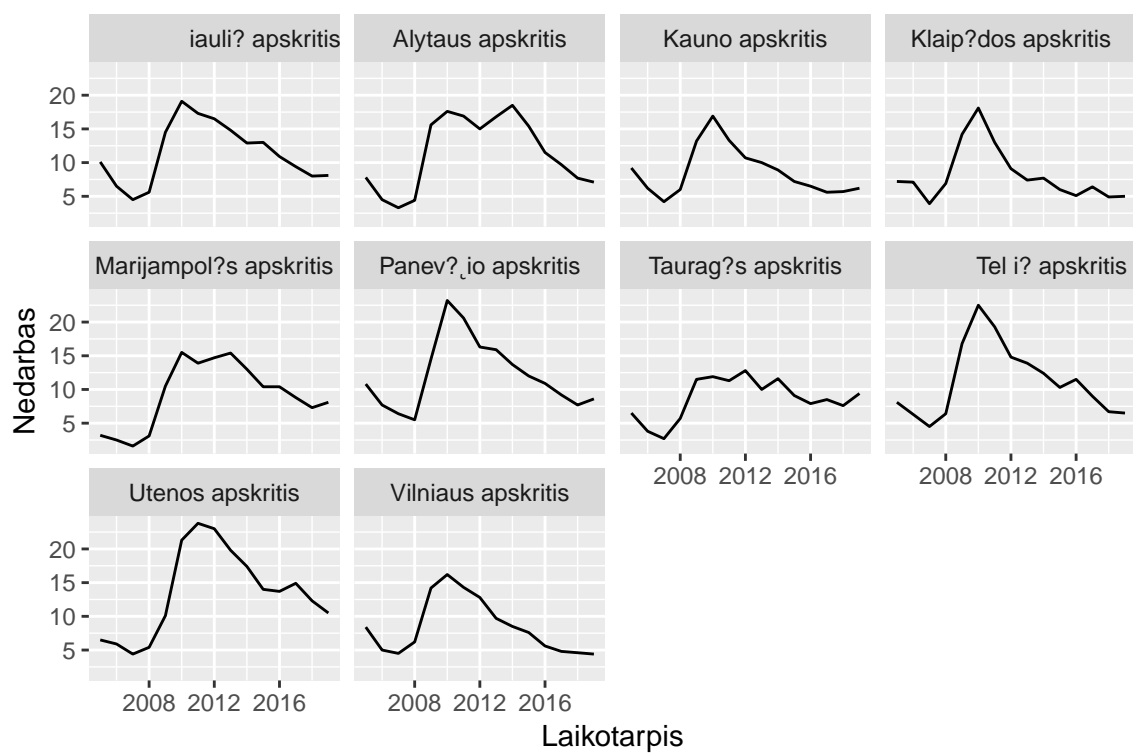
## 6.1 Grafinė analizė

Pažiūrėkime, kaip elgiasi duomenys. Kokios tendencijos bei ar duomenys yra stacionarūs. Duomenų atvaizdavimui naudosime `ggplot()` paketą.

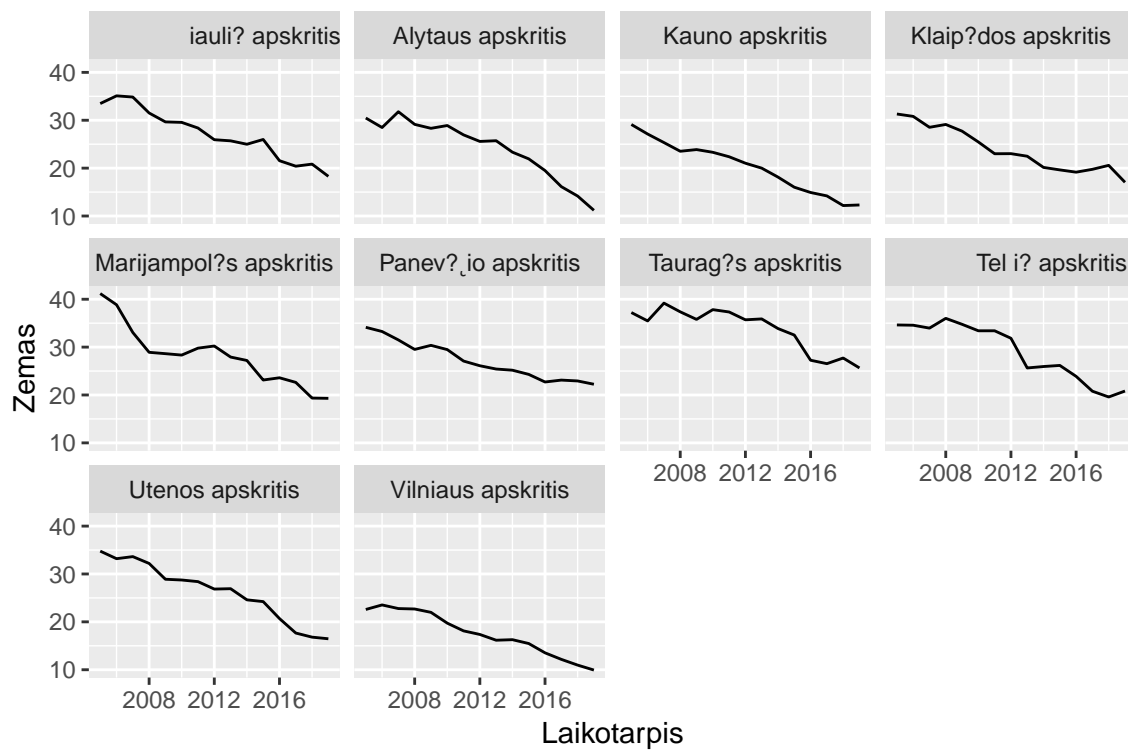
```
ggplot(data.p, aes(Laikotarpis, Nusikaltimai, group=1)) +
  geom_line()+
  facet_wrap(~ teritorija)
```



```
ggplot(data.p, aes(Laikotarpis, Nedarbas, group=1)) +
  geom_line()+
  facet_wrap(~ teritorija)
```

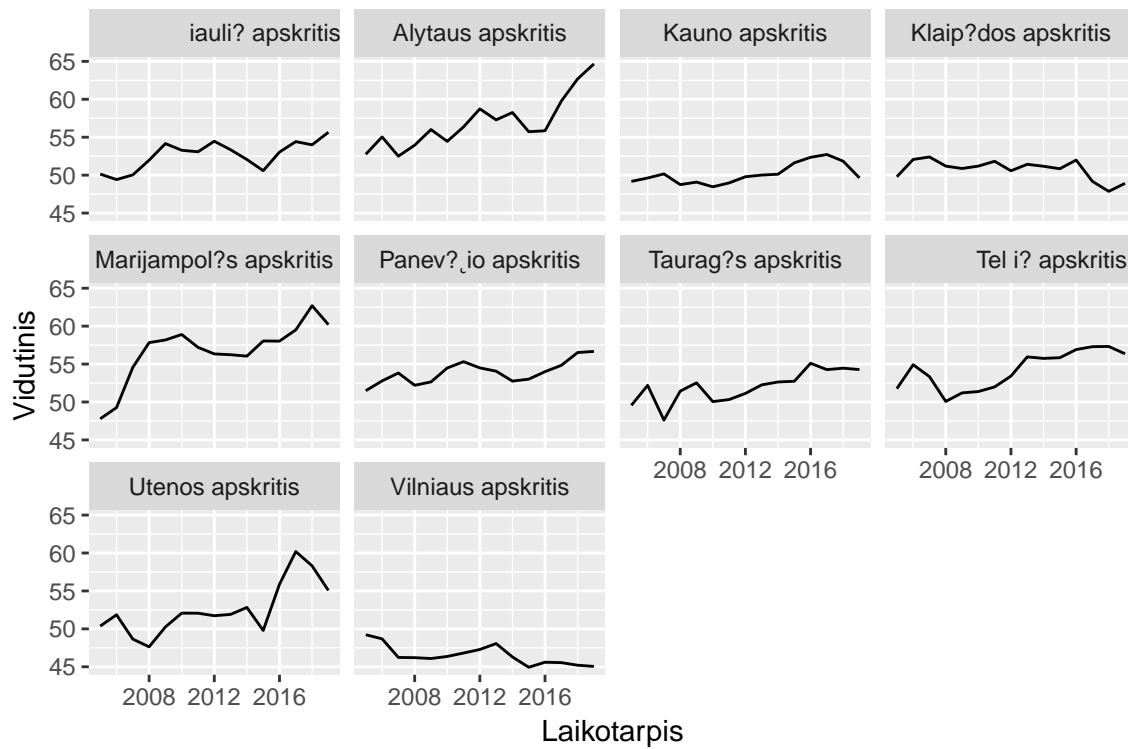


```
ggplot(data.p, aes(Laikotarpis, Zemas, group=1)) +  
  geom_line()+  
  facet_wrap(~ teritorija)
```

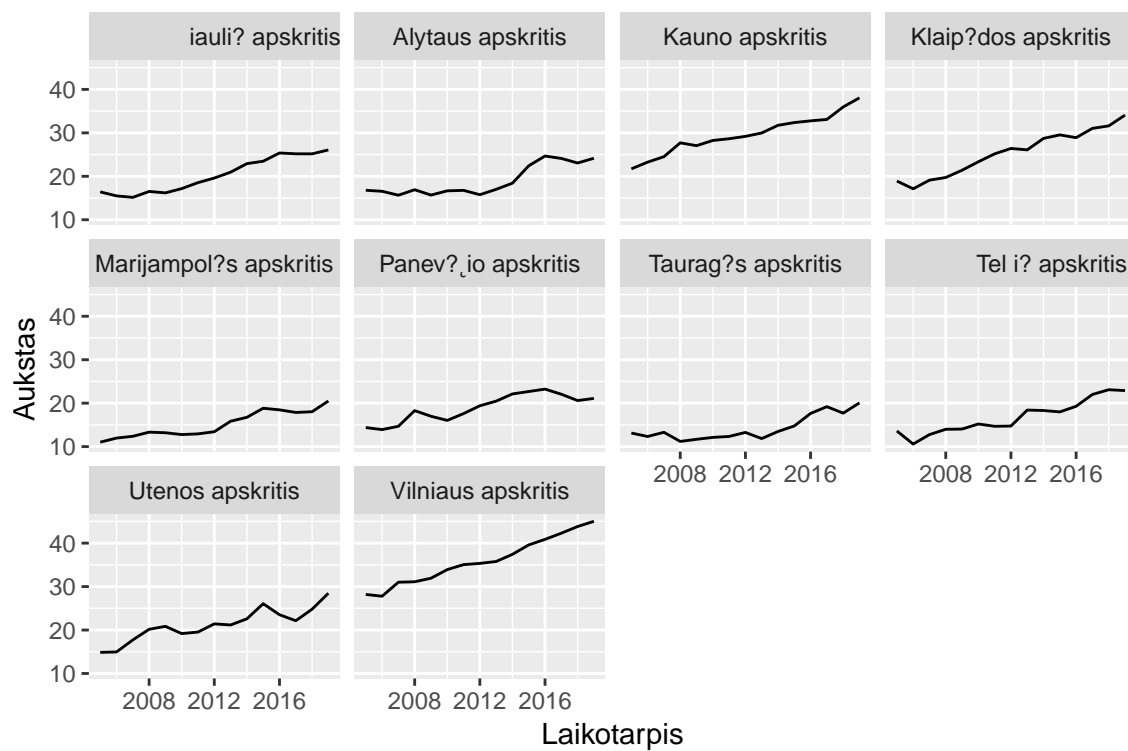


```
ggplot(data.p, aes(Laikotarpis, Vidutinis, group=1)) +  
  geom_line()+  
  facet_wrap(~ teritorija)
```





```
ggplot(data.p, aes(Laikotarpis, Aukstas, group=1)) +  
  geom_line()+  
  facet_wrap(~ teritorija)
```



## 6.2 Stacionarumo tikrinimas [1]

Matome, kad duomenys, išskyrus nedarbą, nėra stacionarūs, kadangi p reikšmės  $> 0.05$ .

```
adf.test(data.p$Nedarbas)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data.p$Nedarbas
## Dickey-Fuller = -5.7376, Lag order = 5, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(data.p$Nusikaltimai)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data.p$Nusikaltimai
## Dickey-Fuller = -2.3303, Lag order = 5, p-value = 0.4388
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(data.p$Zemas)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data.p$Zemas
## Dickey-Fuller = -3.0042, Lag order = 5, p-value = 0.158
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(data.p$Aukstas)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data.p$Aukstas
## Dickey-Fuller = -1.5047, Lag order = 5, p-value = 0.7828
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(data.p$Vidutinis)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data.p$Vidutinis
## Dickey-Fuller = -3.2154, Lag order = 5, p-value = 0.08802
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(data.p$BVP)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data.p$BVP
## Dickey-Fuller = -1.6356, Lag order = 5, p-value = 0.7282
## alternative hypothesis: stationary
```

### 6.3 Duomenų stacionarizavimas.

Diferencijuojame laiko eilutes, tam, kad gauti pokyčius. Nusikaltimų duomenis logaritmuojame ir diferencijuojame, taip gaudami procentinius augimo pokyčius.

```
data.p$Nusikaltimai <- log(data.p$Nusikaltimai)
data.p$Nusikaltimai <- diff(data.p$Nusikaltimai)
data.p$Zemas <- diff(data.p$Zemas)
data.p$Vidutinis <- diff(data.p$Vidutinis)
data.p$Aukstas <- diff(data.p$Aukstas)
data.p$BVP <- diff(data.p$BVP)
data.p[is.na(data.p)] <- 0
```

### 6.4 Stacionarumo tikrinimas [2]

Matome, jog duomenys vienetinės šaknies nebeturi - tapo stacionarūs.  $p$  reikšmės  $< 0.05$ .

```
adf.test(data.p$Nedarbas)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data.p$Nedarbas
## Dickey-Fuller = -5.7376, Lag order = 5, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(data.p$Nusikaltimai)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data.p$Nusikaltimai
## Dickey-Fuller = -5.4403, Lag order = 5, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(data.p$Zemas)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data.p$Zemas
## Dickey-Fuller = -6.9539, Lag order = 5, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(data.p$Aukstas)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data.p$Aukstas
## Dickey-Fuller = -4.9838, Lag order = 5, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
```

```

adf.test(data.p$Vidutinis)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data.p$Vidutinis
## Dickey-Fuller = -7.7932, Lag order = 5, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
adf.test(data.p$BVP)
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: data.p$BVP
## Dickey-Fuller = -5.4848, Lag order = 5, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary

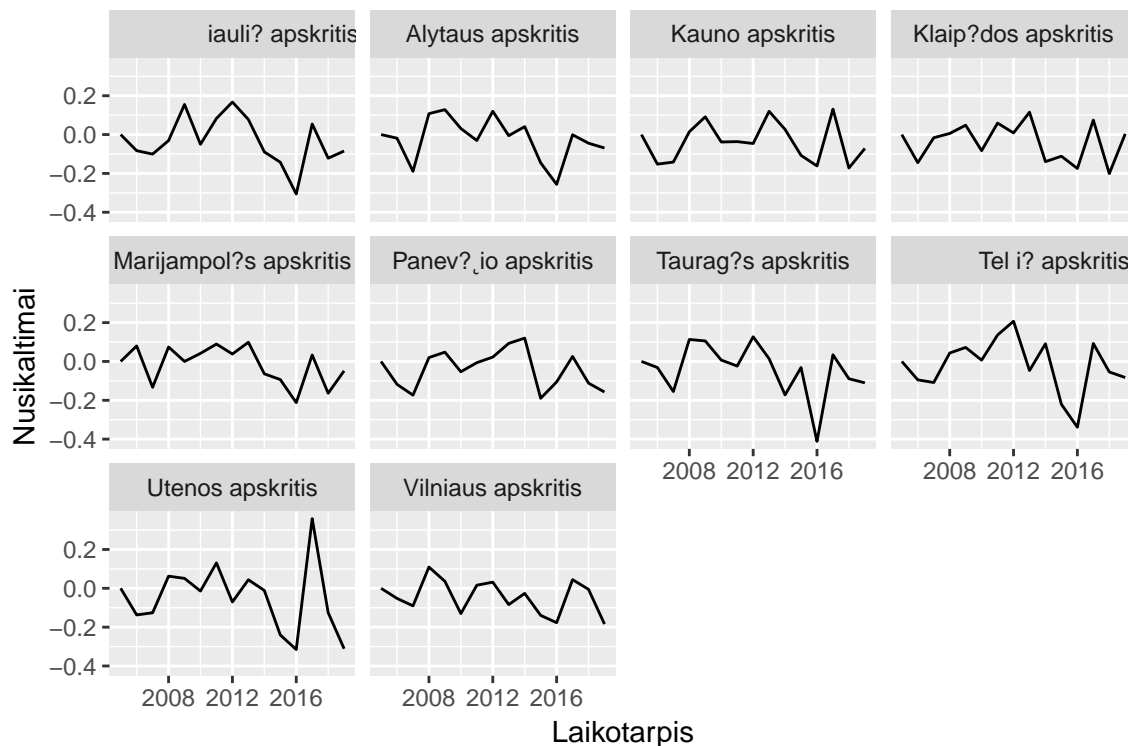
```

## 6.5 Grafinė analizė [2]

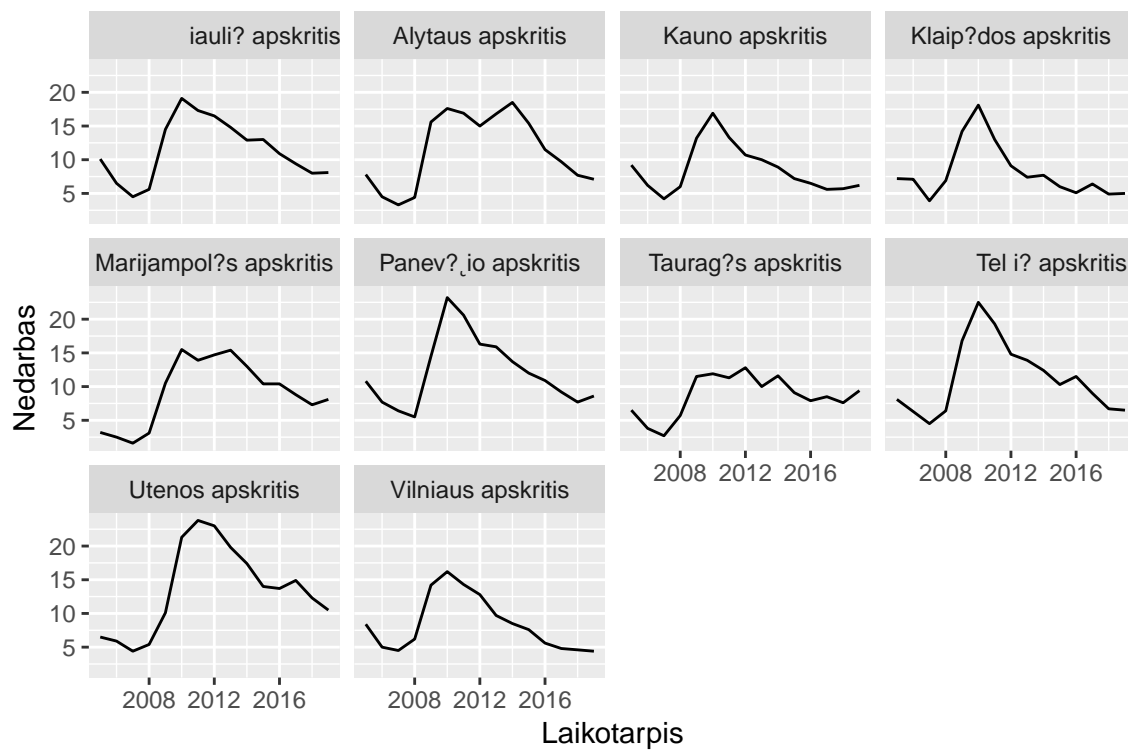
```

ggplot(data.p, aes(Laikotarpis, Nusikaltimai, group=1)) +
  geom_line()+
  facet_wrap(~ teritorija)

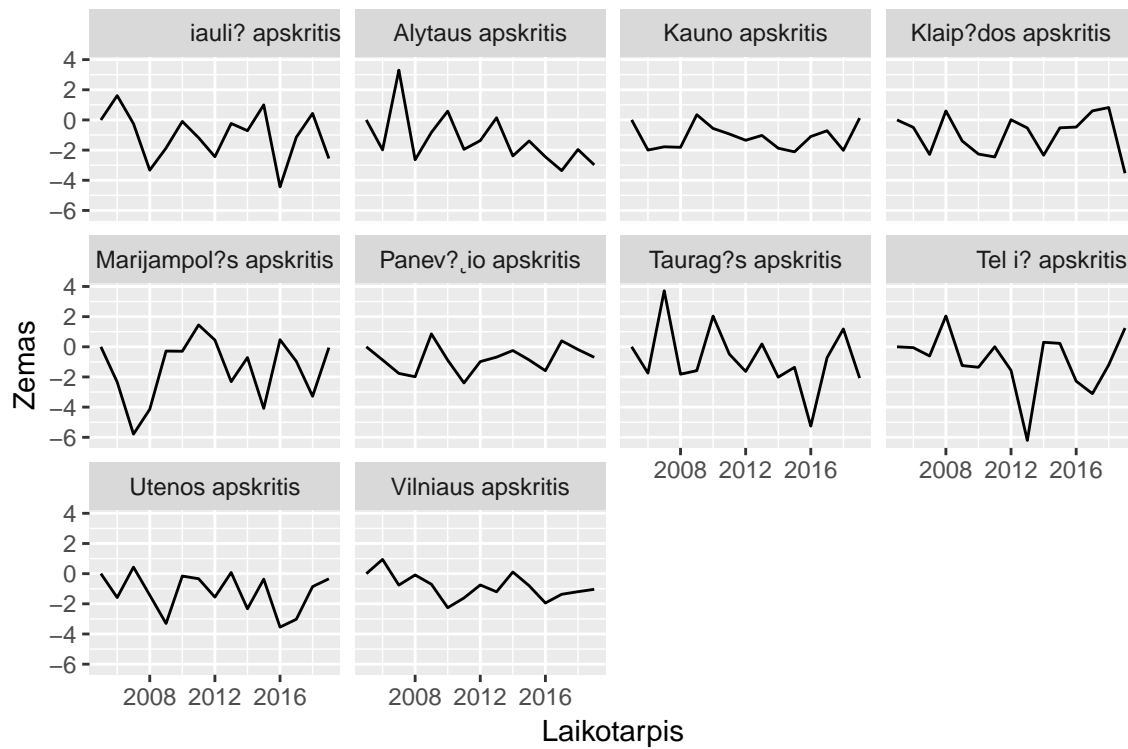
```



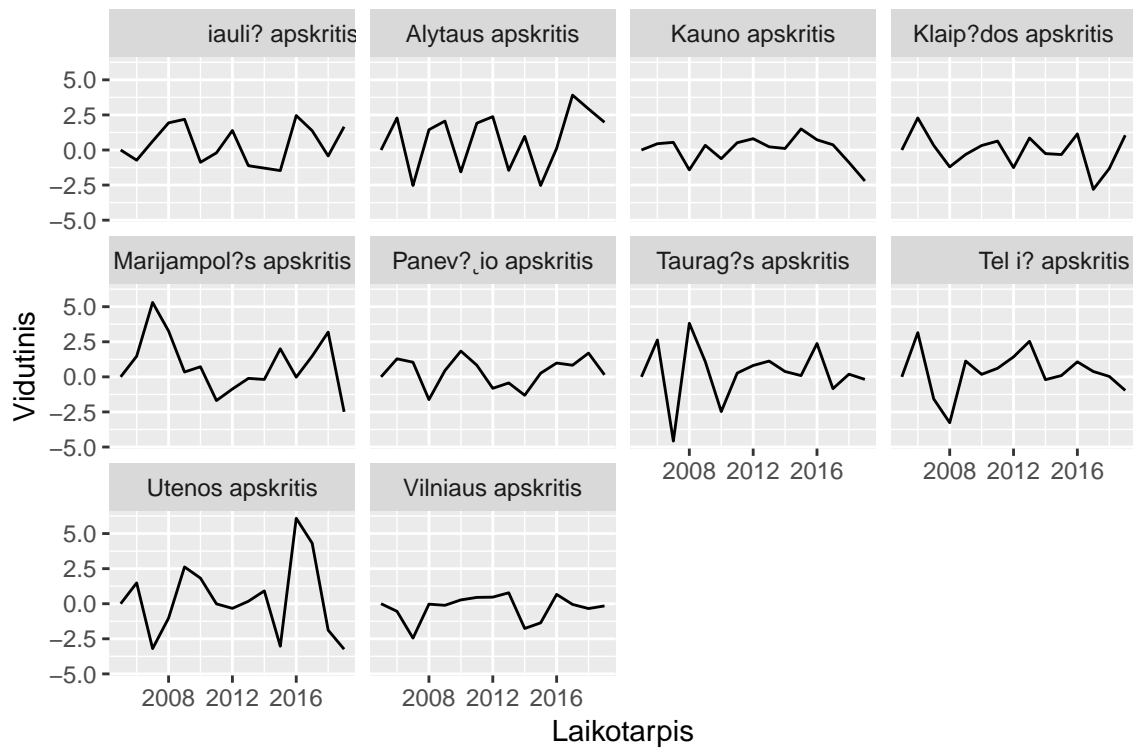
```
ggplot(data.p, aes(Laikotarpis, Nedarbas, group=1)) +  
  geom_line()+  
  facet_wrap(~ teritorija)
```



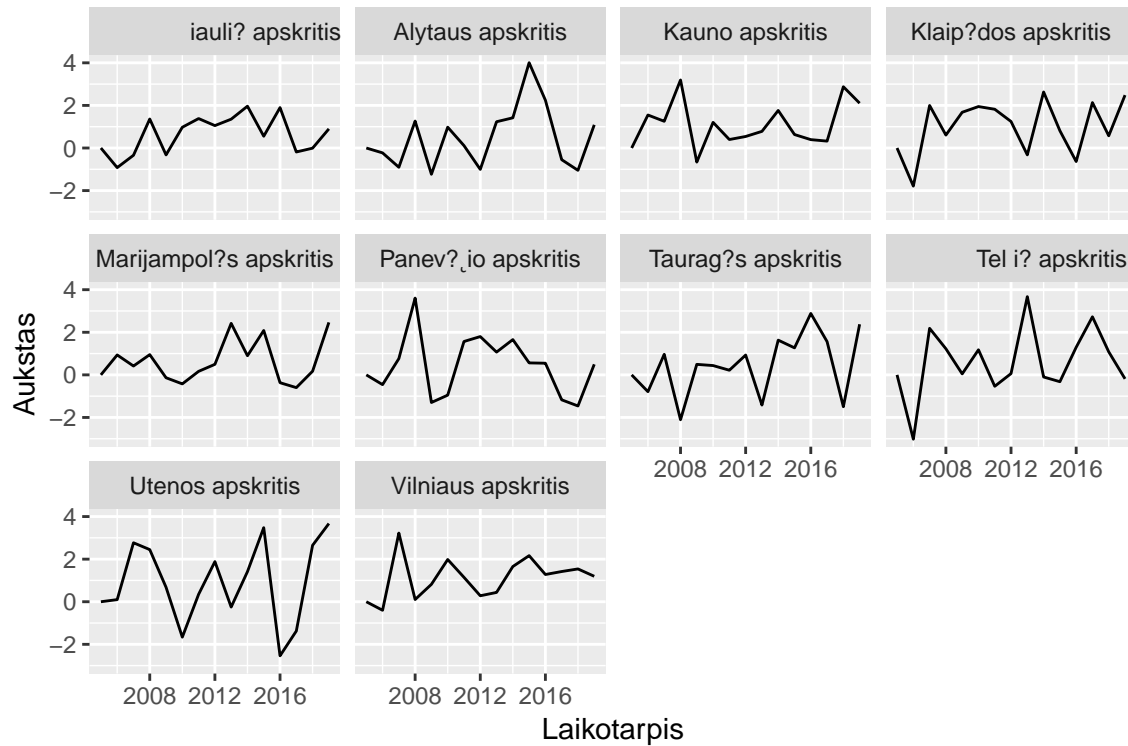
```
ggplot(data.p, aes(Laikotarpis, Zemas, group=1)) +  
  geom_line()+  
  facet_wrap(~ teritorija)
```



```
ggplot(data.p, aes(Laikotarpis, Vidutinis, group=1)) +
  geom_line()+
  facet_wrap(~ teritorija)
```



```
ggplot(data.p, aes(Laikotarpis, Aukstas, group=1)) +
  geom_line()+
  facet_wrap(~ teritorija)
```



## 6.6 Pastovių konstantų modelis.

Sudarėme pastovių konstantų modelį su išraiška:

$$\log(\text{Nusikaltimai}) = \alpha + \beta_1 \text{Nedarbas} + \beta_2 \text{Zemas} + \beta_3 \text{Vidutinis} + \beta_4 \text{Aukstas} + \beta_5 \text{BVP}$$

```
ols<- lm(Nusikaltimai ~ Nedarbas + Zemas + Vidutinis + Aukstas + BVP, data=data.p)
summary(ols)
##
## Call:
## lm(formula = Nusikaltimai ~ Nedarbas + Zemas + Vidutinis + Aukstas +
##     BVP, data = data.p)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.34222 -0.07590  0.01479  0.08008  0.31794
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -0.090486   0.027317  -3.312  0.00117 **
```

```
## Nedarbas      0.006456    0.002044    3.158    0.00193 **
## Zemas        -0.235175    0.187632   -1.253    0.21210
## Vidutinis     -0.237122    0.187678   -1.263    0.20847
## Aukstas       -0.251483    0.186939   -1.345    0.18065
## BVP           0.004091    0.006945    0.589    0.55669
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.1115 on 144 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.1148, Adjusted R-squared:  0.08402
## F-statistic: 3.734 on 5 and 144 DF, p-value: 0.0033
```

Matome, kad BVP komponentė nėra statistiškai reikšminga, teks jos atsisakyti. Taip pat panaikiname Aukšto išsilavinimo žmonių dalį tam, kad galėtume vertinti kitų kintamųjų poveikį bazinio kintamojo atžvilgiu. Matome, jog visi kintamieji yra statistiškai reikšmingi. Sudarome naują modelį:

$$\log(\text{Nusikaltimai}) = \alpha + \beta_1 \text{Nedarbas} + \beta_2 \text{Zemas} + \beta_3 \text{Vidutinis}$$

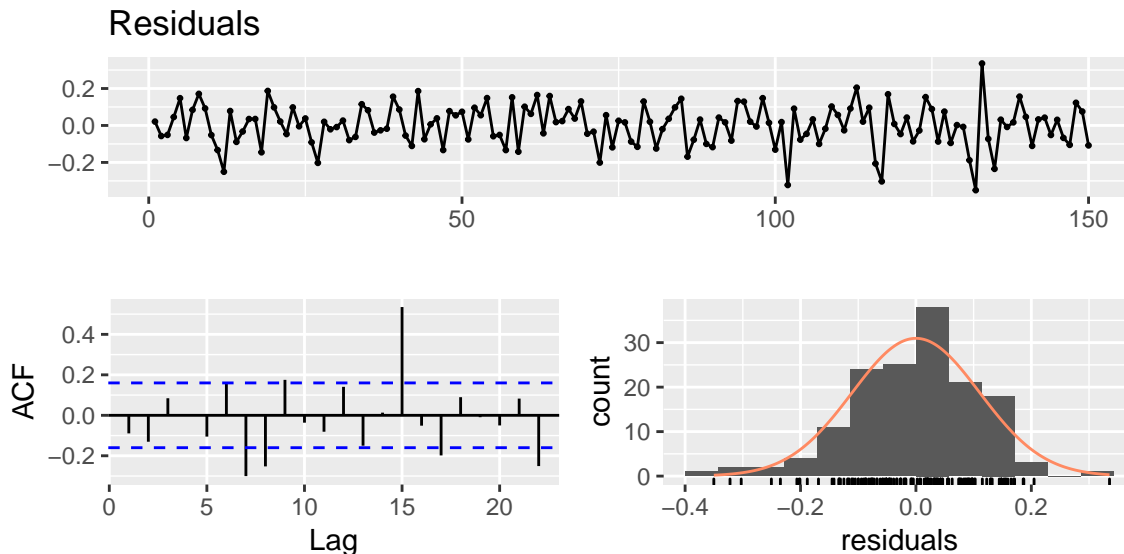
```
ols<- lm(Nusikaltimai ~ Nedarbas + Zemas + Vidutinis, data=data.p)
summary(ols)
##
## Call:
## lm(formula = Nusikaltimai ~ Nedarbas + Zemas + Vidutinis, data = data.p)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.35025 -0.07420  0.01686  0.07809  0.33554
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -0.082158   0.022287  -3.686   0.00032 ***
## Nedarbas     0.006054   0.001855   3.264   0.00137 **
## Zemas        0.017704   0.008050   2.199   0.02943 *
## Vidutinis    0.015913   0.007345   2.167   0.03188 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.1116 on 146 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.102, Adjusted R-squared:  0.08358
## F-statistic: 5.53 on 3 and 146 DF, p-value: 0.001266
```

Turime patikrinti ar nėra autokoreliacijos naudodami `durbinWatsonTest()` komandą iš paketo `car`:



```
if(!require("car")) install.packages("car"); library("car")
```

```
durbinWatsonTest(ols)
## lag Autocorrelation D-W Statistic p-value
## 1 -0.08930997 2.171971 0.302
## Alternative hypothesis: rho != 0
checkresiduals(ols$residuals)
```



Matome, jog Durbin-Watson testas nerodo reikšmingos autokoreliacijos ( $p > 0.05$ , neatmetam  $H_0$ ). Paklaidų grafike stebime autokoreliaciją 7-tame lage, tačiau toks lagas yra per daug tolimas, kad būtų reikšmingas, kadangi duomenys yra metiniai. Paklaidos pasiskirsčiusios normaliuoju skirstiniu.

### Galutinis modelis

$$\log(Nusikalčiai) = -0.082605 + 0.006049 * Nedarbas + 0.017063 * Zemas + 0.015339 * Vidutinis$$

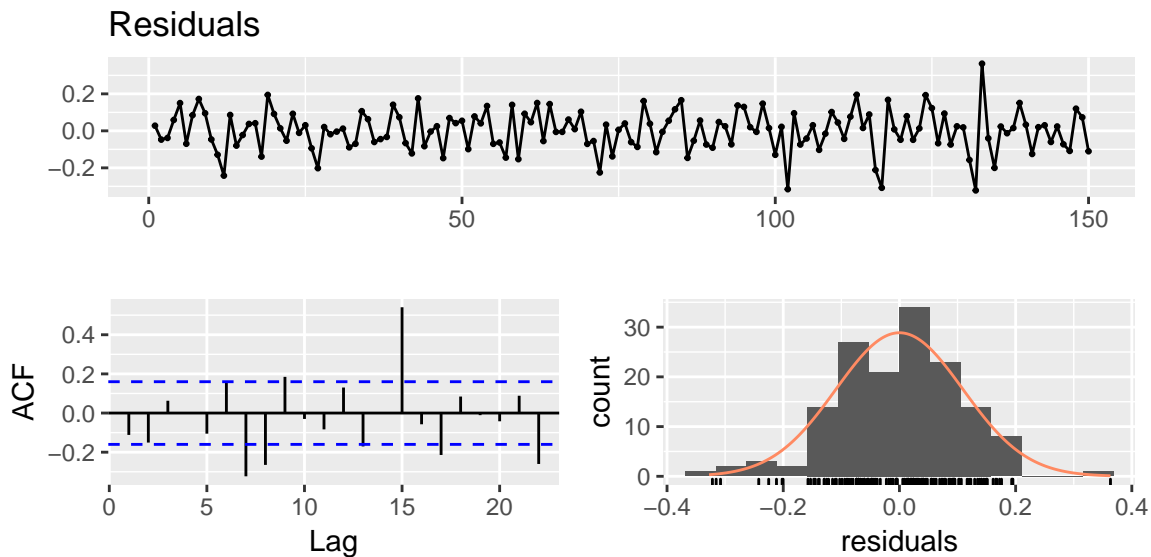
**Interpretacija** - Koeficientas  $\alpha = -0.082605$  rodo, koks būtų nusikalstamumo augimo procentinis pokytis, jei jo neveiktų nei nedarbo lygis, nei žemo ar vidutinio išsilavinimo žmonių skaičius. Koeficientas prie Nedarbo ( $0.006049$ ) rodo, jog nedarbo lygiui išaugus 1proc., nusikalstamumo lygio procentinis pokytis padidėtų 0.6049% ( $100\% * \beta_1$ ). Žemo išsilavinimo ( $\beta_2 = 0.017063$ ) žmonių padidėjimas, kai aukšto išsilavinimo žmonių skaičius išlieka nepakitęs, iššauktų 1.7063% nusikalstamumo augimo padidėjimą. Tuo tarpu Vidutinio išsilavinimo ( $\beta_3 = 0.015339$ ) žmonių skaičiaus padidėjimas 1% nusikalstamumo augimą paspartintų 1.5339%.

## 6.7 Fiksuotų efektų modelis

$$\log(Nusikalčiai) = \alpha_1 + \beta_1 Nedarbas + \alpha_2 + \beta_2 Zemas + \alpha_3 + \beta_3 Vidutinis$$

```
fixedeff <- plm(data.p$Nusikalčiai~data.p$Nedarbas+data.p$Zemas+data.p$Vidutinis,data=data.p,model="
summary(fixedeff)
## Oneway (individual) effect Within Model
```

```
##
## Call:
## plm(formula = data.p$Nusikaltimai ~ data.p$Nedarbas + data.p$Zemas +
##      data.p$Vidutinis, data = data.p, model = "within")
##
## Balanced Panel: n = 10, T = 15, N = 150
##
## Residuals:
##      Min.      1st Qu.      Median      3rd Qu.      Max.
## -0.321909 -0.069829  0.013526  0.073434  0.363236
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
## data.p$Nedarbas  0.0071165  0.0020337   3.4992 0.0006298 ***
## data.p$Zemas     0.0185493  0.0083250   2.2281 0.0275016 *
## data.p$Vidutinis 0.0165191  0.0076643   2.1553 0.0328840 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Total Sum of Squares:    2.009
## Residual Sum of Squares: 1.7782
## R-Squared:    0.11486
## Adj. R-Squared: 0.037333
## F-statistic: 5.9261 on 3 and 137 DF, p-value: 0.00078582
## Fiksuotų efektų konstantos kiekvienam regionui
fixef(fixedeff)
##      \212iauli? apskritis      Alytaus apskritis      Kauno apskritis
##      -0.099841      -0.092881      -0.077506
##      Klaip?dos apskritis Marijampol?s apskritis      Panev?\236io apskritis
##      -0.076246      -0.069495      -0.116892
##      Taurag?s apskritis      Tel\232i? apskritis      Utenos apskritis
##      -0.094255      -0.087945      -0.125754
##      Vilniaus apskritis
##      -0.083297
checkresiduals(fixedeff$residuals)
```



Visos komponentės statistiškai reikšmingos, atlikę f testą, patikrinkime, kuris modelis - pastovių konstantų ar fiksuotų efektų - yra geresnis.

Kadangi  $p > 0.05$ ,  $H_0$  neatmetame. Pastovios konstantos modelis yra geresnis.

```
pFtest(fixedeff,ols)
##
## F test for individual effects
##
## data: data.p$Nusikaltimai ~ data.p$Nedarbas + data.p$Zemas + data.p$Vidutinis
## F = 0.33372, df1 = 9, df2 = 137, p-value = 0.9624
## alternative hypothesis: significant effects
```

## 6.8 Atsitiktinių efektų modelis

$$\log(\text{Nusikaltimai}) = \alpha + \beta_1 \text{Nedarbas} + \beta_2 \text{Zemas} + \beta_3 \text{Vidutinis} + (u + v)$$

```
randomeff <- plm(data.p$Nusikaltimai~data.p$Nedarbas+data.p$Zemas+data.p$Vidutinis,data=data.p,model=
summary(randomeff)
## Oneway (individual) effect Random Effect Model
## (Swamy-Arora's transformation)
##
## Call:
## plm(formula = data.p$Nusikaltimai ~ data.p$Nedarbas + data.p$Zemas +
## data.p$Vidutinis, data = data.p, model = "random")
##
## Balanced Panel: n = 10, T = 15, N = 150
##
## Effects:
## var std.dev share
```

```
## idiosyncratic 0.01298 0.11393 1
## individual 0.00000 0.00000 0
## theta: 0
##
## Residuals:
##      Min.      1st Qu.      Median      3rd Qu.      Max.
## -0.350251 -0.074199  0.016863  0.078086  0.335536
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z-value Pr(>|z|)
## (Intercept)   -0.0821583   0.0222869  -3.6864 0.0002275 ***
## data.p$Nedarbas  0.0060536   0.0018549   3.2636 0.0010999 **
## data.p$Zemas    0.0177044   0.0080503   2.1992 0.0278614 *
## data.p$Vidutinis 0.0159133   0.0073445   2.1667 0.0302583 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Total Sum of Squares:    2.0237
## Residual Sum of Squares: 1.8172
## R-Squared:    0.10203
## Adj. R-Squared: 0.083583
## Chisq: 16.5897 on 3 DF, p-value: 0.00085822
```

Visas komponentes ir vėl gauname statistiškai reikšmingas. Pasinaudodami Hausman testu tikriname, kuris modelis - atsitiktinių efektų ar fiksuotų efektų - yra geresnis. Gauname  $p > 0.05$ , todėl  $H_0$  neatmetame. Tai reiškia, kad tinkamesnis yra atsitiktinių efektų modelis.

```
phptest(fixedeff,randomeff) ##Neatmetam h0, todėl atsitiktiniu dydžiu geresnis.
##
## Hausman Test
##
## data: data.p$Nusikaltimai ~ data.p$Nedarbas + data.p$Zemas + data.p$Vidutinis
## chisq = 1.7386, df = 3, p-value = 0.6284
## alternative hypothesis: one model is inconsistent
```

## 6.9 Galutinis modelis

Palyginus atsitiktinių efektų determinacijos koeficientą (0.1) ir pastovios konstantos modelio determinacijos koeficientą (0.1) matome, kad jie yra vienodi. Tai reiškia, kad abu modeliai yra geresni už fiksuotų efektų modelį ir abu paaiškina vienodą dalį duomenų pokyčių. Paprastumo dėlei, kaip galutinį modelį renkamės patobulintą pastovių konstantų modelį:

$$\log(Nusikaltimai) = -0.082605 + 0.006049 * Nedarbas + 0.017063 * Zemas + 0.015339 * Vidutinis$$