

Detector Geiger-Müller

Tomás Fernández Bouvier

4 de junio de 2020

Resumen

Un detector Geiger-Müller es caracterizado y utilizado para examinar la atenuación de radiación alfa beta y gamma en diversos materiales así como para determinar una cota superior a la masa del neutrino

Índice

1. Introducción y objetivos	3
2. Material empleado	4
3. Determinación del voltaje de trabajo	5
4. Determinación del tiempo muerto	7
5. Eficiencia del detector	9
6. Caracterización estadística de la radiación	12
7. Frenado de partículas α	15
8. Frenado de radiación- β	17
9. Cota a la masa del neutrino	19
10. Atenuación de radiación- γ	21
11. Conclusiones	24
12. Apéndice	25
12.0.1. Incertidumbre asociada a la medida de tiempos	25
12.1. Código empleado en simulaciones de Montecarlo	26

1. Introducción y objetivos

Desde que se descubrió el fenómeno de la radiactividad fueron muchos los que intentaron medir sus propiedades. Con el desarrollo de nuevas tecnologías basadas en los fenómenos radiactivos se hizo realmente necesario el poder caracterizar las muestras radiactivas con las que se trabajaba bien sea la energía de sus emisiones, su alcance o su actividad. Es por ello que fueron apareciendo a lo largo de la historia de la física nuclear, instrumentos más punteros y sofisticados para estudiar los fenómenos nucleares.

Unos de los primeros que se inventaron fueron los detectores gaseosos que aprovechaban la interacción de la radiación con la materia para sus fines. Concretamente, en esta práctica se trabaja con un detector Geiger-Müller (diseñado en 1928 por los dos científicos que le dan el nombre) que a día de hoy se sigue utilizando para medir la dosis de actividad radiactiva en un ambiente.

El detector será estudiado (su eficiencia, su tiempo muerto y su voltaje de trabajo) y se usará para estudiar fenómenos con núcleos emisores de todo tipo de radiaciones en todo rango de energías. Finalmente, el detector se empleará para intentar poner una cota a la masa del neutrino electrónico (la partícula subatómica con menor sección eficaz y por lo tanto una de las más difíciles de estudiar)

2. Material empleado

- **Detector Geiger:** Los tubos geiger-müller (G-M) son un tipo de detectores gaseosos. Estos detectores permiten el estudio de partículas a través del efecto de ionización que producen en un gas. Una de las entradas del tubo, sobre la que incide la radiación, está cubierta por una lámina muy fina de mica. Al penetrar la radiación en el gas esta, en función de su energía ioniza más o menos las moléculas del gas (en el caso del G-M se trata de un gas noble) produciendo electrones libres que se colectan gracias a un campo eléctrico generado entre un ánodo (hilo metálico concéntrico con el cilindro) y un cátodo (el propio cilindro). Esto permite obtener información sobre la radiación a la que está expuesto el detector. A su paso por el gas, los electrones interaccionan también con las moléculas de este produciendo ionizaciones secundarias que a su vez producen otras ionizaciones generando una avalancha de electrones que amplifica el pulso colectado. Dependiendo de la intensidad del campo eléctrico la avalancha será más o menos proporcional a la carga inicial producida por ionización. En el caso del G-M esta intensidad es lo suficientemente grande para que la magnitud de la avalancha sea independiente de la carga conque todos los pulsos se vean igual. A estos pulsos los llamamos cuentas es lo que se recoge como medida. El detector G-M no permite obtener información sobre la distribución energética de la radiación como lo hacen los contadores proporcionales pero si que permite medir frecuencias de conteo. (1)
- **Caja Protectora:** Protegiendo al detector se encuentra una caja que apantalla lo mejor posible las influencias externas sobre el detector (muy sensible). Además, la caja evita que se toque por accidente la lámina de mica que constituye la ventana del detector y que es muy frágil.
- **Fuente de alimentación y panel de contaje** La fuente de alimentación permite crear y controlar un campo eléctrico que haga migrar los electrones generados en la ionización hasta el cátodo en el que se colectan. Por su parte, el panel de contaje permite mostrar el número de cuentas que realizó el detector Geiger
- **Fuentes radiativas** Se dispone de varias fuentes radiativas en el laboratorio que emiten radiaciones alfa beta y gamma en un amplio espectro de energías y actividades.

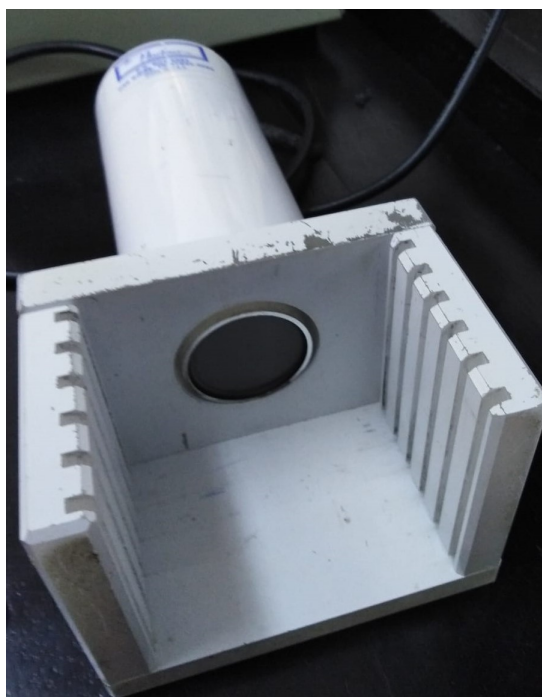


Figura 1: Foto del detector en el que se aprecia claramente la ventana sobre la que incide la radiación

3. Determinación del voltaje de trabajo

Nuestro detector Geiger Müller funciona gracias a un campo eléctrico que le permite coleccionar en el ánodo los electrones generados en la ionización del gas en su interior al paso de energía radiactiva para así producir una señal. Dependiendo del voltaje que se emplee para generar este campo eléctrico, los efectos que veremos y la frecuencia de conteo serán distintas distinguiéndose varias regiones de trabajo ¹:

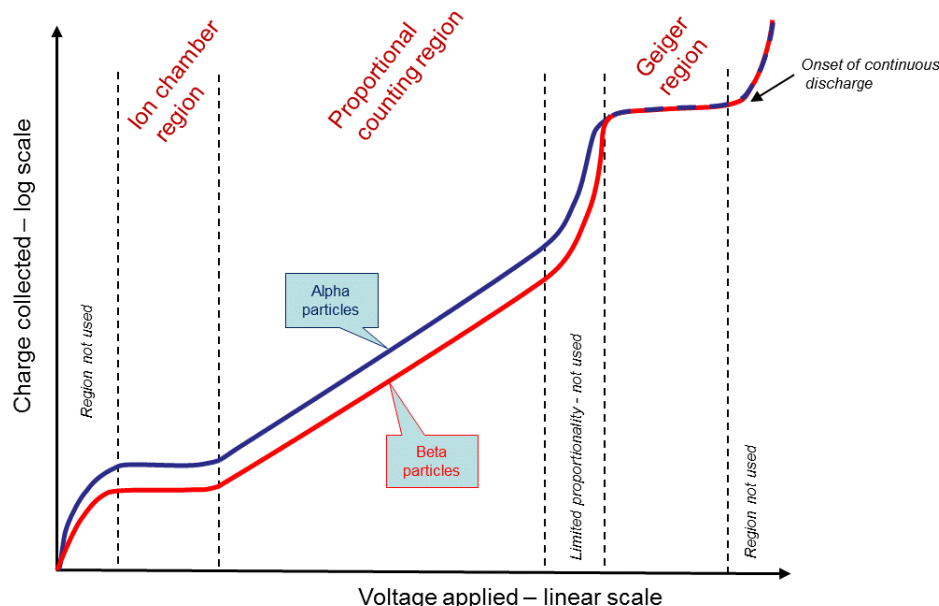


Figura 2: Regiones de trabajo de un contador en función del voltaje aplicado. Foto extraída de [13]

- **Región proporcional:** Para estos voltajes, la amplitud de la señal de salida es proporcional a la energía de la excitación del gas (i.e la de la radiación incidente). Otros detectores gaseosos funcionan bien en esta región, lo que les permite hacer espectroscopía. No es así para los detectores GM. Además para experimentos de conteo esta región de trabajo presenta problemas ya que una ligera desviación en el voltaje puede generar variaciones significativas en el resultado obtenido.
- **Región de Geiger-Müller:** En esta zona ya no importa la energía de la radiación incidente y cada avalancha generada puede generar una avalancha que se acaba autolimitando. De esta forma, todos los pulsos tienen la misma amplitud independientemente de la energía y del voltaje aplicado (Plateau) . Esto hace de la zona Geiger algo muy práctico para realizar experimentos de conteo. Presenta no obstante un tiempo muerto significativo comparado con el de las otras regiones que trataremos de corregir posteriormente.
- **Región de descarga continua:** En esta zona el voltaje es tan alto que una excitación por muy pequeña que sea genera avalanchas que nunca se detienen. En consecuencia nos encontramos con una descarga continua independientemente de que haya radiación incidente o no. Luego en esta región no podremos operar.

Lo primero que hemos hecho en el laboratorio es intentar situarnos respecto a los voltajes que nos devuelven cada región de conteo. Para ello, hemos ido variando el mismo con la fuente de alimentación de la que disponíamos hasta llegar al límite (500 V) que evitamos sobrepasar por seguridad y una fuente radiactiva

¹Existen otras regiones de trabajo que se aprecian en el diagrama pero a nosotros no nos interesan en esta práctica.

de Sr-90 para provocar conteos y ver la respuesta del detector. En la tabla 1 se pueden ver los resultados que hemos obtenido.

V(V)	N	t(s)	$n(s^{-1})$	$u(n) (s^{-1})$
370	200	1254	0.159	0.011
380	1509	39.89	37.8	1.1
405	2051	48.84	41.99	0.99
425	8340	38.04	219.2	5.4
450	19479	37.05	526	22

Cuadro 1: Voltaje de trabajo

Una representación de los puntos nos permite ver claramente las distintas regiones que describíamos anteriormente y sobretudo el plateau de Geiger-Müller objeto de nuestro interés.

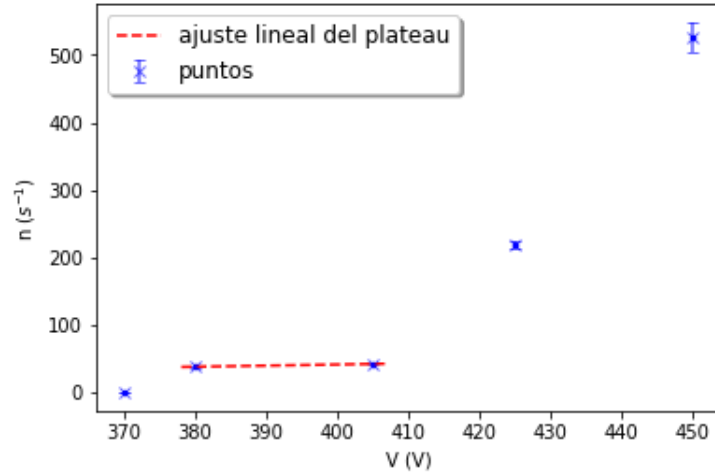


Figura 3: Resultados experimentales para la búsqueda de la región Geiger-Müller

Para tener una estimación de cuan sensible es nuestra región de trabajo a posibles variaciones de voltaje realizamos un ajuste lineal $y = a + bx$ de los dos puntos que nos limitan la región Geiger obteniendo

$$a = -25,48 \quad b = 0,17 \text{ s}^{-1}/V \quad \chi^2 = 0$$

Obviamente este ajuste con sólo dos puntos es muy burdo estadísticamente hablando pero nos permite ver que nuestros resultados serán bastante insensibles a las variaciones esporádicas del voltaje de la fuente (sobre 2 o 3 voltios). El ajuste nos demuestra que harían falta casi 5 voltios de diferencia para hacer variar el conteo en una sólo cuenta. Luego con tomar cuentas suficientemente grandes podremos despreciar el efecto completamente.

A partir de aquí, en vista de estos resultados trabajaremos con un voltaje de $410 \pm 15 \text{ V}$

4. Determinación del tiempo muerto

Durante las sucesivas mediciones, puede ocurrir que se produzcan dos reacciones tan cercanas una de la otra que sólo se detecte una de ellas. Lo que ocurre es que entre dos eventos siempre tiene que transcurrir un tiempo de relajación de forma que el detector recupere su situación de equilibrio y esté preparado para recibir otra señal. Ese tiempo entre reacciones se denomina tiempo muerto. En consecuencia, el número total de eventos que vamos a detectar va a ser menor que el real. El efecto del tiempo muerto se incrementa con el número de conteos. Es por ello que debemos evitar trabajar con fuentes muy activas. Sin embargo, incluso con tasas de conteo bajas se va a producir un error que debemos corregir.

En [1] se proponen dos modelos de tiempo muerto (paralizable y no paralizable). Se trata de dos modelos ideales, extremos de una situación intermedia. El modelo que se adecua mejor al detector G-M es el no paralizable que asume que las radiaciones que inciden durante el tiempo muerto no se registran pero tampoco aumentan dicho tiempo muerto :

$$n = \frac{m}{1 - m\tau}$$

donde m es el número de cuentas medido, n el real y τ el tiempo muerto. En este apartado de la práctica tratamos de determinar τ . El método usado más ampliamente es el de las dos fuentes que consiste en medir la variación entre cuentas entre dos fuentes por separado y juntas. Si el tiempo muerto fuera 0, se esperaría que el número de cuentas totales fuera igual a la suma del de las dos fuentes por separado $m_1 - n_b + m_2 - n_b = m_{12} - n_b$. La ecuación anterior es real sólo para n

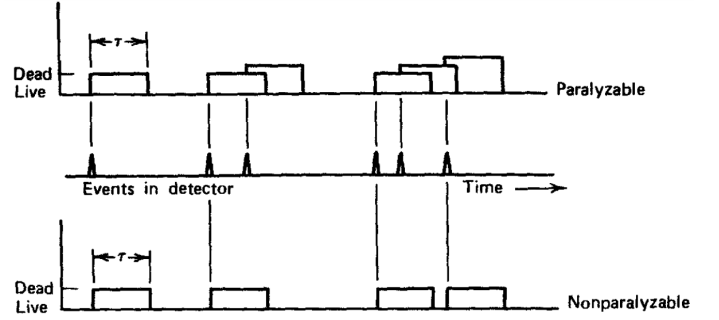


Figura 4: Comparación entre los modelos paralizable y no paralizable. Figura extraída de [1]

$$n_{12} - n_b = n_1 - n_b + n_2 - n_b \quad \longrightarrow \quad \frac{m_{12}}{1 - m_{12}\tau} + m_b - m_b\tau = \frac{m_1}{1 - m_1\tau} + \frac{m_2}{1 - m_2\tau}$$

De aquí podemos despejar τ . En la tabla 2 aparecen recogidas las distintas medidas para las dos fuentes por separado y juntas.

N1	t1 (s)	n1 (s^{-1})	u(n1) (s^{-1})	N2	t2 (s)	n2 (s^{-1})	u(n2) (s^{-1})	N3	t3 (s)
11699	65.903	177.5	1.6	14598	53.193	274.4	2.3	10618	76.733
14180	82.273	172.4	1.4	14013	51.773	270.7	2.3	11536	81.773
13345	84.783	157.4	1.4	15176	55.743	272.2	2.2	12578	80.543
13606	85.693	158.8	1.4	13952	53.423	261.2	2.2	12522	86.293
11994	74.423	161.2	1.5	14337	52.913	271.0	2.3	11712	78.243
13063	82.393	158.5	1.4	13444	50.333	267.1	2.3	13821	95.393
12475	72.133	172.9	1.6	12613	50.273	250.9	2.2	13963	124.183

n3 (s^{-1})	u(n3) (s^{-1})	X	u(X)	Y	u(Y)	Z	u(Z)	τ (s)	u(τ) (s)
138.4	1.3	24456	329	6716907	91828	0.461	0.028	0.000968	0.000071
141.1	1.3	24208	305	6557251	84077	0.474	0.026	0.001015	0.000068
156.2	1.4	24473	305	6668215	85036	0.456	0.025	0.000962	0.000065
145.1	1.3	22937	285	5995054	76176	0.482	0.025	0.001073	0.000070
149.7	1.4	24017	313	6512809	86617	0.446	0.026	0.000943	0.000068
144.9	1.2	22865	280	6112726	76583	0.420	0.025	0.000892	0.000062
112.4	1.0	19347	239	4858261	61274	0.443	0.027	0.001009	0.000073

Cuadro 2: Datos y cálculos asociados a la estimación del tiempo muerto del detector

Para facilitar el despeje seguimos las instrucciones de [1] y calculamos para cada caso X, Y, Z y τ para obtener finalmente la media ponderada con su incertidumbre

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i} \quad , \quad u(\bar{x}) = \left(\sqrt{\frac{1}{\chi_c^2} \sum w_i} \right)^{-1} \quad , \quad \chi_c^2 = \frac{1}{\nu - 1} \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sigma_i^2} \quad , \quad w_i = \frac{1}{u^2(x_i)}$$

Obtenemos así que el tiempo muerto del detector es

$$\tau = 977 \pm 21 \mu s$$

Donde hemos aplicado la corrección por infradispersión para la media ponderada.

5. Eficiencia del detector

En esta tercera sección nos interesa calcular la eficiencia del detector. Esta se define como el número de cuentas observadas entre el número de radiaciones emitidas por la fuente: $E_T = \frac{N_{obs}}{N}$. Para estimarla partiremos de la hipótesis de que nuestra eficiencia total se divide en dos partes, una geométrica que se lleva toda dependencia con la distancia y una intrínseca que corresponde a que el detector no es perfecto, es decir que incluso teniendo en cuenta el tiempo muerto, no toda radiación que llegue a la ventana del detector será detectada.

$$E_T = E_{intr} E_{geom}(d)$$

En el laboratorio hemos medido para una fuente de ^{60}Co los conteos que se producían a distintas distancias entre el detector de apertura circular y la fuente que consideraremos puntual. Por la documentación sobre los detectores [4] sabemos que el radio de la ventana es de 1.43 cm. Para obtener una eficiencia total experimental hemos dividido el conteo (corregido por ruido y tiempo muerto) entre la actividad de la muestra en ese momento ($A = 149314,36 \text{ s}^{-1}$). Todos los datos relativos a este apartado se pueden hallar en la tabla siguiente tabla 3.

d (cm)	N	t (s)	n (s^{-1})	u(n) (s^{-1})	n_{corr} (s^{-1})	u(n_{corr}) (s^{-1})	E_T (10^{-5})	u(E_T) (10^{-5})
6.2	1258	87.22	14.42	0.41	14.24	0.51	9.53	0.34
5.3	1627	79.91	20.36	0.51	20.38	0.86	13.65	0.57
4.3	1694	54.29	31.20	0.78	31.79	0.75	21.29	0.50
3.4	5963	115.26	51.74	0.68	54.09	0.43	36.22	0.29
2.4	2247	26.61	84.4	2.0	91.62	0.40	61.36	0.27
1.4	1719	11.99	143.4	5.0	166.25	0.74	111.34	0.50
0.5	2983	12.50	238.6	7.2	310.5	2.4	208.0	1.6

Cuadro 3: Datos experimentales para la determinación de las eficiencias

Disponemos de dos aproximaciones posibles para modelizar el comportamiento de la eficiencia geométrica cuya deducción se puede encontrar en [5]³:

- Si tenemos una fuente puntual y consideramos el detector como lejano con radio R_D tendremos $E_{geom} = \frac{1}{4}\omega^2$ donde $\omega = \frac{R_D}{d}$
- Si consideramos nuestra fuente como puntual sin más aproximaciones obtendremos la expresión $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}} \right)$

Además de estas dos hipótesis trabajamos también con una simulación de montecarlo de una fuente que dispara dardos isotrópicamente sobre un detector circular alineado con ella sobre el eje X. El código empleado se puede encontrar en el apéndice.

Para encontrar cual de estas tres hipótesis representa mejor nuestros datos experimentales buscamos el parámetro P que en cada caso minimiza el valor de χ^2 para la eficiencia total (la que hemos medido) $E_T = P E_G$:

²Revisando notas y archivos de laboratorio encontré una anotación sobre la fuente utilizada y efectivamente era Co-60.

³Existen otras aproximaciones más exactas, también en [5] pero con las dos que mencionamos a continuación veremos que nuestros cálculos parecen devolver resultados bastante buenos

E_G^{MC}	χ_{iMC}^2	$E_G^{SLejana}$	χ_{iSLej}^2	$E_G^{SCercana}$	χ_{iSCerc}^2
0.002900	401	0.026	454	0.0063	37
0.005400	231	0.036	340	0.0087	33
0.010067	587	0.054	1116	0.0129	147
0.019867	3927	0.089	9810	0.0208	1630
0.044667	5940	0.174	30056	0.0386	3503
0.125033	26	0.486	19814	0.0898	125
0.360800	5553	4.432	11010	0.2855	6281
	$\sum_i = 16667$		$\sum_i = 72604$		$\sum_i = 11759$

Cuadro 4: Cálculos relativos a la determiación de eficiencias.

$$\chi_{modelo}^2 = \sum_i \frac{(E_T(d_i) - PE_G^{modelo}(d_i))^2}{\sigma_T(d_i)} \quad \begin{cases} P_{MC} = 0,0914(20) & \chi_{MC}^2 = 16667 \\ P_{SLej} = 0,00086(36) & \chi_{SLej}^2 = 72604 \\ P_{SCer} = 0,0118(15) & \chi_{SCer}^2 = 11759 \end{cases}$$

La determinación de la incertidumbre asociada al parámetro P se obtiene de la forma usual como resultado del ajuste por minimización de χ^2 en el caso de modelos teóricos. Para el montecarlo se ha repetido la simulación varias veces y promediado el resultado. La desviación estandar multiplicada por el factor de cobertura k=2 nos da la incertidumbre buscada.

A la vista de los resultados, el modelo que mejor se corresponde con nuestros datos experimentales es el de fuente cercana. Además al minimizar P hemos obtenido la eficiencia intrínseca del detetor:

$$E_I = 0,0118(15)$$

Ello era de esperar puesto que es el modelo más exigente y aproximado a la solución teórica real.

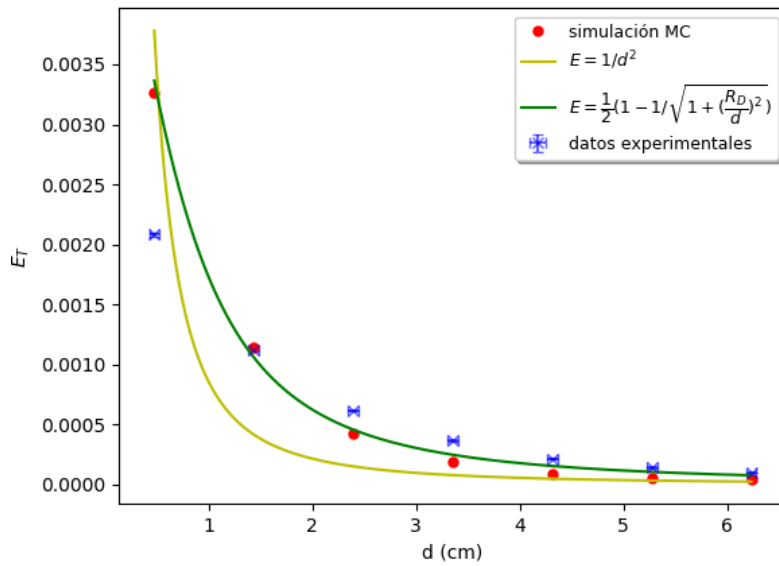


Figura 5: Eficiencias totales aplicando distintos modelos y los los parámetros obtenidos al minimizar χ^2

Es importante mencionar que incluso para el mejor modelo los resultados no son perfectos. Ello se debe a que nuestro sistema en realidad tampoco lo es (la fuente no está perfectamente alineada con el centro de la ventana y al desplazarla se pueden producir cambios en ese alineamiento). El efecto se puede ver al dividir los puntos experimentales entre los geométricos teóricos:

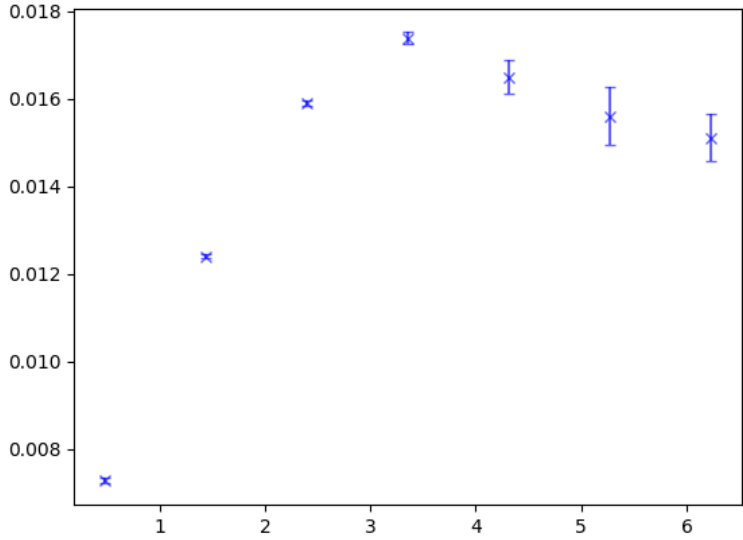


Figura 6: Eficiencia intrínseca obtenida de dividir la total (experimental) entre la geométrica (modelo de fuente cercana)

Nótese finalmente que para distancias grandes la eficiencia los valores de la eficiencia intrínseca anteriores se aproximan al obtenido al minimizar χ^2 . Esto se debe a que para grandes distancias el efecto de tener la fuente desalineada con el detector se hace despreciable.

6. Caracterización estadística de la radiación

Es importante conocer la naturaleza de las medidas que vamos a realizar para entre otras cosas poder asociar a cada medida la incertidumbre adecuada. La teoría (véase [2]) nos dice que el fenómeno de la desintegración radiactiva es un fenómeno que se puede dar o no con una probabilidad p . La distribución que rige este comportamiento es la binomial

$$P_n^N = \frac{N!}{(N-n)!n!} p^n (1-p)^{N-n}$$

que en el límite $N \rightarrow \infty$ y $p \rightarrow 0$ toma la forma de una poissoniana

$$P(n, m) = \frac{m^n}{n!} e^{-m}$$

en donde $m = p \cdot N$ corresponde al número medio de sucesos. Como trabajamos con una muestra macroscópica de muchos núcleos en la que el número de núcleos que se desintegran en el intervalo de tiempo durante el que realizamos nuestras medidas es una proporción muy pequeña del total podemos tomar este límite. Otros de los criterios que son necesarios para poder describir un proceso con una distribución poissoniana son los siguientes [11] :

- Los eventos no pueden ocurrir simultáneamente. En principio podemos asumir que esto es cierto en el caso del fenómeno de la radiactividad.
- La tasa media de desintegración ha de ser constante (esto no se satisface totalmente en nuestro caso ya que la actividad de la muestra cambia con el tiempo. Sin embargo este cambio no se nota en el periodo de tiempo en el que realizamos nuestro experimento conque podemos asumir que el criterio se satisface.
- Los eventos son independientes unos de otros. Es decir, para un evento nuevo la muestra no está condicionada por los eventos anteriores. Sabemos que esto es verdad para el fenómeno de la radiactividad.

Además, el teorema del límite central [12] vaticina que, si S_n es la suma de n variables aleatorias sea cual sea su distribución inicial, S_n tenderá a una distribución normal. En nuestro caso, contamos que para grandes intervalos de tiempo nuestras medidas sigan una distribución normal del tipo

$$G(n, m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} e^{-\frac{(n-m)^2}{m}}$$

Donde hemos tomado la varianza de la distribución $\sigma^2 = m$ como la de la poissoniana.

Para cerciorarnos de todo lo anterior hemos grabado durante aproximadamente 25 minutos medidas de una fuente de ^{90}Sr y dividimos la medida completa en pequeños intervalos de 1,2 y 10 segundos de tal forma que podemos histogramar el número de cuentas por intervalo. Los datos obtenidos aparecen recogidos en las tablas a continuación junto con su representación gráfica:

N_i	ν	$P_i N$	$G_i N$	χ_{iP}^2	χ_{iG}^2
0	227	239.82	177.57	0.72	10.76
1	467	444.73	368.62	1.06	20.73
2	405	412.36	446.25	0.13	4.20
3	258	254.90	315.06	0.04	12.62
4	114	118.17	129.72	0.15	2.17
5	38	43.83	31.15	0.89	1.24
6	18	13.55	4.36	1.10	10.33
7	4	3.59	0.36	0.04	3.32
8	1	0.83	0.02	0.03	0.97

Cuadro 5: Naturaleza estadística de la radiación (intervalos de 1 segundos)

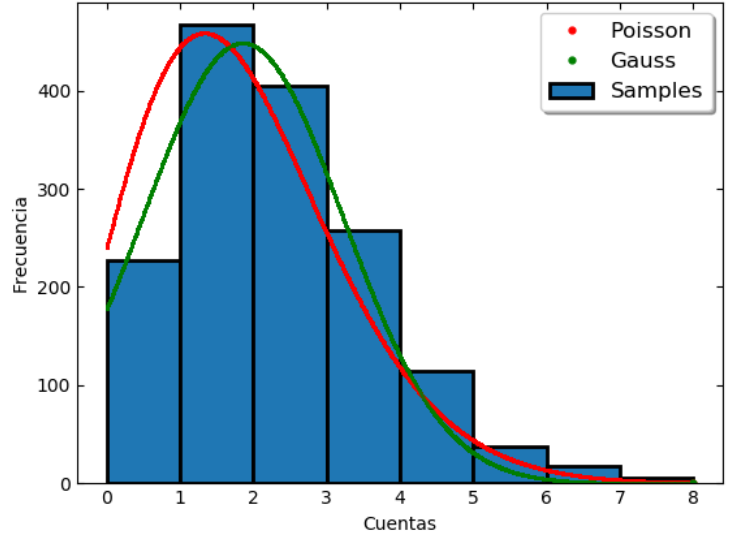


Figura 7: Distribución estadística (intervalos de 1 s)

N_i	ν	$P_i N$	$G_i N$	χ_{iP}^2	χ_{iG}^2
0	22	18.77	24.84	0.47	0.37
1	72	69.62	59.01	0.08	2.35
2	124	129.10	107.04	0.21	2.32
3	163	159.61	148.28	0.07	1.33
4	140	147.99	156.88	0.46	2.03
5	113	109.78	126.74	0.09	1.67
6	72	67.86	78.20	0.24	0.53
7	26	35.95	36.84	3.81	4.52
8	19	16.67	13.26	0.29	1.74
9	9	6.87	3.64	0.50	3.19
10	6	2.55	0.76	1.99	4.57

Cuadro 6: Naturaleza estadística de la radiación (intervalos de 2 segundos)

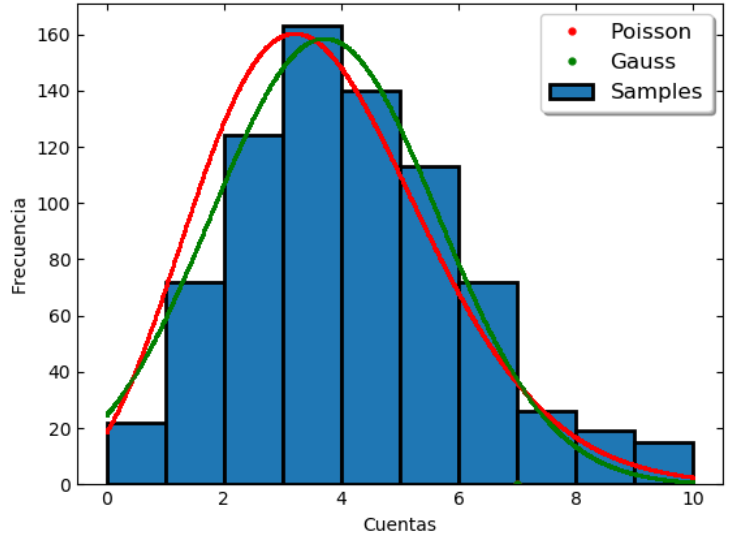


Figura 8: Distribución estadística (intervalos de 2 s)

N_i	ν	$P_i N$	$G_i N$	χ_{iP}^2	χ_{iG}^2
2	3	1.25	2.33	1.02	0.15
3	4	3.86	4.84	0.01	0.18
4	11	8.93	9.01	0.39	0.36
5	20	16.53	15.07	0.60	1.22
6	31	25.51	22.61	0.97	2.27
7	27	33.74	30.46	1.68	0.44
8	38	39.05	36.83	0.03	0.04
9	36	40.17	39.98	0.48	0.44
10	31	37.19	38.95	1.24	2.04
11	33	31.30	34.06	0.09	0.03
12	21	24.15	26.73	0.47	1.57
13	20	17.20	18.84	0.39	0.07
14	9	11.37	11.91	0.63	0.94
15	9	7.02	6.76	0.44	0.56
16	7	4.06	3.45	1.23	1.80
17	2	2.21	1.58	0.02	0.09
18	3	1.14	0.65	1.16	1.85
22	1	0.05	0.01	0.91	0.99

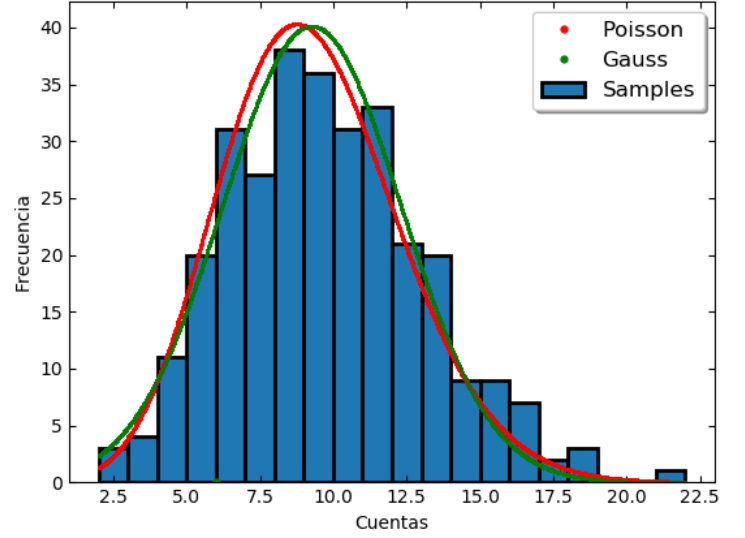


Figura 9: Distribución estadística (intervalos de 10 s)

Cuadro 7: Naturaleza estadística de la radiación (intervalos de 10 segundos)

Podemos decidir que distribución se adecua mejor en cada caso gracias a un test χ^2 . Una explicación del fundamento de este test se puede ver en [3]. Los grados de libertad del sistema corresponden al número de valores posibles menos el número de ligaduras que en este caso serán dos: el parámetro m de cada distribución y la constante de normalización.

$\Delta t(s)$	Grados de Libertad	χ_{cP}^2	χ_{cG}^2	$P(\chi_P^2 > \chi_{cP}^2)$	$P(\chi_G^2 > \chi_{cG}^2)$
1	7	4.18	66.33	0.76	≈ 0
2	9	8.21	24.61	0.51	0.003
10	17	11.75	15.02	0.81	0.59

Cuadro 8: Resultados del test χ^2

Las dos últimas columnas de la tabla anterior nos demuestran que efectivamente, es correcto describir el número de cuentas como una distribución poissoniana ya que la probabilidad de que, si repetimos nuestras medidas, el valor de χ^2 obtenido sea mayor asumiendo esta distribución es cuando menos siempre menor que el 50 %. Además, vemos claramente que a medida que incrementamos el intervalo de tiempo de nuestras medidas, es decir que tomamos la suma S_n de nuestras variables aleatorias, cumplimos las premisas del teorema del límite central y la distribución gaussiana es cada vez más válida. En consecuencia de todo lo anterior a partir de ahora asociaremos a cada conteo que midamos una incertidumbre $u(N) = \sqrt{N}$

7. Frenado de partículas α

Una vez que tenemos caracterizado por completo nuestro detector podemos llevar a cabo varios experimentos de conteaje. Nuestro primer objetivo será medir el frenado de partículas alfa en hojas de papel de fumar e intentar estimar su alcance λ que definimos a continuación.

En el laboratorio hemos trabajado con una fuente emisora de partículas alfa, ^{238}Pu . Esta fuente decae emitiendo principalmente alphas de 5499.03(20) keV (70.91 %) y 5456.3(3) keV (28.98 %) así como gamas con mucha menor probabilidad y de mucho menor energía (≈ 12 keV) . Además, el núcleo hijo, ^{234}U , también emite alphas de ≈ 4700 keV pero su período de desintegración es mucho mayor y no nos tenemos que preocupar por que sus alphas contaminen nuestros resultados. Entre la fuente y la ventana del detector hemos intercalado en cada medida un número distinto de hojas de papel de fumar de forma que la tasa obtenida sea distinta en cada medida. Nótese que, tras unas pruebas, nos hemos dado cuenta que las partículas alfa también interaccionaban con el aire de tal forma que hemos procurado poner nuestra fuente lo más cerca posible de las hojas de papel para minimizar este efecto. A distancias superiores el conteo era sólo ruido (incluso sin la presencia de hojas).

Los datos obtenidos aparecen recogidos en la tabla siguiente tabla 9:

N	t(s)	n (s^{-1})	u(n) (s^{-1})	n_{corr} s^{-1}	$u(n_{corr})$ s^{-1}	$\log(n_{corr})$	$u(\log(n_{corr}))$
12501	33.35	374.8	3.4	590	15	6.380	0.025
664	184.52	3.60	0.14	3.22	0.14	1.169	0.044
476	300.41	1.585	0.073	1.195	0.074	0.178	0.062

Cuadro 9: Datos relativos al frenado de partículas alfa en papel de fumar

Lo que nos encontramos es que la tasa de conteo cae muy rápidamente para cada hoja de papel. Veremos que el alcance de las partículas α es muy pequeño. La consecuencia de esto es que apenas disponemos de tres medidas en este experimento. Como la diferencia entre los puntos es muy grande, de ahora representamos gráficamente estos puntos en escala logarítmica:

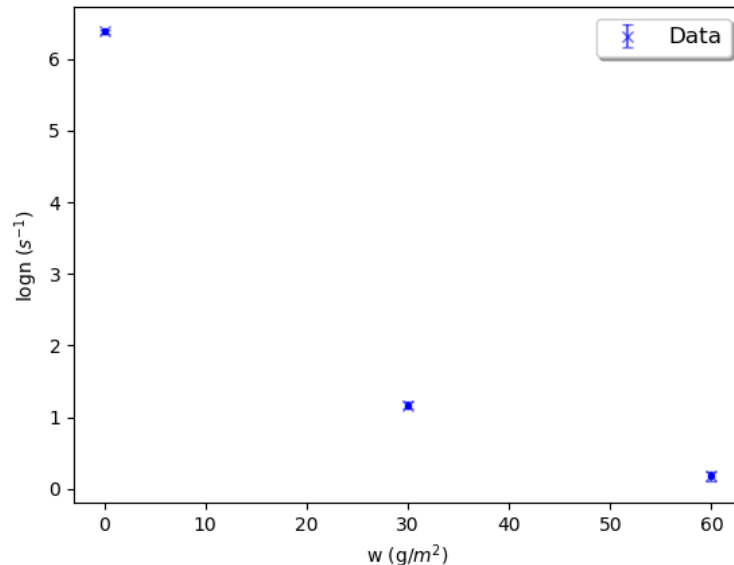


Figura 10: Representación y ajuste de los datos para la atenuación alfa en escala logarítmica

Acudiendo a la base de datos del NIST [7], para el material y la energía de las partículas alfa con las que trabajamos obtuvimos $R_{CSDA} = 38,87 \frac{g}{m^2}$. A la vista de la gráfica anterior ello tiene bastante sentido. La mayoría de las partículas alfa son frenadas por un papel de fumar y casi ninguna parece sobrepasar los $40 \frac{g}{m^2}$.

8. Frenado de radiación- β

En esta sección intentamos medir el frenado de la radiación beta en láminas de aluminio. Se trata de partículas cargadas. Sin embargo, a diferencia de las reacciones alpha o gamma nos encontramos con un espectro continuo de energía que se debe a que la desintegración beta es un proceso en el que dos cuerpos (además del núcleo hijo) son emitidos, el neutrino y el electrón. En consecuencia, cada partícula β tendrá una energía distinta y por ende un alcance distinto. Luego lo que veremos será un truncamiento de la distribución de probabilidad de energía. En el laboratorio hemos podido comprobarlo midiendo la tasa de conteo de electrones intercalando láminas de aluminio entre los electrones y el contador. Los datos aparecen recogidos en la tabla 10.

w (mg/cm^2)	N	t(s)	n (s^{-1})	u(n) (s^{-1})
0.00	331	221.23	1.496	0.082
135.10	337	770.16	0.438	0.024
64.84	339	852.00	0.398	0.022
216.16	377	838.05	0.450	0.023

Cuadro 10: Meduda del frenado de electrones β obtenidos por desintegración de ^{14}C en filtros de aluminio

Podemos modelizar el fenómeno explicado antes como una exponencial:

$$n = n_0 e^{-\mu_0 w}$$

Donde w es el espesor másico del material atravesado por la radiación, μ es el coeficiente de absorción y n_0 la tasa medida en ausencia de material. Ajustando esta función a nuestros datos obtenemos los siguientes valores:

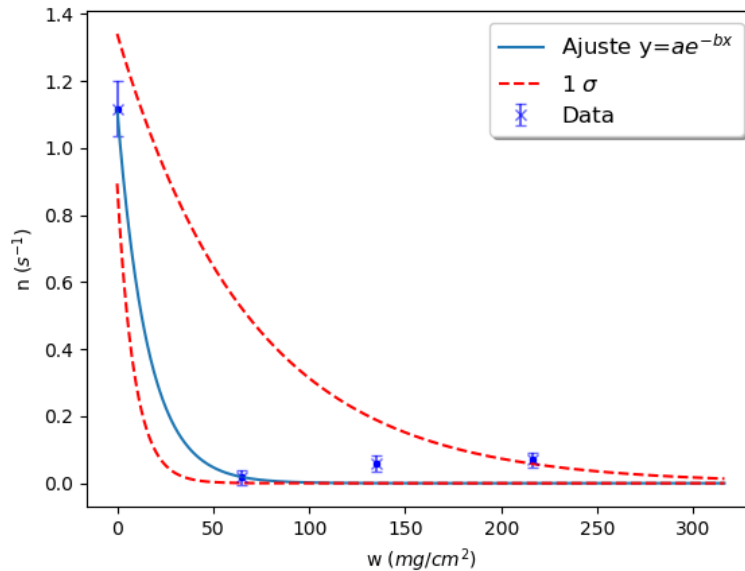


Figura 11: Frenado de partículas beta con láminas de aluminio

$$n_0 = 1,12(22) \text{ } s^{-1}$$

$$\mu = 0,063(49) \text{ } cm^2/mg$$

$$\chi^2 = 14,67$$

$$\nu = 2$$

Nuestro estimador χ^2 es muy alto, lo cual nos revela que la bondad de nuestro ajuste es muy baja para los pocos grados de libertad que tenemos. Deberíamos haber tomado más puntos en la zona de espesores entre 0 y 50 mg/cm^2 . De hecho los dos puntos de mayor espesor corresponde a fluctuaciones del fondo y por ello la tasa obtenida es ligeramente mayor.

Para contrastar con la teoría, vemos que el factor Q asociado a esta reacción es 708.6(3) KeV. Este valor es la suma de tres contribuciones: la energía de retroceso que podemos despreciar, la energía del neutrino que será 0 cuando la energía del electrón sea máxima y esta última. Por lo tanto $E_{max}^\beta = 156,475 \text{ keV}$. El artículo [10] propone la siguiente fórmula de relación entre el alcance de una partícula en aluminio:

$$R = 412E_0^{1,265-0,0954\ln E_0} \quad (1)$$

donde R es el alcance en (mg/cm^2) y E_0 es la energía en MeV. Sustituyendo obtenemos un alcance máximo de $R=28.4 \text{ mg/cm}^2$. La inversa de μ nos da una estimación $\mu_{Teor} = \frac{1}{R} = 0,035$ lo cual entra en el intervalo de confianza de nuestro valor experimental.

Podemos repetir el mismo experimento con el ^{36}Cl intercalando esta vez hojas de papel de aluminio. Esta vez obtuvimos los siguientes datos (tabla 11):

w (mg/cm^2)	N	t(s)	n (s^{-1})	u(n) (s^{-1})
0	691	84.73	8.16	0.31
2	1450	171.55	8.45	0.22
4	1951	258.64	7.54	0.17
6	1208	188.40	6.41	0.18
8	1460	239.34	6.10	0.16
10	1658	329.85	5.03	0.12
12	1414	308.20	4.59	0.12

Cuadro 11: Meduda del frenado de electrones β obtenidos por desintegración de ^{36}Cl en papel de aluminio

Ajustando como antes al exponencial introducido, obtenemos los siguientes parámetros:

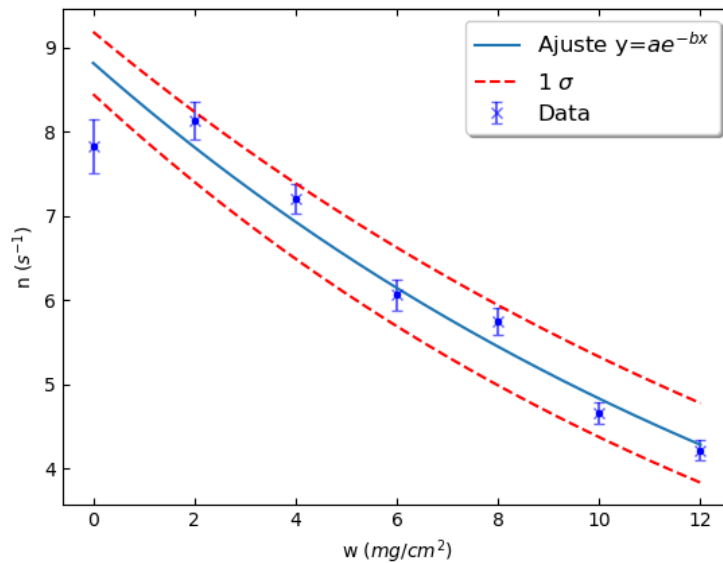


Figura 12: Frenado de partículas beta (^{36}Cl) con n hojas de papel de aluminio

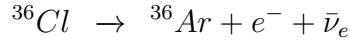
$$n_0 = 8,81(37) \text{ s}^{-1} \quad \mu = 0,0601(56) \text{ cm}^2/\text{mg} \quad \chi^2 = 20,04 \quad \nu = 5$$

De nuevo obtenemos un χ^2 mucho más alto de lo necesario para aceptar el modelo. Claramente se observa que el primer punto no encaja con la hipótesis.

Como antes, comparamos nuestro resultado con las bases de datos. Encontramos en estas ([6]) que el factor Q asociado a esta reacción es 708.6 KeV. Como antes igualamos este valor a la energía de la partícula β e introducimos este valor en 1 obteniendo un alcance máximo de $R=263.474 \text{ mg/cm}^2$. La inversa de μ nos da una estimación $\mu_{Teor} = \frac{1}{R} = 0,0038 \text{ cm}^2/\text{mg}$ y podemos ver que esta vez, nuestro ajuste subestima claramente el coeficiente de absorción.

9. Cota a la masa del neutrino

Para hacernos una idea de la precisión a la que puede trabajar nuestro detector, vamos a tratar de hallar una cota a la masa del neutrino electrónico. Para ello, echaremos mano de la reacción de desintegración β del ^{36}Cl :



Podemos calcular el factor Q [9] de la reacción que se define como las diferencias entre las masas iniciales y finales (balance detallado). Por conservación de la energía este factor Q coincidirá con la energía cinética con la que se eyectan el electrón, el neutrino y el núcleo : ⁴

$$Q = -m(e^-) - m(\nu_e) - m(^{36}\text{Ar}) + m(^{36}\text{Cl}) = T_{e^-} + T_{\bar{\nu}_e}$$

Despejando en esta fórmula podemos determinar la masa del neutrino. El problema está en hallar el valor del término derecho ya que nuestro detector es insensible a los neutrinos y la energía del electrón varía en una distribución continua de probabilidad. Sin embargo, en el máximo de esta distribución, el neutrino se encuentra en reposo y es el electrón que se lleva toda la energía. Luego, sabiendo la energía máxima del electrón podremos hallar una cota para la masa del neutrino. Como ya mencionamos antes, el fenómeno de la atenuación de la radiación β se presenta como un truncamiento en el espectro de energías. Luego la energía máxima del electrón será la correspondiente a la frontera entre electrones β y radiación de fondo. Para hallar este punto, en el laboratorio hemos medido el conteo de electrones β^- del ^{36}Cl para distintos números de hojas de aluminios cuyo espesor másico es $3,401(13) \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$ ⁵. Los datos recogidos se muestran en la tabla 11

Haciendo uso de la expresión de [1] que nos permite aproximar la atenuación de las partículas β como una caída exponencial, buscamos en escala logarítmica la intersección de nuestra exponencial con el fondo (punto en el que se absorbe el electrón más energético). Para ello ajustamos nuestros puntos a una recta $y = a + bx$

$$a = 2,226(39) \quad b = -0,0572(52)(\text{laminas}^{-1}) \equiv 16,8(1,5) \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2} \quad \chi^2 = 18,30$$

⁴Consideraremos aquí que el núcleo, al tener una masa mucho mayor que las otras dos partículas, tiene una energía cinética de retroceso despreciable

⁵Esta medida la hemos obtenido gracias a una hoja rectangular de papel de aluminio de dimensiones $36,7(1)\text{cm} \times 38,6(1)\text{cm} = 1416,6(5,3)\text{cm}^2$ que hemos pesado con una balanza de precisión($m = 4,816440(29) \text{ g}$). El cociente nos devuelve el valor que buscamos.

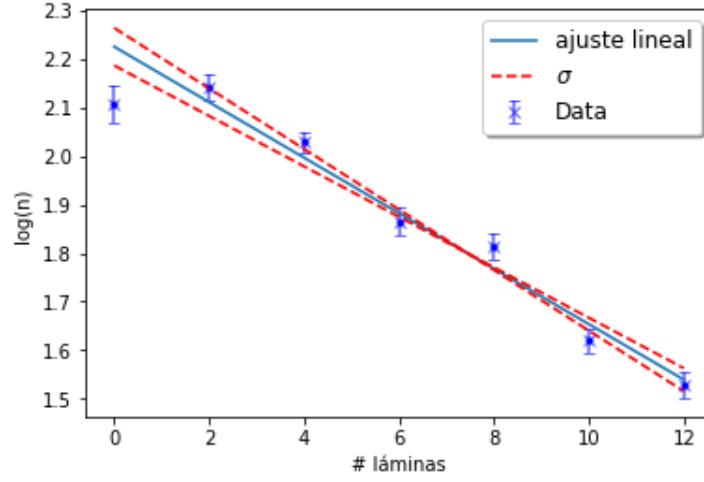


Figura 13: medidas para la atenuación de β en el aluminio y ajuste exponencial en escala logarítmica

Si sustituimos ahora $y = \log(n_b)$ obtenemos el valor que buscamos:

$$w_{max} = \frac{\log(n_b) - a}{b} = 55,773(10) \frac{mg}{cm^2}$$

La pregunta es a que energía equivale este espesor? Recuperando la fórmula introducida en la sección anterior 1 y despejando para nuestro valor de R obtenemos ⁶

$$T_e^{max} = 0,239979(29) \text{ MeV}$$

Finalmente, volviendo a nuestra fórmula de arriba podemos despejar la masa del neutrino

$$m(\nu_e) = T_{e^-} + m(e^-) + m(^{36}Ar) - m(^{36}Cl) = 0,041025(29) \frac{MeV}{c^2}$$

Obviamente la masa real es mucho menor aun que la que acabamos de calcular pero el hecho de saber que su masa es menor que casi la centésima parte que la del electrón (la cual ya es minúscula) nos da una idea de lo ínfima que puede ser esta partícula.

⁶El cálculo de la incertidumbre no es evidente. Lo que hicimos fue propagar las incertidumbres como si conociéramos $u(E_0)$ y despejar esta última para $u(R)$

10. Atenuación de radiación- γ

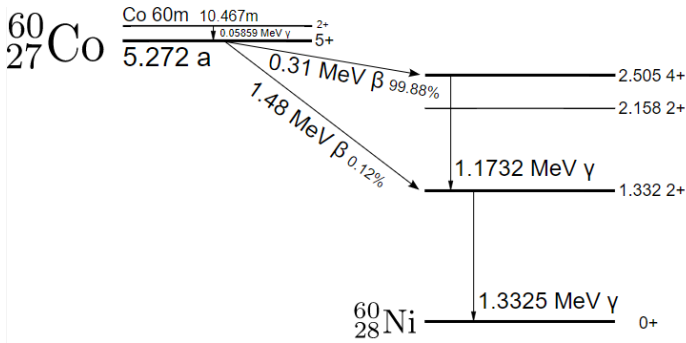


Figura 14: Esquema de decaimiento más probable del ^{60}Co

Por último, mediremos la atenuación para rayos gamma en plomo y en aluminio. Para ello procedemos como antes a interponer material entre el detector y la fuente. Hemos utilizado una fuente de ^{60}Co . Este isótopo decae por desintegración β^- de 0,31 MeV en un 99,92 % de los casos seguida, con un 99,92 % de probabilidad, de la emisión de dos rayos γ de 1.1732 MeV y 1.3325 MeV respectivamente. Existe también la posibilidad, entre otras vías de decaimiento, de la emisión con muy baja probabilidad de rayos X que al ser de muy baja energía afectarán el resultado.

Para modelizar el fenómeno de la atenuación denotaremos la probabilidad de interacción de las partículas por unidad de longitud $\frac{1}{\lambda}$. La probabilidad de que la partícula incidente atravesase el blanco de

longitud X será el efecto acumulado de atravesar intervalos infinitesimales de tamaño X/n, es decir 1 - (prob. de interacc.)

$$p = 1 - \frac{1}{\lambda} \frac{X}{n} \rightarrow P = \prod_n p = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{\lambda} \frac{X}{n} \right)^n = e^{-X/\lambda}$$

Para un haz de N partículas incidentes

$$N = N_0 e^{-X/\lambda}$$

Definimos por lo tanto la longitud de penetración λ como el grosor que ha de tener un material para producir una caída e^{-1} en la tasa de contaje. Por comodidad, nosotros trabajaremos con espesores másicos $X_m = \rho X$, $\lambda_m = \rho \lambda \rightarrow \frac{X}{\lambda} = \frac{X_m}{\lambda_m}$

Un razonamiento más detallado de lo anterior se puede encontrar en [2]

Disponemos de unos discos del material de diferentes espesores másicos previstos para tal efecto. Cabe mencionar que en este caso importa bien poco la distancia a la que situamos nuestra fuente gamma (siempre que sea la misma en todo el experimento pues los efectos geométricos permanecen) ya que la atenuación en aire es mínima.

A bajas energías se detectan también rayos β . Por ello, recurriendo a la parametrización energética 1 que hemos utilizado en el apartado anterior, hemos deducido que a partir de un espesor de 82,16 $\frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$ sólo se detectarán β^- de 1.48 lo que constituye una fracción muy baja del total y se espera que no alteren nuestros resultados. En el caso del aluminio hemos obtenido entre otros, tras descartar los espesores por debajo de la cota que acabamos de calcular, dos puntos bien inferiores a lo esperado. La única explicación que encontramos es la retrodispersión del medio atenuador que hace que los fotones que inicialmente no incidían en la ventana del detector lo hagan a partir de un cierto espesor másico, aumentando el número de cuentas obtenidas. Por ello hemos decidido descartar estos puntos. En la tabla siguiente se presentan los datos obtenidos.

w (g/cm^2)	N	t (s)	n (s^{-1})	u(n) (s^{-1})	n_{corr} (s^{-1})	$u(n_{corr})$ (s^{-1})
94*	2149	322.25	6.67	0.14	6.32	0.15
135*	1213	182.50	6.65	0.19	6.30	0.19
324	1711	227.34	7.53	0.18	7.19	0.19
405	2124	295.62	7.18	0.16	6.84	0.16
540	1538	214.64	7.17	0.18	6.82	0.19
810	1759	244.46	7.20	0.17	6.85	0.17
1080	1400	197.30	7.10	0.19	6.75	0.19
1351	1286	182.31	7.05	0.20	6.71	0.20
1621	1406	199.90	7.03	0.19	6.69	0.19

Cuadro 12: Medidas de la atenuación de rayos γ en Pb y puntos descartados por retrodispersión (*)

Procedemos a ajustar nuestros puntos al modelo de atenuación exponencial. Esto es lo que obtenemos:

$$a = 7,054(98) \text{ } s^{-1} \quad b = 3,6(1,5) \cdot 10^{-2} \frac{cm^2}{mg} \quad \chi^2 = 2,17$$

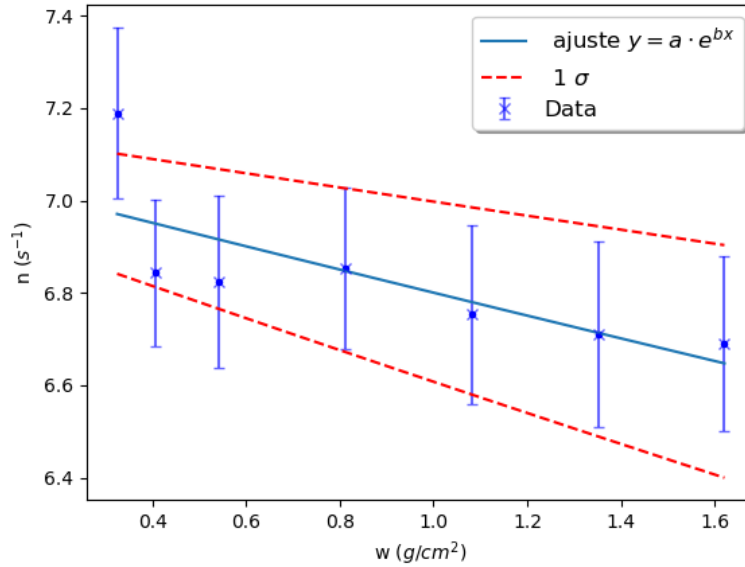


Figura 15: Puntos experimentales y ajuste al modelo de atenuación para la interacción de radiación γ con Al

De nuestro ajuste, podemos sacar la longitud de penetración:

$$\lambda_m = \frac{1}{b} = 27(11) \frac{g}{cm^2}$$

Comparando con una base de datos [8] tenemos que el índice de atenuación teórico (nuestro b) es $\mu_T = 0,0551 \frac{cm^2}{g}$. Aunque no entra en el intervalo de confianza de nuestro valor experimental, el orden de magnitud es el mismo y los valores se parecen bastante con lo que podemos estar satisfechos.

Pasamos ahora a hacer el mismo procedimiento usando el Pb como atenuador. Los datos obtenidos están recogidos en la tabla 13:

w (mg/cm^2)	N	t (s)	n (s^{-1})	u(n) (s^{-1})	n_{corr} (s^{-1})	$u(n_{corr})$ (s^{-1})
1134	1472	240.14	6.13	0.16	5.77	0.16
3402	1494	246.82	6.05	0.16	5.70	0.16
6804	1388	271.60	5.11	0.14	4.74	0.14
10773	1315	332.51	3.95	0.11	3.58	0.11
4536	1514	292.41	5.18	0.13	4.81	0.13
10206	1270	308.72	4.11	0.12	3.74	0.12

Cuadro 13: Medidas de la atenuación de rayos γ en Pb

Realizamos el ajuste de dichos datos para nuestro modelo de atenuación:

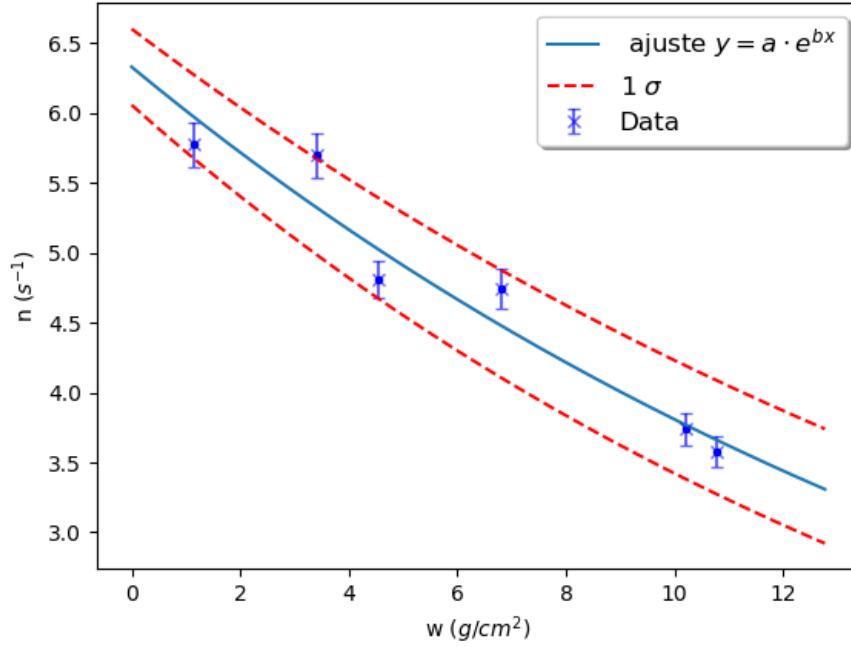


Figura 16: Puntos experimentales y ajuste al modelo de atenuación para la interacción de radiación γ con Al

$$a = 5,95(28) \text{ } s^{-1} \quad b = 5,54(70) \cdot 10^{-5} \frac{cm^2}{mg} \quad \chi^2 = 14,13$$

Hallamos entonces que la longitud de penetración de los rayos gamma a estas energías en el plomo es

$$\lambda_m = \frac{1}{b} = 18,0(2,2) \frac{g}{cm^2}$$

De nuevo consultando [8] hemos hallado un valor de $\mu_T = 5,222 \cdot 10^{-2} cm^2/g$. Este valor encaja con lo que hemos obtenido experimentalmente dentro del rango de incertidumbre. Nótese sin embargo que tenemos un χ^2 muy elevado que revela que nuestros datos no son muy buenos.

11. Conclusiones

Repasemos lo que hemos hecho. Primero hemos caracterizado nuestro detector. Hemos encontrado el voltaje óptimo para asegurarnos de que operaba como un detector Geiger y hemos comprobado que efectivamente nos encontrábamos en un plateau para el cual pequeñas fluctuaciones de voltaje no alteran los resultados obtenidos. Luego hemos determinado el tiempo muerto, es decir el tiempo necesario entre medida y medida para que el detector recuperara su distribución eléctrica de equilibrio y pudiera volver a medir un conteo. Por último hemos modelizado la eficiencia geométrica y la hemos utilizado para obtener la eficiencia intrínseca del detector.

Una vez caracterizado el detector, hemos caracterizado la radiación con la que trabajamos. Primero hemos medido la radiación de fondo con el objetivo de corregirla a las medidas posteriores. Luego medimos también en pequeños intervalos de tiempo la radiación de una fuente de tal forma que pudimos comprobar que efectivamente la distribución estadística de la radiación es una Poissoniana que para altos intervalos de tiempo tiende a una Gaussiana.

Con toda esta preparación, nos hemos dedicado a medir la atenuación de los tres tipos de radiación (α , β y γ) en distintos materiales. De esta forma, hemos comprobado que las partículas se frenan muy fácilmente incluso en el aire. En esta parte de la práctica hemos obtenido resultados muy malos, cuando los hemos obtenido y no podemos decir que fuera un éxito. También hemos hecho lo mismo para las partículas beta. Para la radiación gamma hemos medido la atenuación y observamos su penetración en aluminio y plomo.

Por último, hemos acotado a la alza la masa del neutrino utilizando el teorema del balance detallado comprobando que es realmente pequeña.

En general los resultados se puede decir que son aceptables, excepto para algún caso ya mencionado. Quizás lo que realmente se puede sacar de esta práctica es la gran cantidad de fenómenos que se pueden estudiar gracias a un detector realmente simple.

12. Apéndice

Cálculo de incertidumbres

En esta práctica se realizan esencialmente medidas de cuentas en el detector Geiger y tiempos de medidas. Luego estas son las únicas fuentes de incertidumbre experimental. Al seguir una distribución poissoniana como se ve en el experimento, la incertidumbre asociada a cada un conteaje N es \sqrt{N} . A su vez la asociada a una medida de tiempo es una estimación de 0,3 s que representa el tiempo de reacción de un servidor al manipular el cronómetro.

La fórmula que se emplea en cualquier cálculo de incertidumbres que no sea un ajuste es la usual propagación. Si tenemos una variable función N variables $f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ y cada variable x_i tiene una incertidumbre $u(x_i)$, la incertidumbre combinada de la nueva variable será $u(y) = \sqrt{\sum_i^N \left(\frac{dy}{dx_i} u(x_i)\right)^2}$

12.0.1. Incertidumbre asociada a la medida de tiempos

t1 (s)	t2 (s)	Δt (s)
5.44	5.54	-0.10
5.27	5.32	-0.05
5.14	5.20	-0.06
5.13	5.14	-0.01
5.06	5.14	-0.08
4.98	5.05	-0.07
5.12	5.24	-0.12
5.13	5.17	-0.04
5.06	5.12	-0.06
5.12	5.15	-0.03
5.00	5.10	-0.10
5.13	5.18	-0.05
5.19	5.30	-0.11
5.20	5.25	-0.05
5.07	5.11	-0.04
5.18	5.17	0.01
6.05	6.06	-0.01
8.49	8.51	-0.02
5.20	5.27	-0.07
5.19	5.22	-0.03
5.11	5.13	-0.02

Cuadro 14: muestra de medidas simultáneas con dos cronómetros.

Durante toda la práctica se realizan medidas de tiempo con cronómetro paralelamente a las medidas de conteo. Esto nos permite trabajar después con cuentas/segundo. Es necesario pues tener este efecto en cuenta a lo largo de nuestras medidas. Para estimar esta incertidumbre hemos simulado el proceso de medida varias veces con dos cronómetros que poníamos simultáneamente en marcha y deteníamos. De esta forma tenemos una muestra recogida en la tabla adyacente de como es la distribución estadística de las medidas que realizamos. Podemos asociar la media muestral a un error sistemático que debemos descontar de nuestras medidas ($t_c = t - \Delta t$). En cuanto a la desviación típica muestral dividida por la raíz del número de medidas nos devuelve la incertidumbre a asociar a cada medida del tiempo que tomemos de aquí en adelante. Obtenemos así

$$\Delta t = -0,0529 \text{ s} \quad u(\Delta t) = 0,0075 \text{ s}$$

Correcciones

Todas las medidas a excepción de aquellas para las cuales se menciona explícitamente han sido corregidas por tiempo muerto

$$n = \frac{m}{1 - m\tau}$$

y radiación de fondo $n = m - n_b$ donde m es la tasa previa a la corrección.

Medida de la radiación de fondo

Llamamos fondo a cualquier tipo de interacción incidente desde el exterior que interfiere con nuestro experimento (es decir no producido voluntariamente). El fondo es un valor que sustraemos a nuestras medidas. Hemos medido fondo sólo los dos primeros días aunque deberíamos haberlo hecho

los tres. Para medirlo, encendemos nuestro detector en el voltaje de trabajo habitual y lo dejamos contar un tiempo suficiente (normalmente una hora) ya que las cuentas debidas a radiación de fondo son mucho menos frecuente que en el caso de colocar una fuente en el detector. A continuación se recoge las medidas de fondo de cada día:

día	N	t (s)	n (s^{-1})	u(n) (s^{-1})
1	1159	2953.32	0.392	0.012
2	1258	3305.34	0.381	0.011

Cuadro 15: Medidas del fondo para 2/3 días

12.1. Código empleado en simulaciones de Montecarlo

```
def sphericalrandom():
    theta= 2*np.pi*random(1)
    phi= np.arccos(1-2*random(1))
    return(theta, phi)

n2=[]

nintr=[]
unintr=[]
for j in range (len(d)):

    N=10000

    r=1.43 #radio de la ventana de tu detector
    R=d[j]

    n3=0

    limit= np.arctan(r/R)
    for i in range(N):
        theta,phi = sphericalrandom()
        if (abs(theta)<= 2*limit and abs(phi)<= 2*limit ):
            n3 += 1

    n2.append(n3/N)
```

Referencias

- [1] KNOLL, GLENN, F., *Radiation detection and measurement*, third edition, John Wiley and Sons, New York, 2004.
- [2] SABORIDO SILVA, JUAN, J., *Programa de Física Nuclear y de Partículas*, Notas del curso USC, 2008-2009.
- [3] SÁNCHEZ DEL RÍO, C., *Radiation detection and measurement*, primera edición, Eudema, Madrid, 1989.
- [4] LND, INC., *723 End Window-Alpha-Beta-Gamma Detector*, 3230 LAWSON BLVD., OCEANSIDE, NEW YORK 11572.
- [5] *Apuntes de eficiencia geométrica 1*, Apuntes de la materia "Técnicas experimentales IV", USC.
- [6] *The Lund/LBNL Nuclear Data Search* Version 2.0, February 1999
<http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/>
- [7] NIST *ASTAR : Stopping Power and Range Tables for Alpha Particles*
- [8] NIST *X-Ray Mass attenuation coefficients table* <https://physics.nist.gov/PhysRefData/>
- [9] KRANE, KENNETH S. *Introductory nuclear physics*, second edition, John Wiley and Sons, Oregon State University 1995
- [10] KATZ, L. AND PENFOLD, A.S. *Range-Energy relations for Electrons and the Determination of Beta-Ray End-Point Energies by Absorption* Reviews of modern physics, 1952
- [11] KOEHRSEN, W. *The Poisson Distribution and Poisson Process Explained*
<https://towardsdatascience.com/the-poisson-distribution-and-poisson-process-explained-4e2cb17d459>
- [12] https://en.wikipedia.org/wiki/Central_limit_theorem
- [13] https://es.wikipedia.org/wiki/Tubo_Geiger-Müller