

# Základný Solowov model

Algebra stáleho stavu. Komparatívna statika a prechodná dynamika na zmeny exogénnych premenných. Zlaté pravidlo.

Tomáš Oleš

Department of Economic Policy  
Faculty of Economics and Finance

February 3, 2025

- Algebra stálego stavu.
- Komparatívna statika a prechodná dynamika na zmeny exogénnych premenných v Solowovom modeli.
- Zlaté pravidlo. Priestor pre hospodársku politiku.

# Stály stav v Solowovom modeli

Centrálna rovnica Solowovho modelu, určujúca stály stav:

$$k^* = sA(k^*)^\alpha + (1 - \delta)k^*$$

Toto je rovnica s jednou neznámou.  $k^*$ :

$$k^* = \left( \frac{sA}{\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (1)$$

$$y^* = A(k^*)^\alpha \quad (2)$$

$$c^* = (1 - s)A(k^*)^\alpha \quad (3)$$

$$i^* = sA(k^*)^\alpha \quad (4)$$

$$R^* = \alpha A(k^*)^{\alpha-1} \quad (5)$$

$$w^* = (1 - \alpha)A(k^*)^\alpha \quad (6)$$

# Graf centrálnej rovnice Solowovho modelu

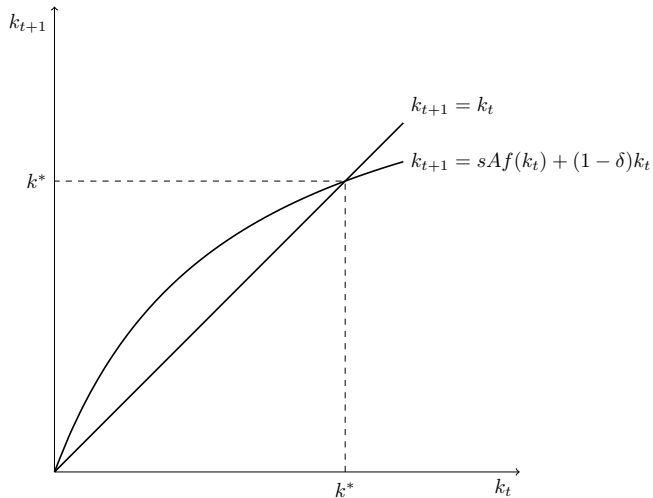


Figure: Graf centrálnej rovnice Solowovho modelu

# Experiment: zmena $s$

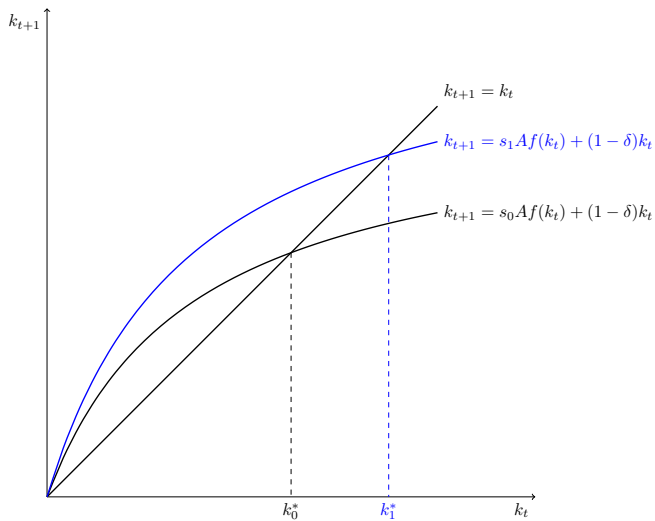


Figure: Exogénne zvýšenie  $s$ ,  $s_1 > s_0$

# Dynamické odozvy na exogénne zvýšenie miery úspor

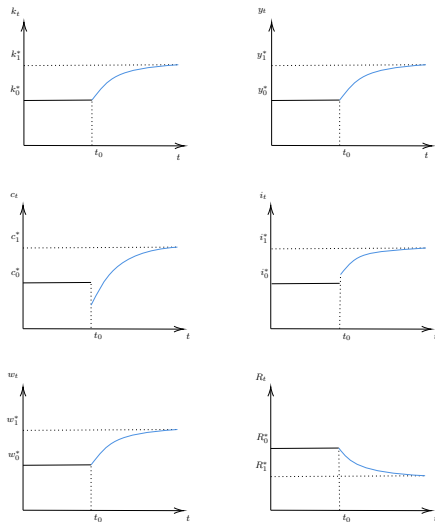


Figure: Dynamická odozva na exogénne zvýšenie  $s$

# Dynamická odozva $g_y^t$ na exogénne zvýšenie miery úspor

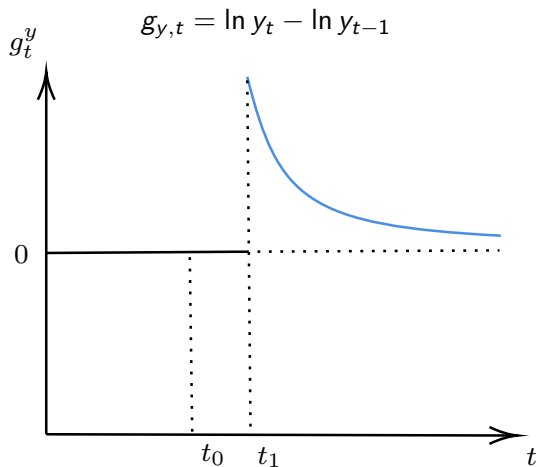


Figure: Dynamická odozva na rýchlosť rastu výstupu

# Experiment: zmena $A$

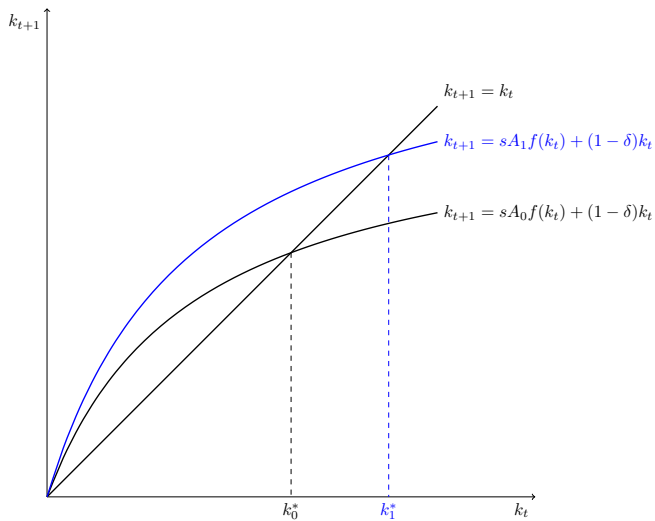


Figure: Exogénny nárast v  $A$ ,  $A_1 > A_0$



# Dynamické odozvy na exogénne zvýšenie produktivity

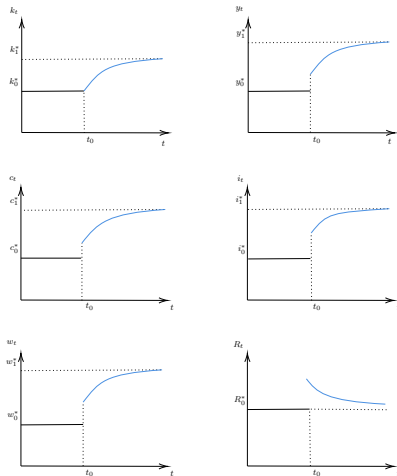


Figure: Dynamická odozva na rast výstupu v A

# Dynamická odozva $g_y^t$ na exogénne zvýšenie miery úspor

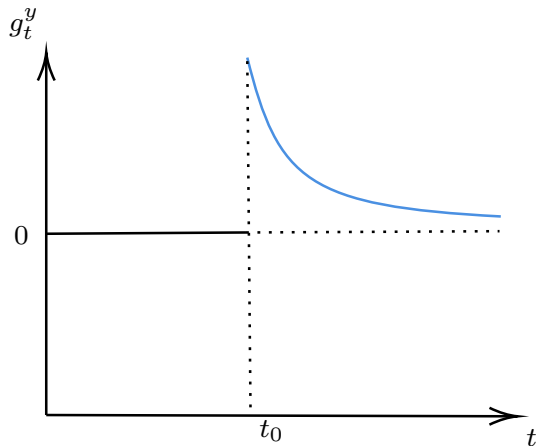


Figure: Dynamická odozva na rýchlosť rastu výstupu

# Udržateľný rast v Solowovom modeli

- Základný model ukazuje, že udržateľný rast nemôže pochádzať len z akumulácie kapitálu.
- Zvýšenie miery úspor  $s$  vyvolá dočasný rast, ale ten sa postupne zníži na nulu.
- Opakované zvyšovanie  $s$  nemôže generovať dlhodobý rast, pretože  $s \leq 1$ .
- Jednorazová zmena v technologickej úrovni  $A$  spôsobí dočasný rast, ale neexistuje limit pre opakované zvyšovanie produktivity.

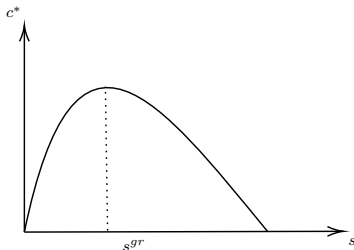
Model môže byť upravený tak, aby existoval rast v stálom stave (nasledujúca hodina).

# Zlaté pravidlo

- Vyššia miera úspor  $s$  vedie k vyššiemu  $k^*$  a tým aj k vyššiemu  $y^*$ .
- Avšak, vyššia miera úspor znamená menší podiel spotreby na pracovníka.
- Rovnovážna spotreba na pracovníka je daná vzťahom:

$$c^* = (1 - s)Af(k^*) \quad (7)$$

- Ak  $s = 0$ , potom  $c^* = 0$  (žiadne úspory, žiadny kapitál).
- Ak  $s = 1$ , potom tiež  $c^* = 0$  (všetko je investované, nič sa nespotrebuje).
- Optimálna úroveň  $s$  maximalizuje  $c^*$  – označovaná ako Zlaté pravidlo úspor  $s_{gr}$ .



Zlaté pravidlo úspor je definované podmienkou:

$$Af'(k^*) = \delta \quad (8)$$

To znamená, že hraničný produkt kapitálu musí byť rovný miere odpisov kapitálu.

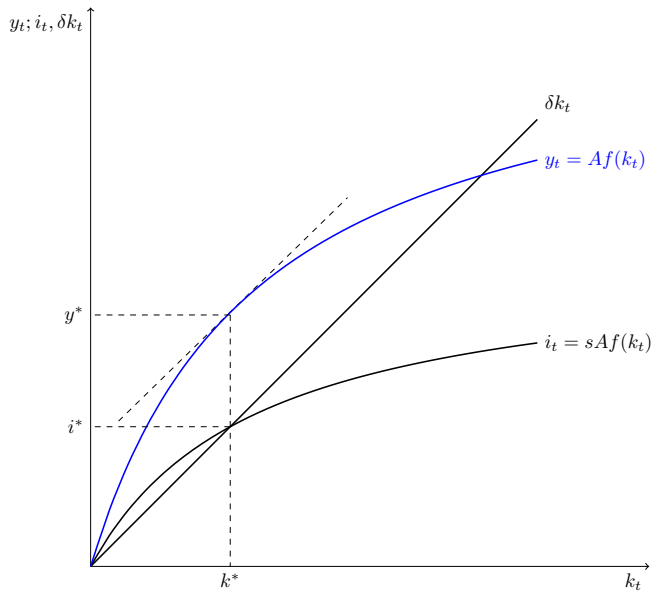


Figure: Miera úspor v Zlatom pravidle

## Aká je intuícia pre podmienku $Af'(k^*) = \delta$ ?

- Ak  $Af'(k^*) > \delta$ , zvýšenie  $s$  vedie k rastu výstupu viac než rastú investície, čo znamená vyššiu spotrebu.
- Ak  $Af'(k^*) < \delta$ , zvýšenie  $s$  vedie k nižšiemu rastu výstupu oproti investíciám, čo znamená pokles spotreby.
- Len ak  $Af'(k^*) = \delta$ , je  $s$  optimálne pre maximálnu ustálenú spotrebu.

## Dynamické účinky zvýšenia $s$ :

- Zvýšenie  $s$  vždy vedie k okamžitému poklesu spotreby  $c_t$  (viac príjmu je alokované na úspory).
- Následne  $c_t$  začne rásť v dôsledku vyššej kapitálovej zásoby.
- Ak  $s < s_{gr}$ , vyššia  $s$  vedie k vyššej spotrebe v dlhodobom horizonte.
- Ak  $s > s_{gr}$ , vyššia  $s$  vedie k nižšej dlhodobej spotrebe.

# Hypotetický priebeh spotreby $c_t$ po zmene miery úspor

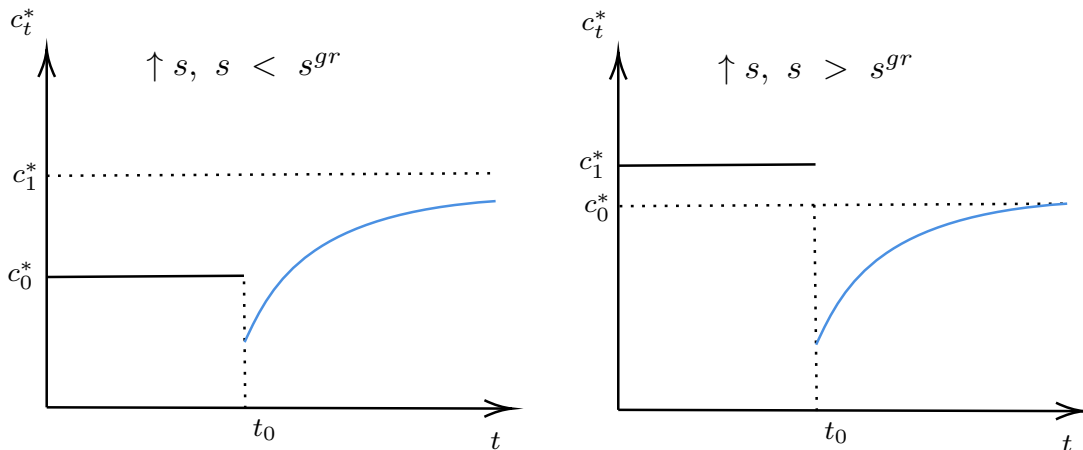


Figure: Efekt zvýšenia  $s$  pod a nad Zlatým pravidlom



- Kapitálová zásoba konverguje k jedinečnému stálemu stavu.
  - Zvýšenie miery úspor alebo produktivity vedie k dočasne vyššiemu rastu výstupu, nie však trvalému.
  - **Zlaté pravidlo:** miera úspor, ktorá maximalizuje dlhodobú spotrebu na obyvateľa.
    - Ak  $s < s_{gr}$ , krátkodobá nižšia spotreba vedie k vyššej dlhodobej spotrebe.
    - Ak  $s > s_{gr}$ , spotreba môže rásť v každom okamihu.

Garin, J., Lester, R., and Sims, E. (2021). Intermediate macroeconomics. *This Version*, 3(0.1).