# TP 3: Simulación de un sistema MM1

**Tomás Ponce**
Legajo: 44954
Mail: tomasponce@outlook.com.ar
UTN - FRRO
Zeballos 1341, S2000

**Sofía Gasparini**
Legajo:44762.
Mail: sofigasparini15@gmail.com
UTN - FRRO
Zeballos 1341, S2000

**Abstract**

Nuestro trabajo tiene el objetivo de mostrar como se realiza un sistema de colas M|M|1 y un modelo M|M|1|K y analizar sus medidas de rendimiento y resultados .La programación del trabajo se realizó con el lenguaje Python en su versión 3.7.

## 1. Introducción

Se quiere simular y poder observar el comportamiento de un sistema de colas M|M|1 y M|M|1|K a través del ingreso de parámetros tales como la media de arribo, media de servicios y numero de clientes que salen del sistema para la obtención de las distintas medidas de rendimiento. Éstos modelos de colas serán programados por nosotros,siendo el modelo M|M|1|K una pequeña variación del modelo M|M|1 que nos permitirá obtener la probabilidad de que un cliente sea denegado en el sistema dado un determinado limite de cola "K".

## 2. Marco Teórico

Para el análisis y desarrollo de los casos de estudio, es necesaria una breve introducción a los conceptos de simulación, sistemas y soluciones analíticas.

Un sistema representa un proceso de interés, y para poder estudiarlo se realizan una serie de suposiciones (hipótesis) para luego poder formular un modelo analítico o en caso de no ser posible una simulación. Estas suposiciones usualmente toman la forma de relaciones lógicas o matemáticas, constituyendo el modelo que se usa para tratar de obtener un entendimiento de cómo el sistema se comporta. Es importante en la simulación poder conocer el estado del sistema en todo momento, éste se define como una colección de variables (variables de estado) necesarias para describir un sistema en un momento particular

Al utilizar un modelo, se pretende poder emular el comportamiento de la realidad y verificar que el modelo funciona correctamente (a través de una comparación de los resultados del modelo y de los obtenidos experimentalmente en el sistema real). Una vez verificado el modelo se pueden responder a preguntas de interés que generalmente implican una modificación en el sistema. Modificar el modelo es mucho más conveniente que realizar dicha modificación en el sistema real, esto se debe a factores como el tiempo que llevaria y el costo que implicaría. Cuando el modelo involucra relaciones simples existe la posibilidad de resolverlo en forma analítica. Sin embargo la mayoria de los sistemas del mundo real son demasiados complejos para ser evaluados de esta forma, por lo que són estudiados por medio de la simulación.

### 2.1. Teoría de colas

El estudio de las colas es importante porque proporciona tanto una base teórica del tipo de servicio que se puede esperar de un determinado recurso, como la forma en la cual dicho recurso puede ser diseñado para proporcionar un determinado grado de servicio a los clientes que lo solicitan.

Dada la importancia de las colas, surge la necesidad de desarrollar una herramienta que sea capaz de dar una respuesta sobre las caracterısticas que tiene un determinado modelo de colas. Esta herramienta es la teoría de colas. La teoría de colas es el estudio matemático del comportamiento de líneas de espera.

Estas surgen cuando los clientes llegan a un lugar demandando un servicio a un servidor, el cual tiene una cierta capacidad de atención. Si el servidor no está disponible inmediatamente y el cliente decide esperar, entonces se forma la linea de espera.

Una cola es una linea de espera y la teoría de colas es una colección de modelos matemáticos que describen sistemas de línea de espera particulares o sistemas de colas. Los modelos matemáticos sirven para encontrar un buen compromiso entre el coste de proveer el servicio y el coste asociado a la espera por el servicio en caso de no estar este disponible.

Los sistemas de colas son modelos de sistemas que proporcionan un servicio. Como modelo, pueden representar cualquier sistema donde clientes llegan buscando un servicio de algún tipo y salen después de que dicho servicio haya sido atendido. Se pueden modelar los sistemas de este tipo tanto como colas sencillas o como un sistema de colas interconectadas formando una red de colas.

### 2.1.1. Historia

El origen de la teoría de colas se sitúa en 1909 cuando Agner Kraup Erlang (Dinamarca, 1878 - 1929) centra su atención en el estudio de la congestión de tráfico telefónico con el objetivo de cumplir la demanda incierta de servicios en el sistema telefónico de Copenhague. Sus investigaciones acabaron en una nueva teoría denominada teoría de colas o de lıneas de espera. Esta teoría es ahora una herramienta con un gran valor en los negocios debido a que un gran número de problemas pueden caracterizarse como problemas de congestión llegada-salida.

Tal y como se ha comentado anteriormente la formación de colas o lıneas de espera es un fenómeno muy común en la vida real, y mas si cabe en el contexto de la informática, telecomunicaciones y nuevas tecnologías. Como ejemplos, los procesos que son enviados a un servidor para su posterior ejecución forman colas de espera mientras no son atendidos, la información solicitada, a través de Internet, a un servidor Web puede recibirse con retraso debido a congestión en la red o en el servidor propiamente dicho, podemos recibir la señal de linea ocupada si la central de la que depende nuestro teléfono móvil está colapsada en ese momento, etc. Será en estos últimos contextos en los que se centrará el presente proyecto.

La teorıa de colas incluye el estudio matemático de las colas o líneas de espera y provee un gran número de modelos matemáticos para describirlas. En una situación ideal se debería encontrar un equilibrio entre el coste de prestar un servicio y el coste asociado a la espera por el servicio en caso de no estar éste disponible. Cabe destacar que la teorıa de colas no da una solución para encontrar el equilibrio anterior sino que proporciona información para la toma de decisiones. El administrador del sistema será el encargado de tomar estas decisiones en función de los parámetros del sistema que desee optimizar y del coste que este dispuesto a asumir.

Como principales objetivos de la teoría de colas destacan:

- Identificar el nivel óptimo de capacidad del sistema que minimiza el coste global del mismo.
- Evaluar el impacto que las posibles alternativas de modificación de la capacidad del sistema tendrıan en el coste total del mismo.
- Establecer un balance equilibrado óptimo entre las consideraciones cuantitativas de costes y las cualitativas de servicio.
- Prestar atención al tiempo de permanencia en el sistema o en la cola: la paciencia de los clientes depende del tipo de servicio especifico considerado y eso puede hacer que un cliente abandone el sistema.

### 2.1.2. Características de los sistemas de colas

Las características básicas que se deben utilizar para describir adecuadamente un sistema de colas según la notación Kendall son:

- Proceso de arribo de los clientes.
- Proceso o tiempo de servicio.
- Disciplina de cola.
- Capacidad del sistema.
- Número de canales de servicio.

- Tamaño de la fuente.

**Proceso de arribo de los clientes:** Existen dos clases básicas de tiempo entre llegadas:

Determinístico: en el cual clientes sucesivos llegan en un mismo intervalo de tiempo, fijo y conocido. Un ejemplo clásico es el de una línea de ensamble, en donde los artículos llegan a una estación en intervalos invariables de tiempo (conocido como ciclos de tiempo).

Probabilístico: en situaciones de cola habituales, la llegada de clientes es estocástica, es decir la llegada depende de una cierta variable aleatoria y el tiempo entre llegadas sucesivas es incierto y variable. En este caso, los tiempos entre llegadas se modelan mediante una distribución de probabilidad. El patrón más común de arribos en la terminología de la teoría de cola es el patrón de arribo aleatorio o proceso de arribo de Poisson. Esto significa que la distribución de intervalos entre arribos es exponencial.

**Proceso o tiempo de servicio:** El tiempo que transcurre desde el inicio del servicio para un cliente hasta su terminación en una instalación se llama tiempo de servicio (o duración del servicio). Como en el caso del proceso de llegada, este tiempo puede ser determinístico o probabilístico. Con un tiempo de servicio determinístico, cada cliente requiere precisamente de la misma cantidad conocida de tiempo para ser atendido. Con un tiempo de servicio probabilístico, cada cliente requiere una cantidad distinta e incierta de tiempo de servicio. Los tiempos de servicio probabilísticos se describen matemáticamente mediante una distribución de probabilidad. En la práctica resulta difícil determinar cuál es la distribución real, sin embargo nuevamente, una distribución que ha resultado confiable en muchas aplicaciones, es la distribución exponencial.

**Disciplina de cola:** La disciplina de cola, a veces llamada disciplina de servidor es la regla para seleccionar el próximo usuario a recibir servicio. La disciplina más común de cola es la FIFO (primero en arribar, primero en atender). También existen disciplinas como LIFO (último en arribar, primero en atender) o disciplinas donde se consideran algunas prioridades de los usuarios.

**Capacidad del sistema:** En algunos sistemas de cola la capacidad de la cola se supone infinita. Esto es cualquier arribo de un usuario se permite. En otros en cambio existe una limitación respecto al número de clientes que pueden esperar en la cola. A estos casos se les denomina situaciones de cola finitas. La suposición de una cola infinita es la estándar para la mayor parte de los modelos, incluso en situaciones en las que de hecho existe una cota superior (relativamente grande) sobre el número permitido de clientes, ya que manejar una cota así puede ser un factor complicado para el análisis. Los sistemas de colas en los que la cota superior es tan pequeña que se llega a ella con cierta frecuencia, necesitan suponer una cola finita.

**Número de canales de servicio:** El sistema de cola más simple es el de servidor único, el cual puede atender un usuario solamente por vez. Un sistema multiservidor tiene servidores idénticos y puede servir hasta n usuarios simultáneamente.

**Tamaño de la fuente:** Es el conjunto de usuarios que pueden solicitar el servicio del sistema, es decir, el número total de clientes potenciales distintos. Puede ser una fuente finita o infinita. Como los cálculos son mucho más sencillos para el caso infinito, esta suposición se hace muy seguido aún cuando el tamaño real sea un número fijo relativamente grande. El caso finito es más difícil analíticamente porque el número de clientes en la cola afecta el número potencial de clientes fuera del sistema en cualquier momento; pero debe hacerse esta suposición finita si la tasa a la que la fuente de entrada genera clientes nuevos queda afectada en forma significativa por el número de clientes en el sistema de líneas de espera.

## 3. Tipos de modelos de simulación

Varios son los modelos de simulación existentes, la elección de uno u otro dependerá en cada caso de las características del sistema modelado. A continuación se describen los principales modelos de simulación existentes.

- Estocásticos / deterministas. Los sistemas estocásticos contienen componentes aleatorios mientras que los deterministas no.

- Dinámicos / estáticos. La simulación se dice estática si en el modelo no juega ningún papel el transcurso del tiempo mientras que es dinámica si el tiempo es una de las variables importantes del modelo. En la simulación estática resulta muy sencillo comparar distintas estrategias ante las mismas condiciones del azar, mientras que esto es mas complicado en la simulación dinámica, exigiendo un trabajo mayor de planificación. Además, el coste computacional de la simulación estática es bastante mas moderado. En la simulación dinámica, normalmente se trata de ir analizando los distintos estados por los que va pasando un sistema que evoluciona en el tiempo. Esto provoca, en general, un mayor coste computacional y problemas de estabilización y dependencia.

•Continuos / discretos. Son un caso particular dentro de los sistemas dinámicos. En la simulación continua el sistema se cambia de estado continuamente mientras que en la estática, los cambios se producen en instantes de tiempo singulares. En el primer caso el conjunto de estados es continuo mientras que en el segundo es discreto.

•Por eventos / por cuantos. Son un caso particular dentro de los sistemas discretos. En la simulación por cuantos, se controla la variable tiempo avanzándola una peque~na cantidad fija de tiempo, teniendo en cuenta que solo un evento o suceso puede producirse en un cuanto. En la simulación por eventos se avanza la variable tiempo hasta el siguiente suceso o evento.

## 4. Modelos existentes sistemas de colas

### 4.1. Colas con servidores en paralelo M/M/C

Un sistema con servidores en paralelo se caracteriza porque hay más de un servidor que ejecuta la misma función con la misma eficiencia. En un sistema con servidores en paralelo no hay varias colas, sino una única cola.

Con respecto a la notación de Kendall, para este sistema se tienen las siguientes características:

A) Se tiene un sistema de llegadas que se producen según un proceso de Poisson de razón $\lambda$ , donde los tiempos entre llegadas estarán distribuidos exponencialmente Exp ($\lambda$ ) o Donde $\lambda$ es el número medio de llegadas por unidad de tiempo.

B) Los tiempos entre servicios son distribuidos de manera exponencial, Exp ($\mu$) o Donde $\mu$ es el número medio de paquetes que el servidor es capaz de atender por unidad de tiempo

C) El número de servidores en el sistema de denotará con la constante c

D) La capacidad del sistema es infinita, la cual se puede omitir

E) La disciplina del sistema será FIFO, la cual se puede omitir

F) Se tiene un estado de servicio igual a uno, es decir una sola cola, el cual se puede omitir también

Este sistema al igual que el sistema M/M/1 presenta una capacidad del sistema infinita por lo cual se establece una condición de no saturación para alcanzar el estado estable, ya que de esta manera se cuida que el número de paquetes no crezca indefinidamente. Para este software sólo se ocuparán colas que no se saturan, por lo que la condición será la siguiente:

$$\rho \leq 1$$

Pero se define

$$r = \frac{\lambda}{\mu}$$

mientras que la tasa de ocupación del sistema es

$$\rho = \frac{\lambda}{c.\mu}$$

.

Cuando se consideran c servidores en paralelo, las tasas de llegada y de servicio pasan a ser:

$$a(t) = \lambda.e^{-\lambda t}$$

$$b(t) = \mu_n.e^{-\mu_n t}$$

donde:

$$\mu_{n=}n\mu \quad con \quad 1 \leq n < c$$

$$\mu_{n=}c.\mu \quad con \quad n \geq c$$

La probabilidad de que haga n clientes en un sistema de este tipo es:

$$\begin{cases} \frac{\lambda^n}{n!\mu^n} & P_0 \leq n < c \\ \\ \frac{\lambda^n}{c^{n-c}c!\mu^n}Po & n \geq c \end{cases}$$

Siendo la probabilidad de que el sistema esté vacío:

$$P_0 = (\sum_{n=0}^{c-1} \frac{r^n}{n!} + \frac{r^c}{c!(1-\rho)})^{-1}$$

$$\frac{r}{c} = \rho < 1$$

La longitud de la cola medida es:

$$L_q = \frac{r^c.\rho}{c!(1-p)^2} P_0$$

El tiempo medio de espera en la cola:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = (\frac{r^c}{c!(c\mu)(1-\rho)^2})P_0$$

Y, por lo tanto,

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu} + (\frac{r^c}{c!(c\mu)(1-\rho)^2})P_0$$

$$L = r + (\frac{r^c.\rho}{c!(1-\rho)^2})P_0$$

donde:

$\rho$ = Intensidad de tráfico en el sistema

$\lambda$= Número medio de llegadas por unidad de tiempo

$c$ = Número de servidores en el sistema

$\mu$= Número medio de paquetes que el servidor es capaz de atender por unidad de tiempo.

$\rho_0$= Probabilidad de que no existan paquetes en el sistema

$n$= Paquetes en el sistema

$\rho_n$= Probabilidad de que haya n paquetes en el sistema.

### 4.2. Colas con servidores en paralelo y limite de capacidad M/M/c/K

En algunos sistemas la cola no puede albergar a un número indefinido de clientes. En este caso se dice que el sistema es de capacidad limitada. El límite lo fija el parámetro K que incluye a los servidores. Las probabilidades de cada estado del sistema

La longitud media de la cola es:

$$L_q = \frac{P_0.r^{c.\rho}}{c!(1-\rho)^2}[1 - \rho^{k-c+1} - (1-\rho)(K-c+1).\rho^{K-c}]$$

Número promedio de clientes en el sistema de servicio:

$$L = L_q + r(1 - P_k$$

Tiempo promedio transcurrido en el sistema incluido el servicio:

$$W = \frac{L}{\lambda.(1 - P_k)}$$

Tiempo promedio de espera en la fila:

$$W_q = \frac{L}{\lambda.(1 - P_k)} - \frac{1}{\mu}$$

### 4.3. Colas sin límites de servidores M/M/$\infty$

El sistema de espera tiene un número ilimitado de servidores, lo que significa que cada cliente que llega es servido inmediatamente.

A pesar de no haber competencia ni compartición de recursos, los resultados de este modelo pueden servirnos para estimar cantidades de interés en sistemas con un número c suficientemente grande de servidores.

En ocasiones se puede estar diseñando un sistema donde el número de servidores simultáneos no sea un límite (por ejemplo acceso a un servidor de red). Si el tiempo de servicio tiene igual distribución con el número de servidores ($\mu n = n\mu$).

La probabilidad de que haya n clientes simultáneamente es:

$$P_n = \tfrac{r^n e^{-r}}{n!} \text{ con } n \geq 0$$

$$r = \frac{\lambda}{\mu}$$

Número promedio de clientes en el sistema de servicio:

$$L = \frac{\lambda}{\mu}$$

Tiempo promedio transcurrido en el sistema incluido el servicio:

$$W = \frac{1}{\mu}$$

## 5. Aplicaciones de la teoría de colas

Encontramos reflejada la teoría de colas en los procesos de las fábricas, en la cola del banco, en cualquier transporte público, en la cola del supermercado. Se estudia mucho para los diseños de Call center. En Servidores de internet,o incluso en nuestra bandeja de entrada de correo.

Las redes telefónicas se diseñan para acomodar la intensidad del tráfico con solamente una pequeña pérdida. El funcionamiento de los sistemas depende de si la llamada es rechazada, de si está perdida, etc. Normalmente los sistemas de desbordamiento hacen uso de rutas alternativas, pero incluso estos sistemas tienen una capacidad de carga finita o máxima de tráfico. Sin embargo, el uso de las colas permite que los sistemas esperen por las peticiones de su cliente hasta que los recursos libres estén disponibles. Esto significa que si los niveles de la intensidad del tráfico exceden la capacidad disponible, las llamadas del cliente no se perderían.

La disciplina de colas determina la manera de cómo manejar las llamadas de los clientes, define la manera en que les servirán, la orden de las cuales se sirven, y la manera en la que los recursos se dividen entre los clientes. Otras aplicaciones pueden ser :

- Facturación en aeropuertos.
- Cajeros automáticos.

•Restaurantes de comida rápida.

•Esperas en líneas de atención telefónica.

•Intersecciones de tráfico.

•Aviones en espera para aterrizar.

•Llamadas a la policía o a compañías de servicios públicos.

•Estándares de calidad del servicio.

•Análisis económicos que incluyan comparaciones entre costes de explotación, inversiones de capital.

## 6. Modelo de estudio:Sistema de colas M|M|1

Una cola M/M/1 es un sistema al que los clientes llegan según una distribución de Poisson, la atención se presta según una negativa exponencial y tienen un un único servidor . Por tanto:

• La tasa de llegada es : $a(t) = \lambda e^{\lambda - t}$

• La tasa de salida es:$a(t) = \mu.e^{-\lambda.t}$

a su vez , denotaremos:

$\lambda$ = Numero medio de llegadas por unidad de tiempo

$\mu$ = Numero medio de paquetes que el servidor es capas de atender por unidad de tiempo

Con respecto a la notación de Kendall, para este sistema se tienen las siguientes características:

• Se tiene un sistema de llegadas que se producen según un proceso de Poisson de razón $\lambda$ , donde los tiempos entre llegadas estarán distribuidos exponencialmente Donde $\lambda$ es el número medio de llegadas por unidad de tiempo.

• Los tiempos entre servicios son distribuidos de manera exponencial,$Exp(\mu)$ ) o Donde $\mu$ es el número medio de paquetes que el servidor es capaz de atender por unidad de tiempo.

• Se posee un único servidor en el sistema

• La capacidad del sistema es infinita, la cual se puede omitir.

•La disciplina del sistema será FIFO, la cual se puede omitir.

• Se tiene un estado de servicio igual a uno, es decir una sola cola, el cual se puede omitir también

Es decir, el sistema es el siguiente: M/M/1//FIFO/1, pero se abrevia como M/M/1. A continuación se irá analizando el sistema exclusivamente en su condición de no saturación, es decir como un estado estable, ya que si el sistema llega a saturarse el número de paquetes en la cola crecerá indefinidamente, esto quiere decir que el sistema tendrá una tasa mayor de la que el servidor puede manejar.

En teoría de colas se utilizan comúnmente las siguientes medidas de desempeño, estas se calculan de forma diferente según el modelo de la línea de espera:

• Ls = Cantidad esperada de clientes en un sistema

• Lq = Cantidad esperada de clientes en una cola

• Ws = Tiempo de espera en el sistema

• Wq = Tiempo de espera anticipado en la cola

• p = Factor de utilización del sistema

### 6.1. Formulas de las distintas medidas de rendimiento

La probabilidad de que haya n clientes en el sistema es:

$$P_n = (1-p).p^n, \quad \text{con} \quad p = \frac{\lambda}{\mu}$$

Y por tanto se puede El número medio de clientes en la cola es:

$$L = E[n] = \sum_{n=0}^{\infty} n.p_n = (1-p).\sum_{n=0}^{\infty} n.p_n = (1-p)p.\sum_{n=0}^{\infty} n.p^{n-1}$$

Dado que:

$$\sum_{n=0}^{\infty} n.p^{n-1} = \frac{\partial(\sum n.p^n)}{\partial p} = \frac{\partial(\frac{1}{1-p})}{\partial p} = \frac{1}{(1-p)^2}$$

Se concluye que:

$$L = \frac{p}{1-p} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$$

De este modo, se obtiene:

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{\mu-\lambda} \qquad L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} \qquad W_q = \frac{p}{\mu(\mu-\lambda)}$$

Se puede estimar también La cola media cuando el sistema no está vacío. Y el resultado es:

$$L'q = \frac{\mu}{\mu-\lambda}$$

Es muy interesante observar como la cola observada por el cliente que espera depende de la tasa de servicio, mientras que la cola observada por el servidor que espera depende de la tasa de llegada.

Otro resultado interesante es conocer cual es la probabilidad de que haya X o más elementos en el sistema, pues nos permitirá tomar decisiones respecto al dimensionamiento del mismo:

$$P(n \geq X) = p^x$$

Existe una relación entre L,W,$L_q$, $L_w$. Supongamos que $\lambda_n$ es una constante $\lambda$ para toda n. Se ha demostrado que en un proceso de colas en estado estable, L = $\lambda$W. Dado que John Little proporcionó la primera demostración rigurosa, a veces se le da el nombre de fórmula de Little. La demostración prueba que $L_q$ = $\lambda_{Wq}$ Si las $\lambda n$ no son iguales, entonces $\lambda$ se puede sustituir en estas ecuaciones por $\lambda^{-1}$, la tasa promedio entre llegadas a largo plazo. Si suponemos que el tiempo medio de servicio es una constante $\frac{1}{\mu}$, para toda n $\geq 1. Setieneentoncesque W$ =W$_q + \frac{1}{\mu}$

Como utilidad para calcular de manera teórica la probabilidad de denegación de servicio de un sistema M|M|1|K , se puede calcular de la forma:

$\frac{(1-p).p^K}{1-p^{K+1}}$ , con "k"siendo la capacidad máxima del sistema.

## 7. Metodología

Utilizando el lenguaje de programación Python implementamos un programa con el propósito de simular un sistema de colas M|M|1 para poder observar su comportamiento a partir de los distintos estadísticos calculados a partir de las diferentes tasas de arribo y de servicio. Utilizaremos las librerías Random, Numpy, Matplotlib y math para estas tareas

En el presente trabajo realizamos la simulación de una cola M|M|1 con distintas tasas de arribo: 0.25,0.5,0.75,1 y 1.25, mientras que la tasa de servicio y la numero de clientes que son atendidos en el servido serán la constantes , 1 y 1000 respectivamente.Ademas, simularemos un sistema M|M|1|K , con K=0,2,5,10 y 50 y poder observar la probabilidad de denegación de servicios en los casos de tasa de arribo de 0.25 y 0.75

Analizaremos las siguientes medidas de rendimiento: Cantidad promedio de clientes en el sistema, cantidad promedio de clientes en cola, tiempo promedio de clientes en el sistema, tiempo promedio de clientes en cola, factor de utilización del servidor y probabilidad de que haya n clientes en el sistema ( para dicho análisis, utilizaremos n=1, es decir, la probabilidad de que haya 1 cliente en el sistema.).

El análisis se realizara a partir de la comparación de 3 fuentes de información distintas: El programa realizado en python, su correspondiente adaptación a anylogic y los valores teóricos esperados calculados a partir de las formulas.

Realizamos un total aproximado de 30 corridas del programa. Cada gráfica posee 10 curvas y una curva del promedio de ellas. Para cada medida de rendimiento ( a excepción de la probabilidad de n clientes en el sistema), realizamos 3 gráficas: Gráfica de la media, varianza y desviación estándar. La gráfica de la utilización del servidor posee además, un gráfico de tortas indicando el porcentaje de servidor utilizado y la gráfica de probabilidad de n clientes, contiene la probabilidad de que haya n clientes en el sistema.

## 8. Análisis de los distintos casos

En la siguiente sección analizaremos los distintos casos que pueden ocurrir a partir de la modificación de la tasa de arribo y manteniendo constante la tasa de servicio y el numero de clientes que son atendidos en el servidor. Procederemos a realizar una comparación con los valores simulados en el programa realizado en Python ,la implementación en Anylogic y los valores teóricos esperados

### 8.1. Caso de estudio 1: Tasa de servicio = 1 ,Tasa de arribo = 0.25 y numero de clientes que son atendidos en el servidor=1000

En el primer caso, la media de arribo de clientes es 4 y la media de servicio es igual a 1. El sistema no se saturara, la duración total de la simulación sera la de mayor longitud de todos los casos analizados, pero a su vez las medidas de rendimientos obtenidas serán una de las mas óptimas obtenidas.

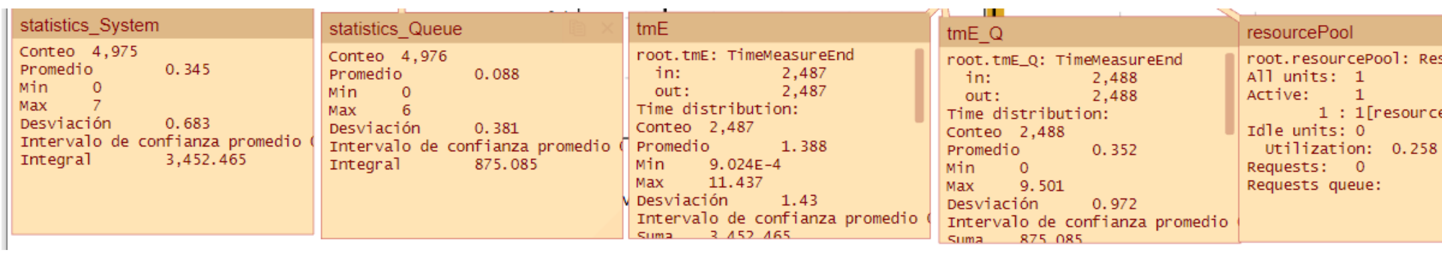



Figura 1: Medidas de rendimiento obtenidas del caso 1 en Anylogic

Los valores de las medidas de rendimiento obtenidos por Anylogic son los siguientes:

- Ls=0.345
- Lq=0.088
- Ws=1.388
- Wq=0.352
- p=0.258

### 8.1.1. Numero promedio de clientes en el sistema

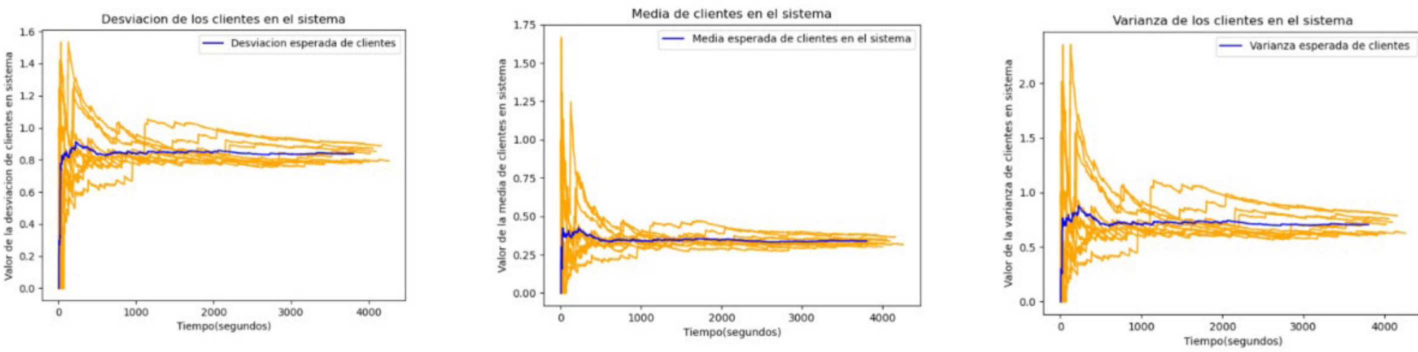



Figura 2: Numero promedio de clientes en el sistema caso 1

En las graficas obtenidas se puede observar que la media de clientes en el sistema se estabiliza alrededor de 0.33333, la varianza alrededor de 0.7 y la desviación alrededor de 0.83. La media nos permite inferir que la cantidad promedio de clientes en el sistema sera de aproximadamente un valor muy cercano a $\frac{1}{3}$, es decir ,un numero de clientes en el sistema muy bajo.

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teórico calculado |
|---|---|---|
| 0.33232 | 0.345 | 1/3 |

Cuadro 1: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

### 8.1.2. Numero promedio de clientes en cola

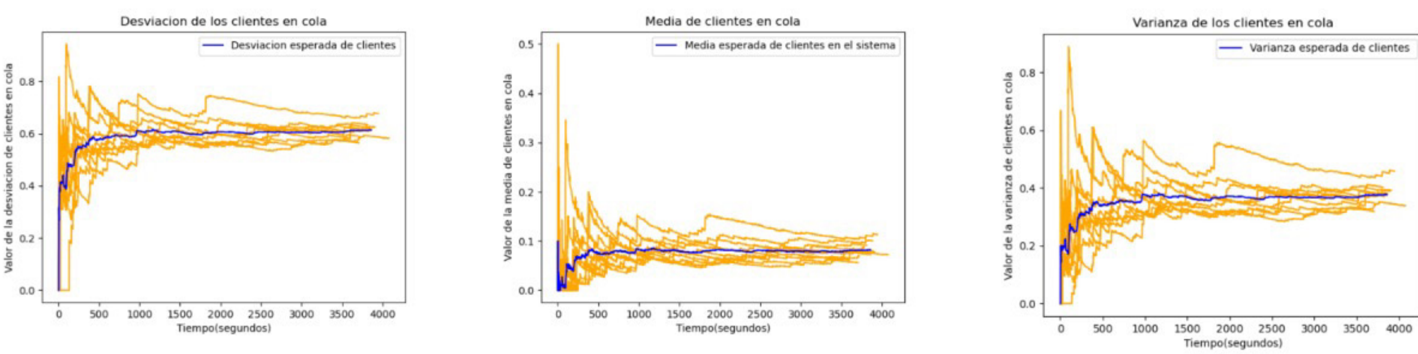



Figura 3: Numero promedio de clientes en cola caso 1

La media de clientes en cola se estabiliza alrededor de 0.8, la varianza alrededor de 0.4 y la desviación alrededor de 0.6. La media nos permite inferir que la cantidad promedio de clientes en el cola sera de aproximadamente un valor muy cercano a 0.0833, es decir ,un numero de clientes en cola muy bajo.

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 0.08232 | 0.088 | 0.0833 |

Cuadro 2: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

#### 8.1.3. Tiempo promedio de clientes en el sistema

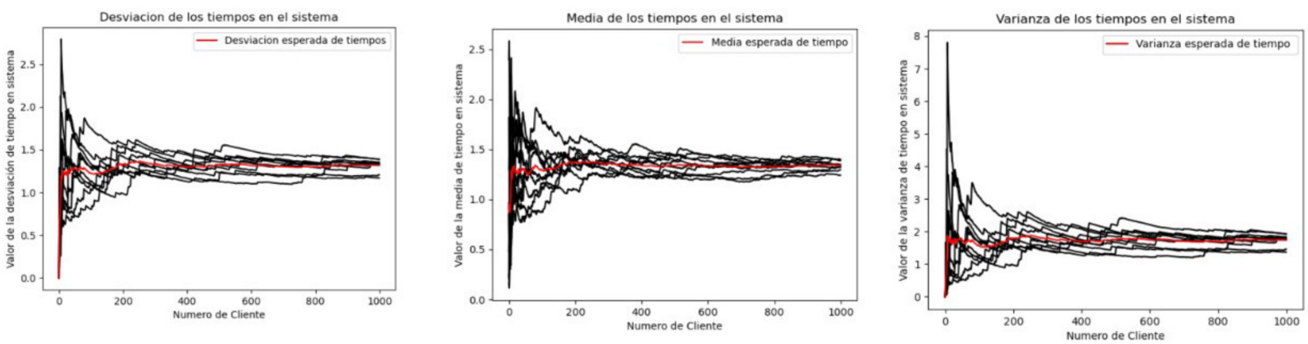



Figura 4: Tiempo promedio de clientes en el sistema caso 1

En las gráficas obtenidas se puede observar que el tiempo medio de clientes en el sistema se estabiliza alrededor de 1.3333, la varianza alrededor de 1.8 y la desviación alrededor de 1.25. La media nos permite inferir que la cantidad de tiempo promedio que pasan los clientes en el sistema sera de aproximadamente un valor muy cercano a 1.3333, es decir ,el tiempo de clientes en el sistemas mas alto de todos los casos

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 1.3132 | 1.388 | 1.333333333 |

Cuadro 3: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

#### 8.1.4. Tiempo promedio de clientes en cola

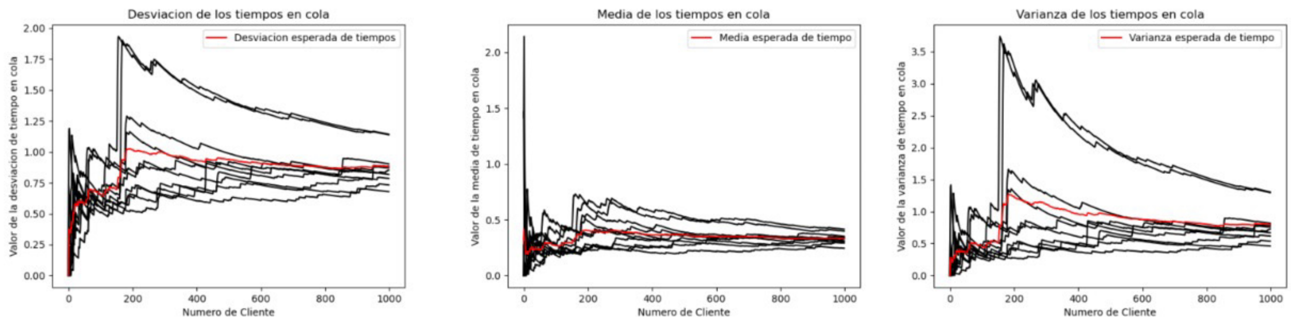



Figura 5: Tiempo promedio de cola en el sistema caso 1

El tiempo medio de clientes en cola se estabiliza alrededor de 0.33333, la varianza alrededor de 0.75 y la desviación alrededor de 1. La media nos permite inferir que la cantidad de tiempo promedio que pasan los clientes en cola sera de un valor muy cercano a 1.3333.

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 0.3232 | 0.352 | 0.33333333 |

Cuadro 4: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

#### 8.1.5. Utilización del servidor

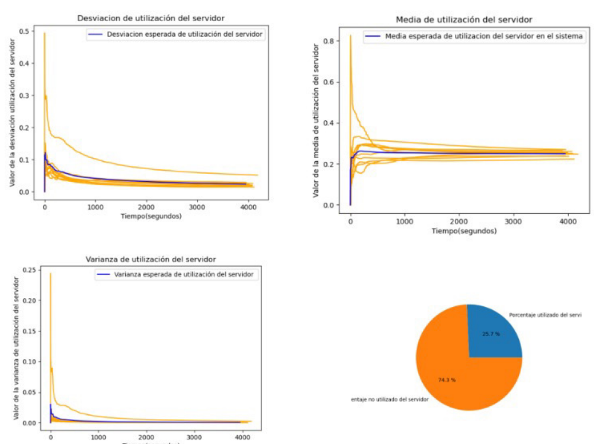



Figura 6: Utilización del servidor caso 1

En las gráficas obtenidas se puede observar que la utilización del servidor ronda alrededor de 0.25, la varianza alrededor de 0.01 y la desviación alrededor de 0.05. La media nos permite inferir que el porcentaje del servidor utilizado sera de un 25 porciento..

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 0.2498 | 0.258 | 0.25 |

Cuadro 5: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

#### 8.1.6. Probabilidad de que haya n clientes en el sistema (n=1)

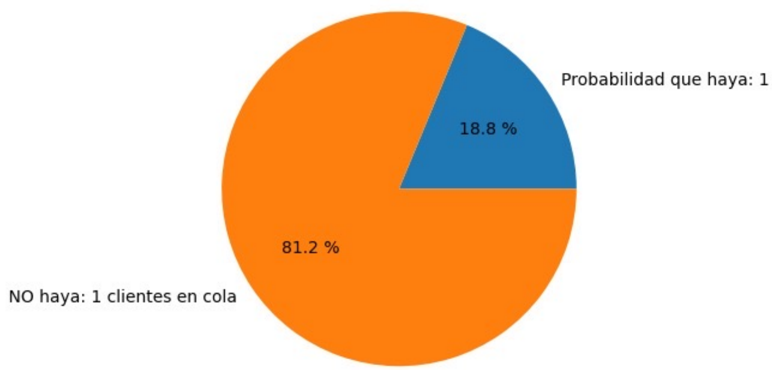



Figura 7: Probabilidad de que se encuentre 1 cliente en cola caso 1

En el gráfico de torta se puede visualizar que la probabilidad de que 1 cliente se encuentre en el sistema, calculado de manera de teórica 0.1875, en los valores de Python es aproximadamente de 0.1889

## 8.2. Caso de estudio 2: Tasa de servicio = 1 ,Tasa de arribo = 0.5 y numero de clientes que son atendidos en el servidor=1000

En el segundo caso, la media de arribo de clientes es 2 y la media de servicio es igual a 1. El sistema no se saturara, la duración total de la simulación sera de aproximadamente 2000 segundos y a su vez las medidas de rendimientos obtenidas serán de ciertas manera aceptables.

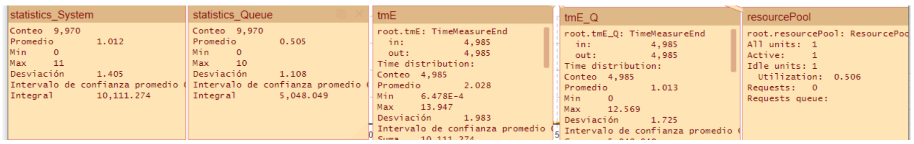



Figura 8: Medidas de rendimiento obtenidas del caso 2 en Anylogic

Los valores de las medidas de rendimiento obtenidos por Anylogic son los siguientes:

- Ls=1.012
- Lq=0.505
- Ws= 2.028
- Wq= 1.013
- p= 0.506

### 8.2.1. Numero promedio de clientes en el sistema

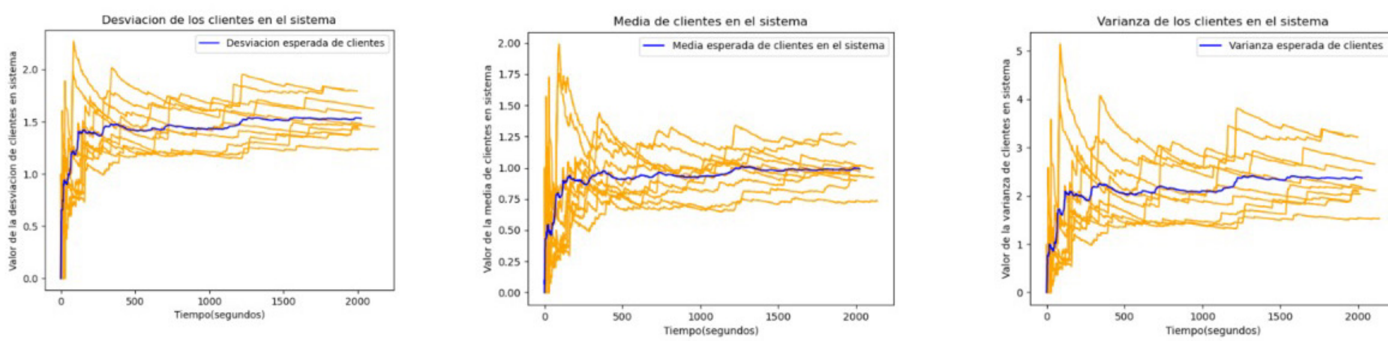



Figura 9: Numero promedio de clientes en el sistema caso 2

La media de clientes en el sistema se estabiliza alrededor de 1, la varianza alrededor de 2.36 y la desviación alrededor de 1.49. La media nos permite inferir que la cantidad promedio de clientes en el sistema sera de aproximadamente un valor muy cercano a 1, es decir ,un numero de clientes bajo.

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 0.9823 | 1.012 | 1 |

Cuadro 6: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

#### 8.2.2. Numero promedio de clientes en cola

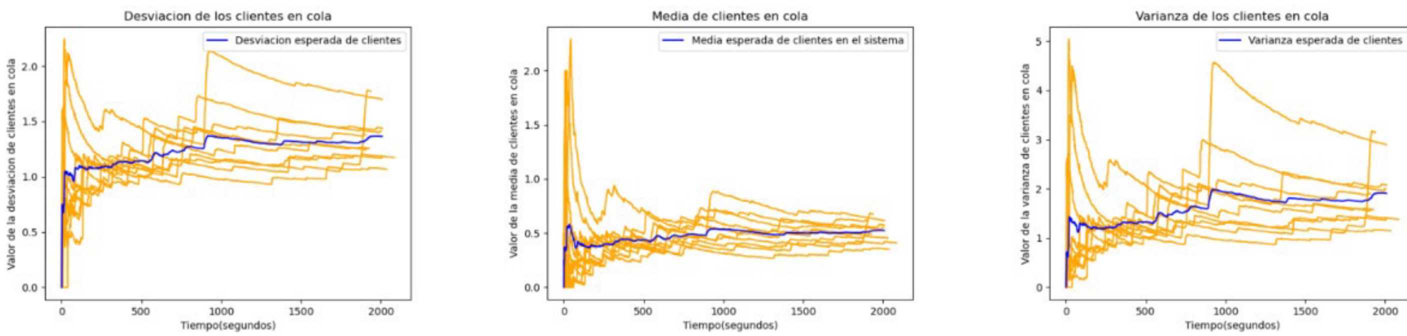



Figura 10: Numero promedio de clientes en cola caso 2

En las gráficas obtenidas se puede observar que la media de clientes en cola se estabiliza alrededor de 0.5, la varianza alrededor de 1.8 y la desviación alrededor de 1.47. La media nos permite inferir que la cantidad promedio de clientes en el cola sera de aproximadamente un valor muy cercano a 0.5, es decir ,un numero de clientes en cola muy bajo.

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 0.489 | 0.505 | 0.5 |

Cuadro 7: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

#### 8.2.3. Tiempo promedio de clientes en el sistema

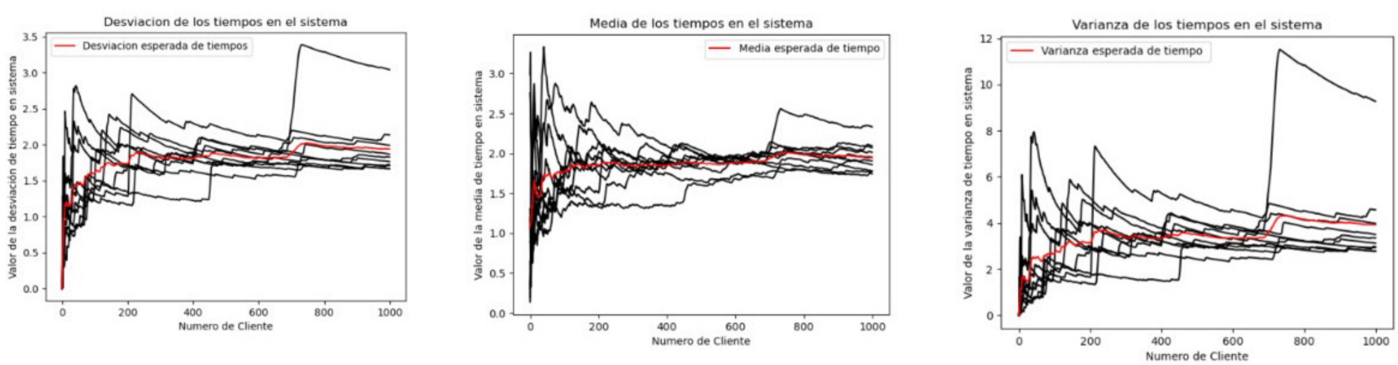



Figura 11: Tiempo promedio de clientes en el sistema caso 2

El tiempo medio de clientes en el sistema se estabiliza alrededor de 1.988, la varianza alrededor de 3.977 y la desviación alrededor de 1.8. La media nos permite inferir que la cantidad de tiempo promedio que pasan los clientes en el sistema sera de aproximadamente un valor muy cercano a 2, es decir ,el tiempo de clientes en el sistemas mas alto de todos los casos

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 1.988 | 2.028 | 2 |

Cuadro 8: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

#### 8.2.4. Tiempo promedio de clientes en cola

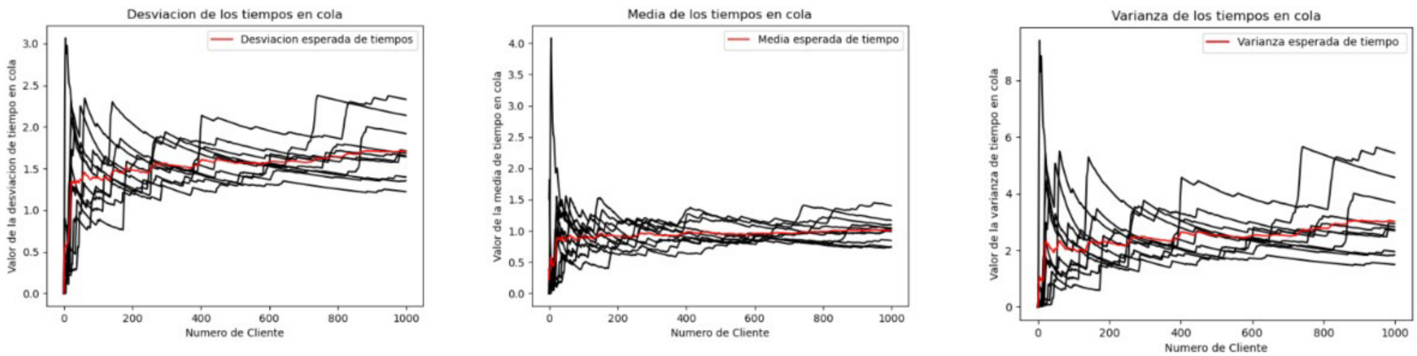



Figura 12: Tiempo promedio de clientes en cola caso 2

En las gráficas obtenidas se puede observar que el tiempo medio de clientes en cola se estabiliza alrededor de 1.008, la varianza alrededor de 2.358 y la desviación alrededor de 1.653. La media nos permite inferir que la cantidad de tiempo promedio que pasan los clientes en cola sera de un valor muy cercano a 1.

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 1.008 | 1.013 | 1 |

Cuadro 9: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

### 8.2.5. Utilización del servidor

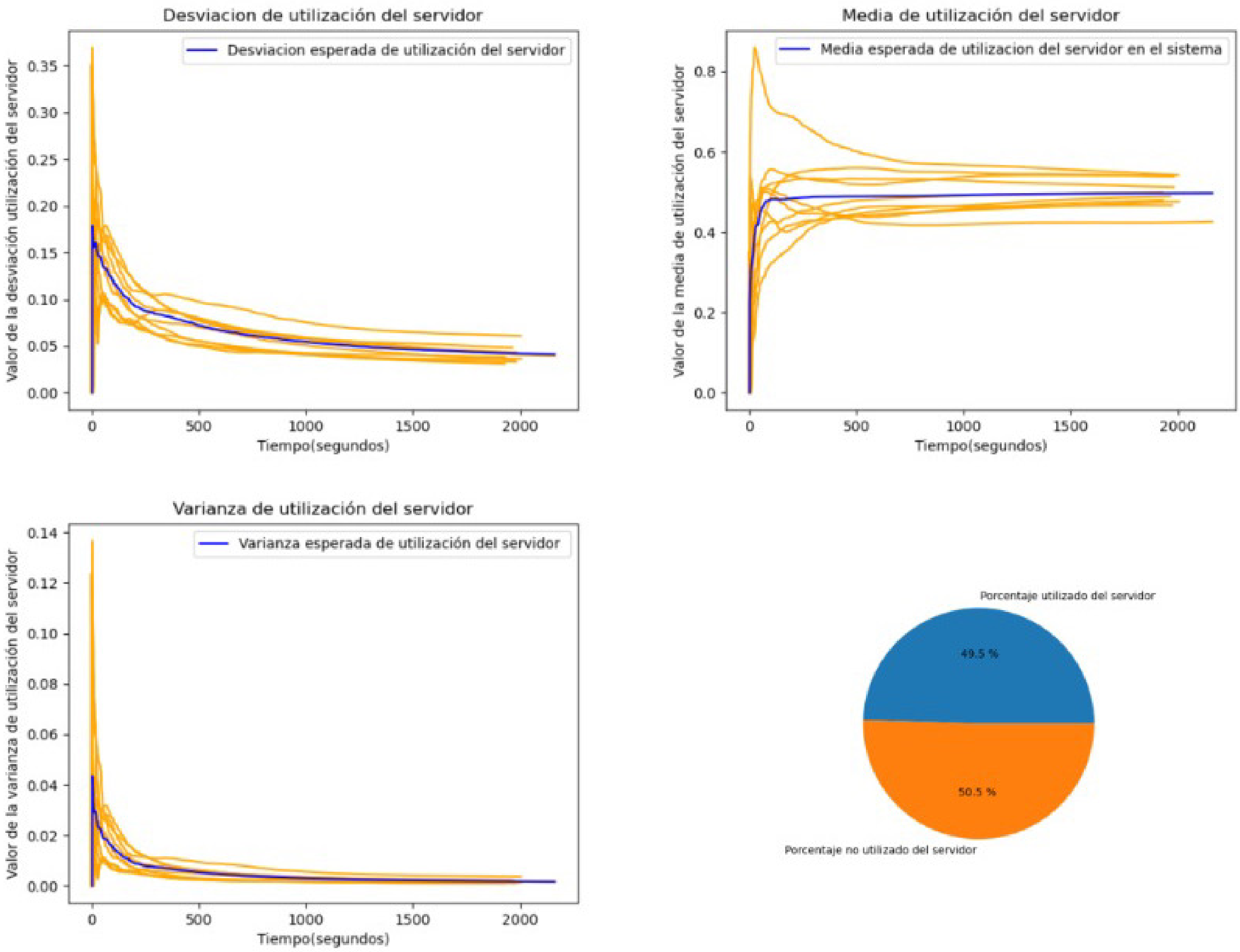



Figura 13: Utilización del servidor caso 2

En las gráficas obtenidas se puede observar que la utilización del servidor ronda alrededor de 0.5, la varianza alrededor de 0.01 y la desviación alrededor de 0.05. La media nos permite inferir que el porcentaje del servidor utilizado sera de un 50 porciento..

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 0.497 | 0.506 | 0.5 |

Cuadro 10: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

#### 8.2.6. Probabilidad de que haya n clientes en el sistema (n=1)

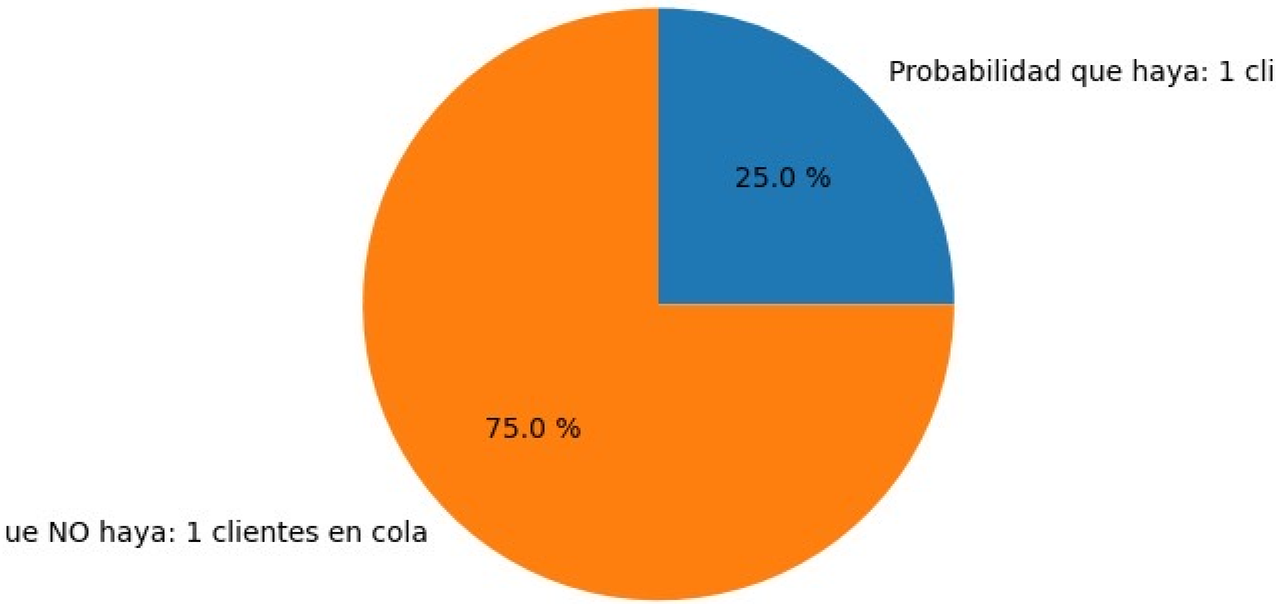



Figura 14: Probabilidad que se encuentre 1 cliente en cola caso 2

En el gráfico de torta se puede visualizar que la probabilidad de que 1 cliente se encuentre en el sistema, calculado de manera de teórica 0.25, en los valores de Python es aproximadamente de 0.2492

### 8.3. Caso de estudio 3: Tasa de servicio = 1 ,Tasa de arribo = 0.75 y numero de clientes que son atendidos en el servidor=1000

En el tercer caso, la media de arribo de clientes es 1.333333 y la media de servicio es igual a 1. El sistema no se saturara,la duración total de la simulación sera de aproximadamente 1300 segundos y a su vez las medidas de rendimientos obtenidas serán un poco aceptables.

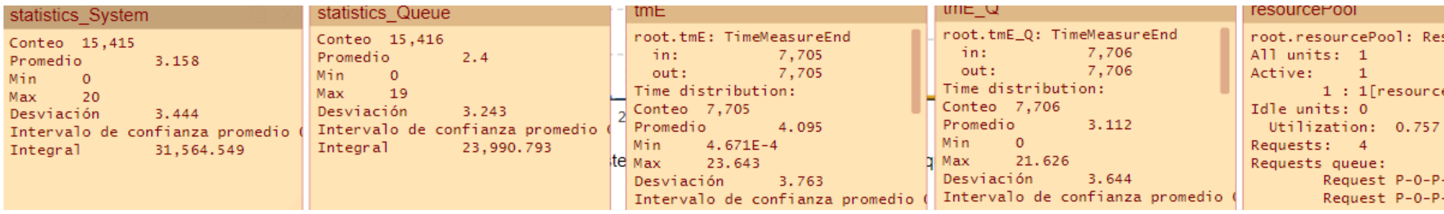



Figura 15: Medidas de rendimiento obtenidas del caso 3 en Anylogic

Los valores de las medidas de rendimiento obtenidos por Anylogic son los siguientes:

- Ls= 3.158
- Lq= 2.4
- Ws= 4.095
- Wq= 3.112
- p= 0.757

#### 8.3.1. Numero promedio de clientes en el sistema

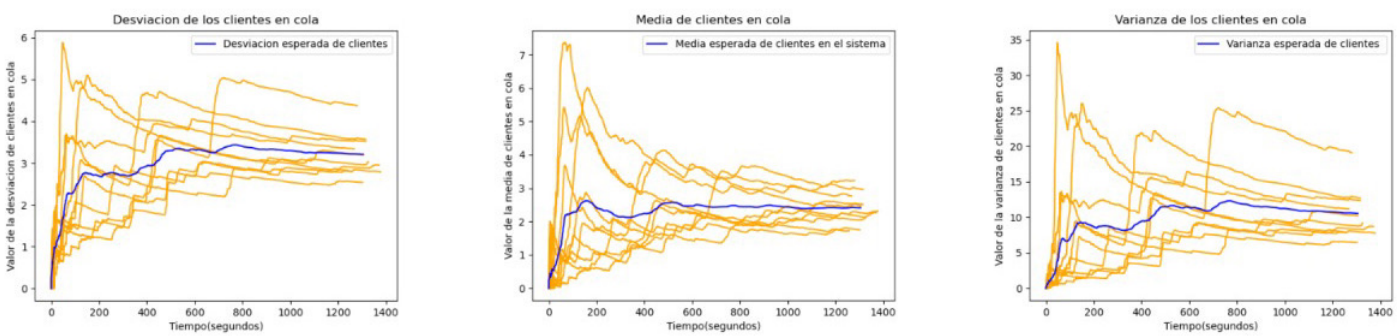



Figura 16: Numero promedio de clientes en el sistema caso 3

En las graficas obtenidas se puede observar que la media de clientes en el sistema se estabiliza alrededor de 3 la varianza alrededor de 18 y la desviación alrededor de 3.5. La media nos permite inferir que la cantidad promedio de clientes en el sistema sera de aproximadamente un valor muy cercano a 3 , es decir ,un numero de clientes en el sistema muy bajo.

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teórico calculado |
|---|---|---|
| 3.0598 | 3.158 | 3 |

Cuadro 11: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

### 8.3.2. Numero promedio de clientes en cola

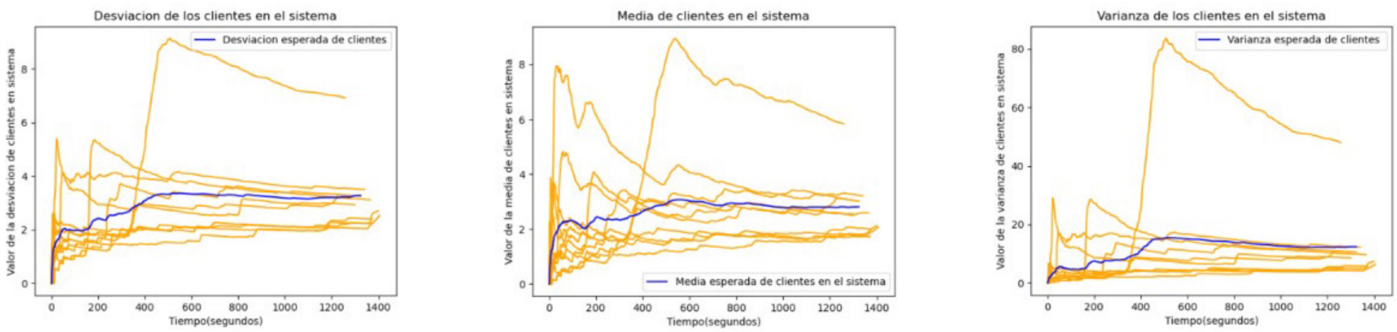



Figura 17: Numero promedio de clientes en cola caso 3

La media de clientes en cola se estabiliza alrededor de 2.25, la varianza alrededor de 10 y la desviación alrededor de 3. La media nos permite inferir que la cantidad promedio de clientes en el cola sera de aproximadamente un valor muy cercano a 2.25, es decir ,un numero de clientes en cola muy bajo.

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 2.2324 | 2. | 2.25 |

Cuadro 12: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

### 8.3.3. Tiempo promedio de clientes en el sistema

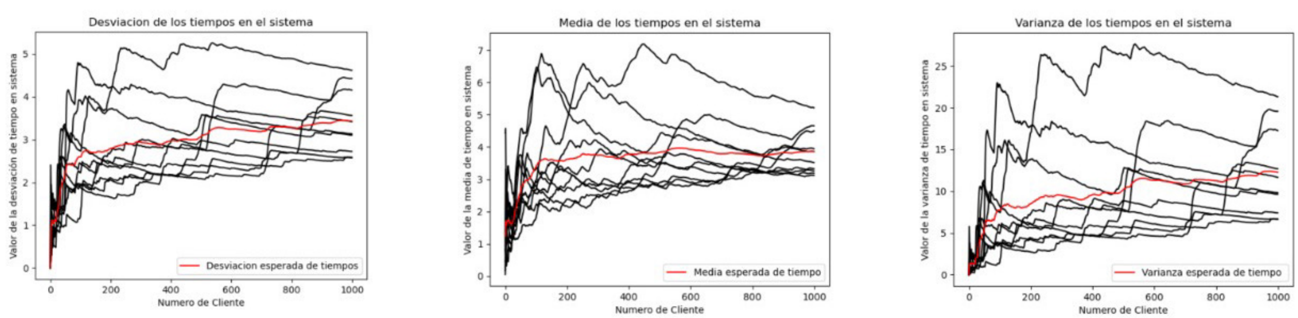



Figura 18: Tiempo promedio de clientes en el sistema caso 3

En las gráficas obtenidas se puede observar que el tiempo medio de clientes en el sistema se estabiliza alrededor de 4, la varianza alrededor de 10 y la desviación alrededor de 3.15. La media nos permite inferir que la cantidad de tiempo promedio que pasan los clientes en el sistema sera de aproximadamente un valor muy cercano a 1.3333, es decir ,el tiempo de clientes en el sistemas mas alto de todos los casos

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 3.9803 | 4.095 | 4 |

Cuadro 13: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

#### 8.3.4. Tiempo promedio de clientes en cola

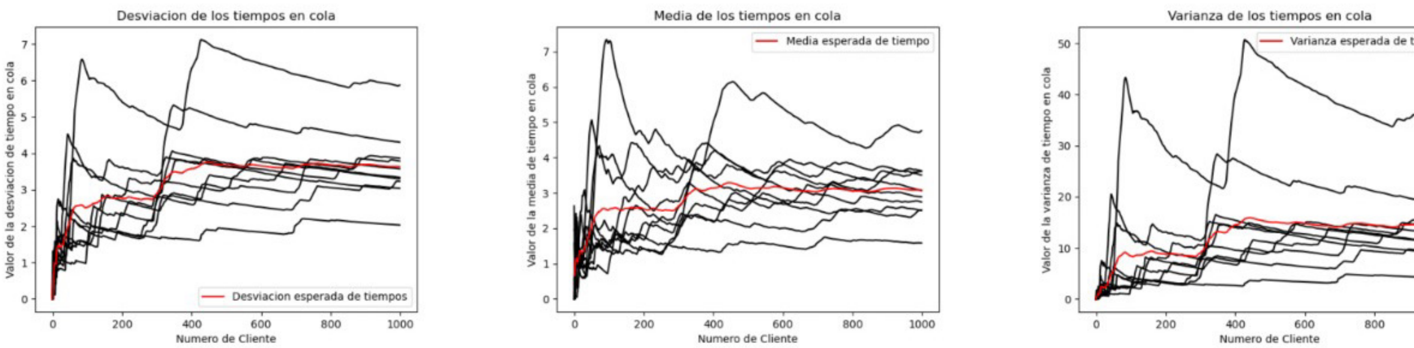



Figura 19: Tiempo promedio de clientes en cola caso 3

En las gráficas obtenidas se puede observar que el tiempo medio de clientes en cola se estabiliza alrededor de 3, la varianza alrededor de 14 y la desviación alrededor de 3.7. La media nos permite inferir que la cantidad de tiempo promedio que pasan los clientes en cola sera de un valor muy cercano a 3.

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 3.015 | 3.112 | 3 |

Cuadro 14: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

### 8.3.5. Utilización del servidor

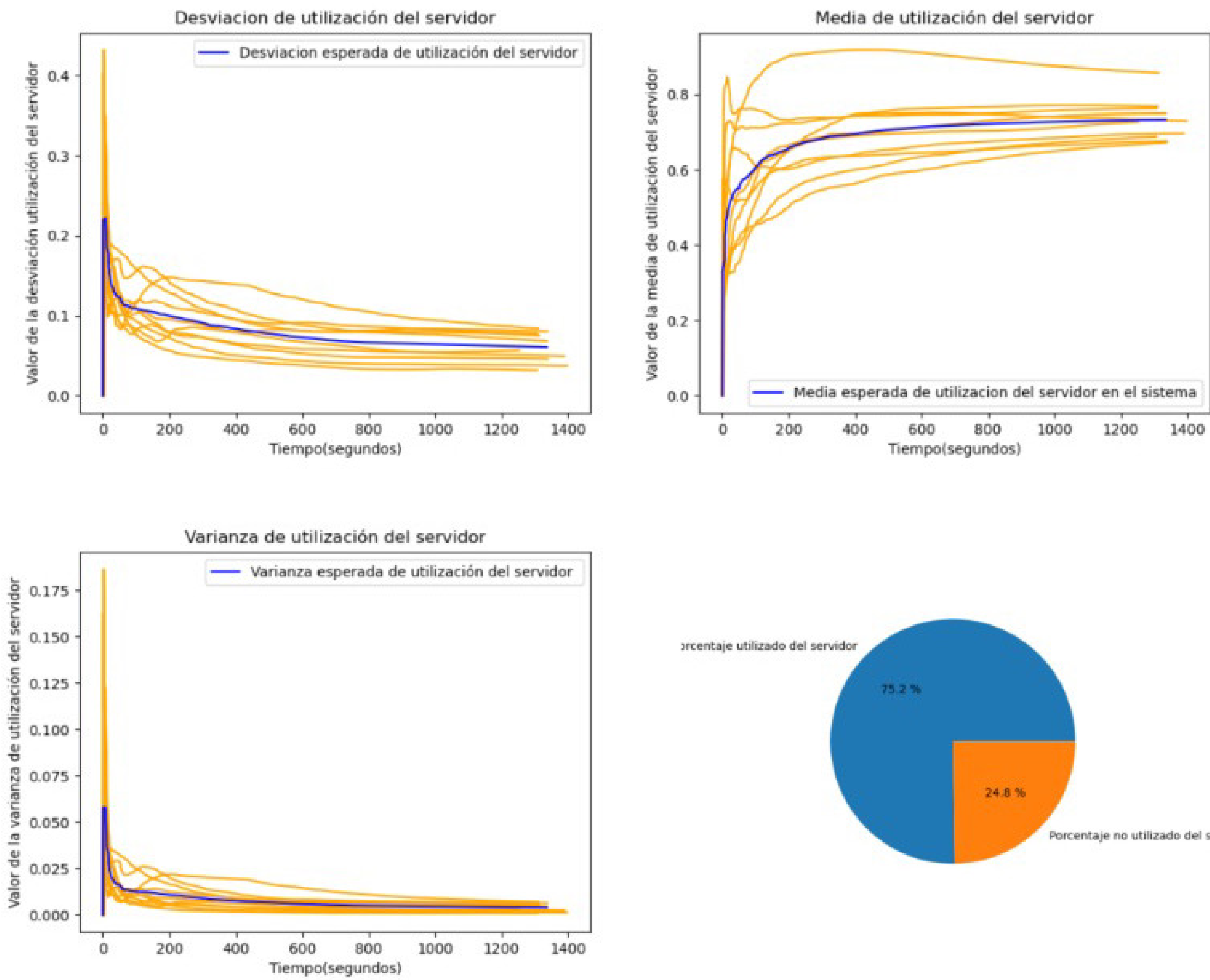



Figura 20: Utilización del servidor caso 3

La utilización del servidor ronda alrededor de 0.75, la varianza alrededor de 0.01 y la desviación alrededor de 0.098. La media nos permite inferir que el porcentaje del servidor utilizado sera de un 75 porciento..

| Valor observado en Python | Valor observado en Anylogic | Valor teorico calculado |
|---|---|---|
| 0.740 | 0.757 | 0.75 |

Cuadro 15: Tabla con los valores observados en Python, Anylogic y Calculado por formulas

#### 8.3.6. Probabilidad de que haya n clientes en el sistema (n=1)

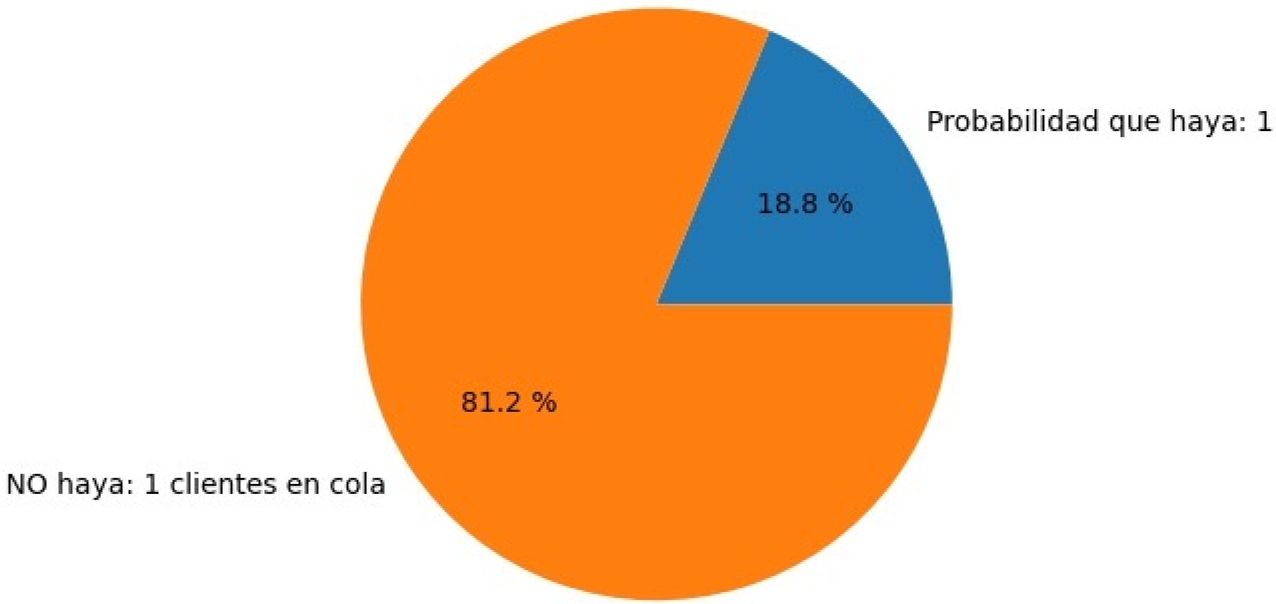



Figura 21: Probabilidad de que se encuentre 1 cliente en cola caso 3

En el gráfico de torta se puede visualizar que la probabilidad de que 1 cliente se encuentre en el sistema, calculado de manera de teórica 0.1875, en los valores de Python es aproximadamente de 0.1889

### 8.4. Caso de estudio 4: Tasa de servicio = 1 ,Tasa de arribo = 1 y numero de clientes que son atendidos en el servidor=1000

En el cuarto caso, la media de arribo de clientes es 1 y la media de servicio es igual a 1. El sistema se saturara,la duración total de la simulación sera de aproximadamente 1000 segundos y a su vez las medidas de rendimientos obtenidas no se podrán calcular de manera teórica.

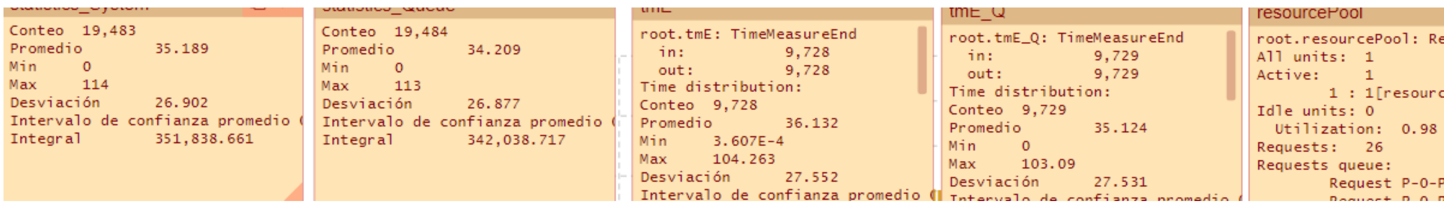



Figura 22: Medidas de rendimiento obtenidas del caso 4 en Anylogic

Los valores de las medidas de rendimiento obtenidos por Anylogic son los siguientes:

- Ls= 35.198
- Lq= 34.209
- Ws= 36.132
- Wq= 35.124
- p= 0.98

#### 8.4.1. Numero promedio de clientes en el sistema

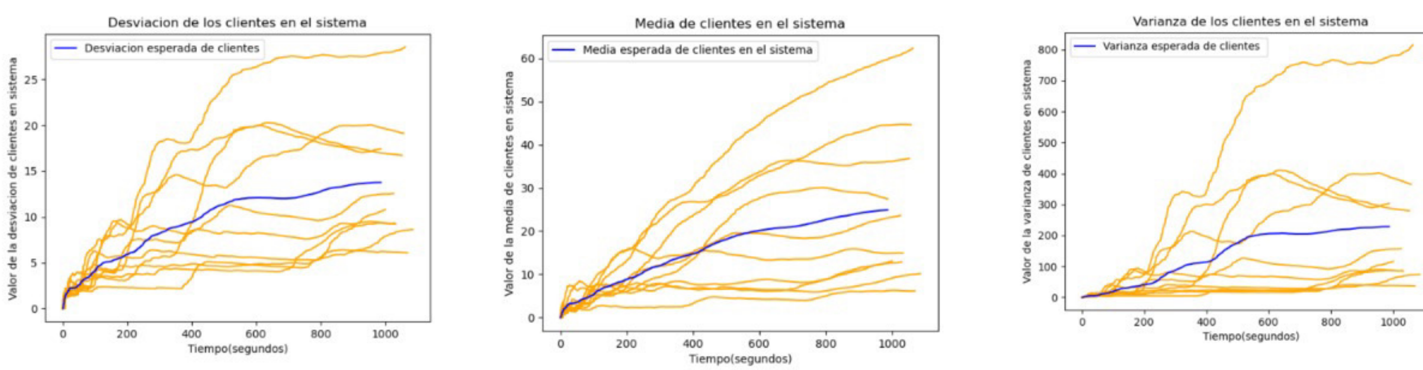



Figura 23: Numero promedio de clientes en el sistema caso 4

En las gráficas obtenidas se puede observar que la media de clientes en el sistema nunca se estabiliza .La media de clientes en el sistema no se puede calcular de manera teórica, sin embargo mediante simulaciones acotadas a cierta cantidad de clientes, podemos obtener resultados. Sin embargo si no hubiese limite de clientes, estas podrían incrementarse hasta el infinito.

### 8.4.2. Numero promedio de clientes en cola

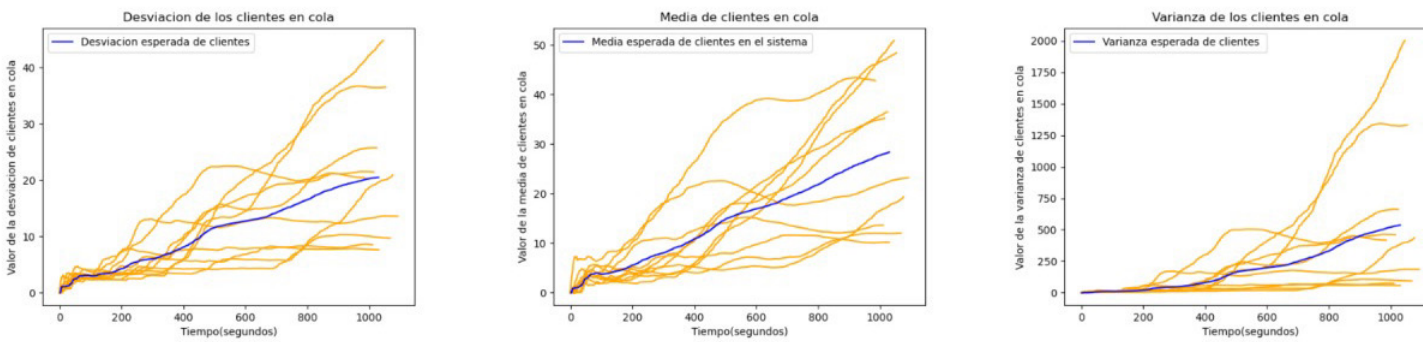



Figura 24: Numero promedio de clientes en cola caso 4

En las gráficas obtenidas se puede observar que la media de clientes en cola nunca se estabiliza .La media de clientes en cola no se puede calcular de manera teórica, sin embargo mediante simulaciones acotadas a cierta cantidad de clientes, podemos obtener resultados. Sin embargo si no hubiese limite de clientes, estas podrían incrementarse hasta el infinito.

### 8.4.3. Tiempo promedio de clientes en el sistema

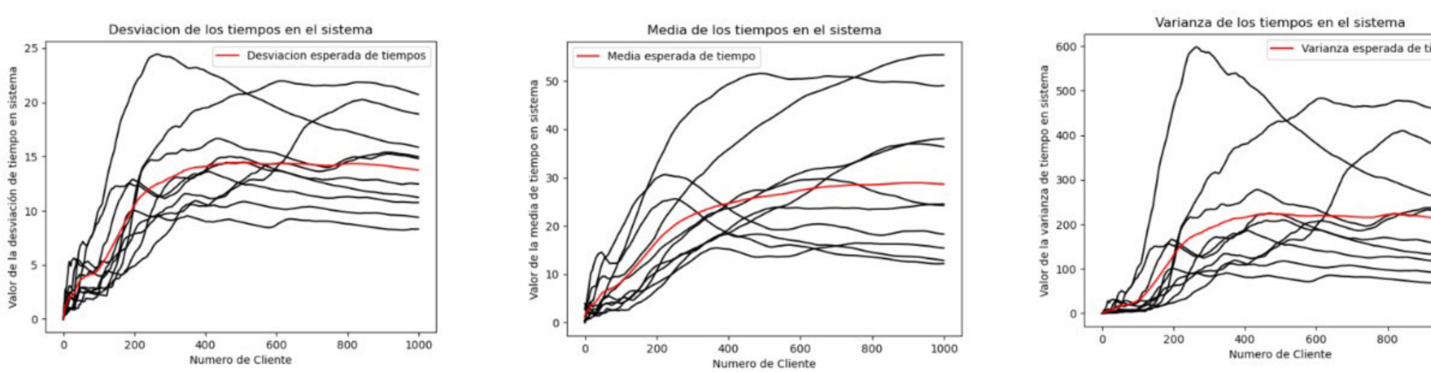



Figura 25: Tiempo promedio de clientes en el sistema caso 4

En las gráficas obtenidas se puede observar que la media de tiempos en el sistema nunca se estabiliza .Los tiempos promedios en el sistema no se puede calcular de manera teórica, sin embargo mediante simulaciones acotadas a cierta cantidad de clientes, podemos obtener resultados. Sin embargo si no hubiese limite de clientes, estas podrían incrementarse hasta el infinito.

#### 8.4.4. Tiempo promedio de clientes en cola

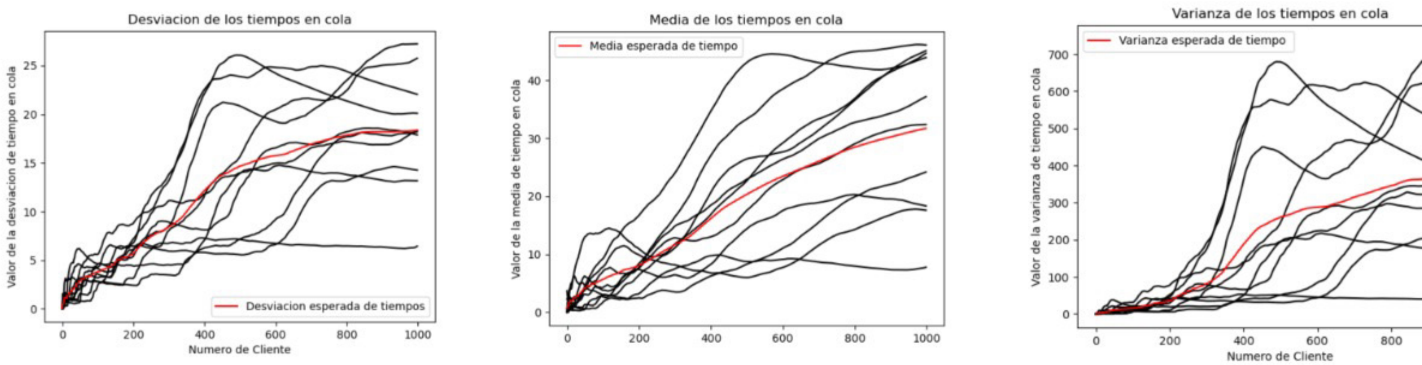



Figura 26: Tiempo promedio de clientes en el sistema caso 4

En las gráficas obtenidas se puede observar que la media de tiempos en cola nunca se estabiliza .Los tiempos promedios en cola no se pueden calcular de manera teórica, sin embargo mediante simulaciones acotadas a cierta cantidad de clientes, podemos obtener resultados. Sin embargo si no hubiese limite de clientes, estas podrían incrementarse hasta el infinito.

#### 8.4.5. Utilización del servidor

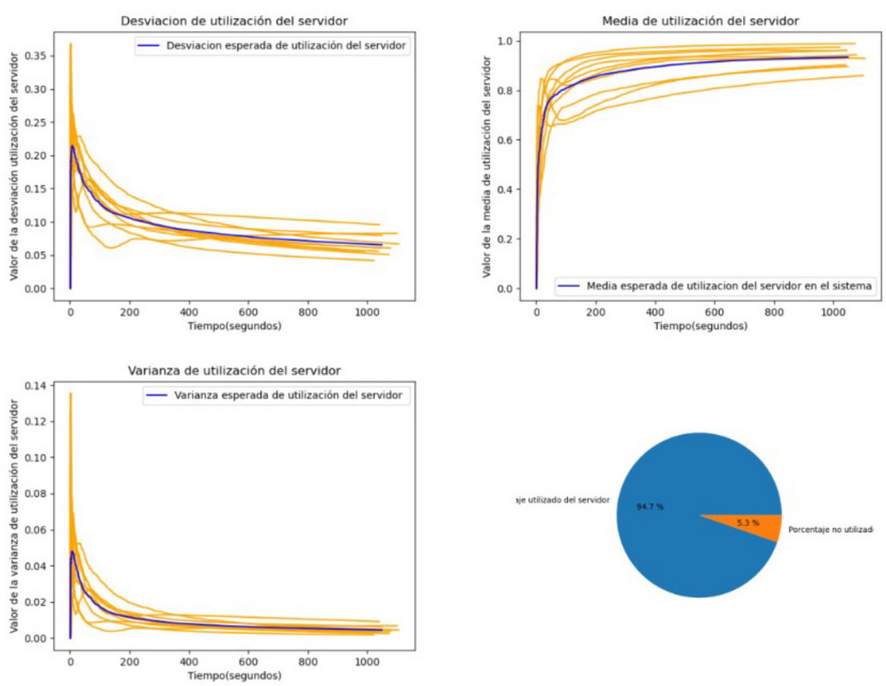



Figura 27: Utilización del servidor caso 4

La utilización del servidor es del 100 por ciento en los casos simulados. De manera teórica esto no se puede calcular, pero de manera simulada la utilización del servidor es absolutamente completa.

#### 8.4.6. Probabilidad de que haya n clientes en el sistema (n=1)

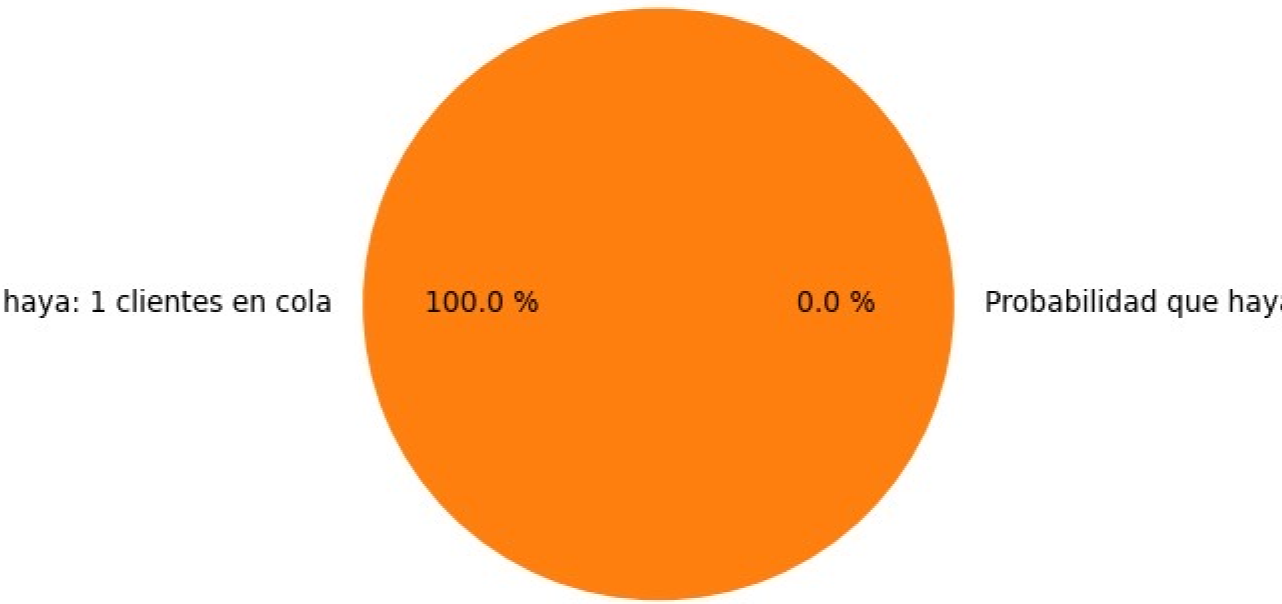



Figura 28: Probabilidad de que se encuentre 1 cliente en cola caso 4

La probabilidad de que se encuentre un cliente en el sistema es de 0 en los casos simulados.De manera teórica esto brinda una probabilidad de 0, debido a que la cola se ira incrementando siempre ,por lo tanto sera imposible que haya 1 cliente solo en el propio sistema.

### 8.5. Caso de estudio 5: Tasa de servicio = 1 ,Tasa de arribo = 1.25 y numero de clientes que son atendidos en el servidor=1000

En el quinto caso, la media de arribo de clientes es 0.8 y la media de servicio es igual a 1. El sistema se saturara,la duración total de la simulación sera de aproximadamente menor a 1000 segundos y a su vez las medidas de rendimientos obtenidas no se podrán calcular de manera teórica.

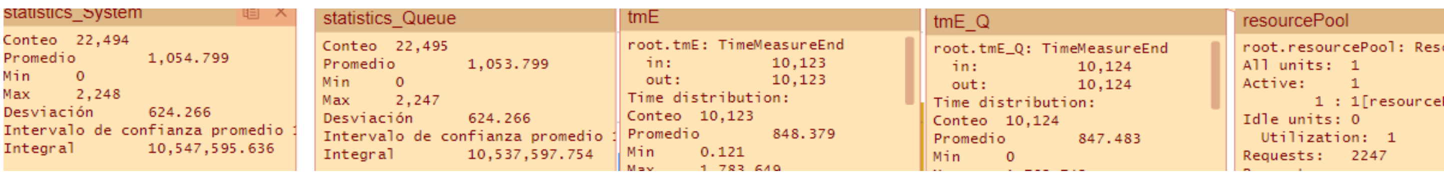



Figura 29: Medidas de rendimiento obtenidas del caso 5 en Anylogic

Los valores de las medidas de rendimiento obtenidos por Anylogic son los siguientes:

- Ls= 1,054.799
- Lq=1,053.799
- Ws= 848.379
- Wq= 847.483
- p= 1

#### 8.5.1. Numero promedio de clientes en el sistema

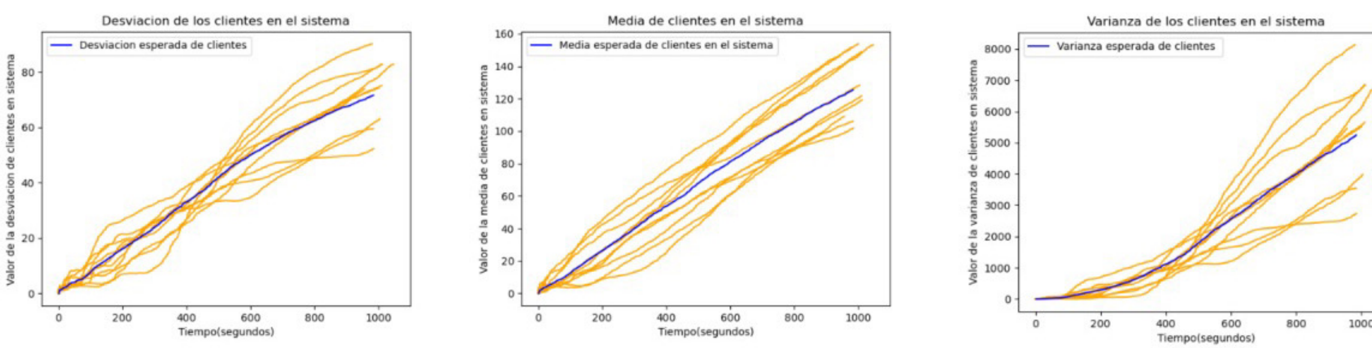



Figura 30: Numero promedio de clientes en el sistema caso 5

En las gráficas obtenidas se puede observar que la media de clientes en el sistema nunca se estabiliza .La media de clientes en el sistema no se puede calcular de manera teórica, sin embargo mediante simulaciones acotadas a cierta cantidad de clientes, podemos obtener resultados. Sin embargo si no hubiese limite de clientes, estas podrían incrementarse hasta el infinito.

### 8.5.2. Numero promedio de clientes en cola

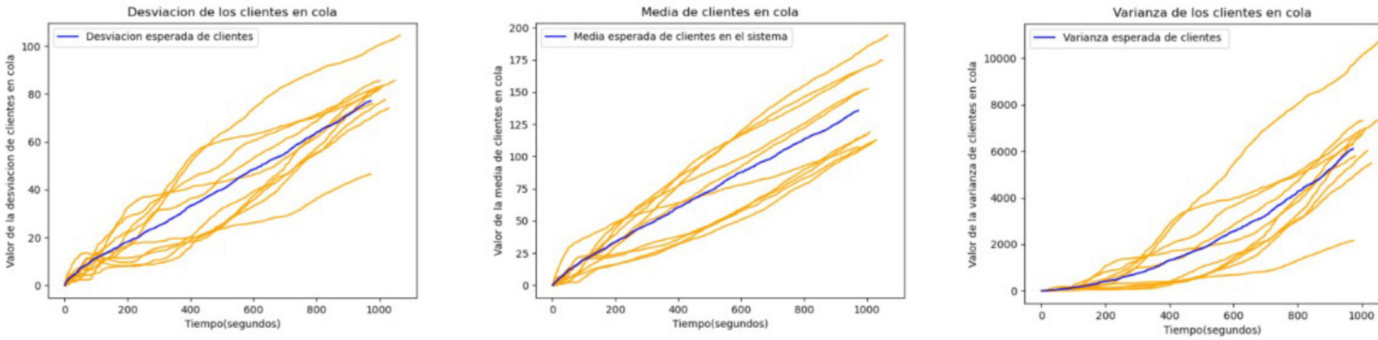



Figura 31: Numero promedio de clientes en cola caso 5

En las gráficas obtenidas se puede observar que la media de clientes en cola nunca se estabiliza .La media de clientes en cola no se puede calcular de manera teórica, sin embargo mediante simulaciones acotadas a cierta cantidad de clientes, podemos obtener resultados. Sin embargo si no hubiese limite de clientes, estas podrían incrementarse hasta el infinito.

### 8.5.3. Tiempo promedio de clientes en el sistema

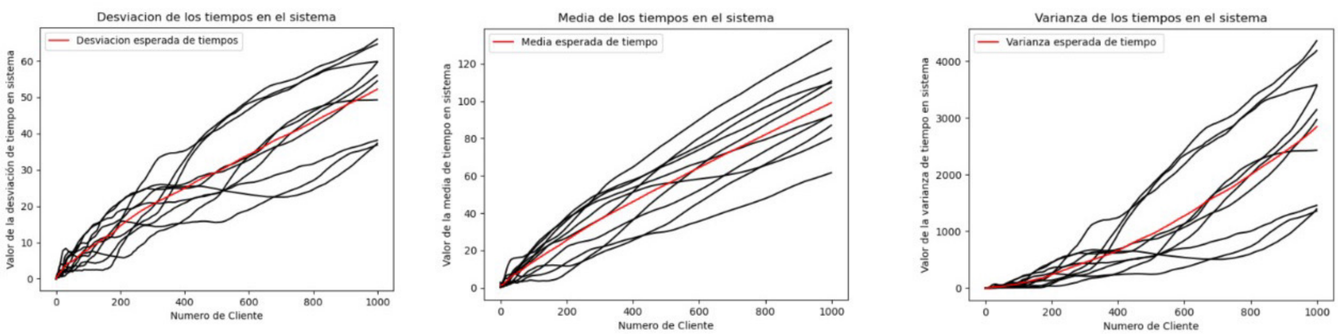



Figura 32: Tiempo promedio de clientes en el sistema caso 5

En las gráficas obtenidas se puede observar que la media de tiempos en el sistema nunca se estabiliza .Los tiempos promedios en el sistema no se puede calcular de manera teórica, sin embargo mediante simulaciones acotadas a cierta cantidad de clientes, podemos obtener resultados. Sin embargo si no hubiese limite de clientes, estas podrían incrementarse hasta el infinito.

### 8.5.4. Tiempo promedio de clientes en cola

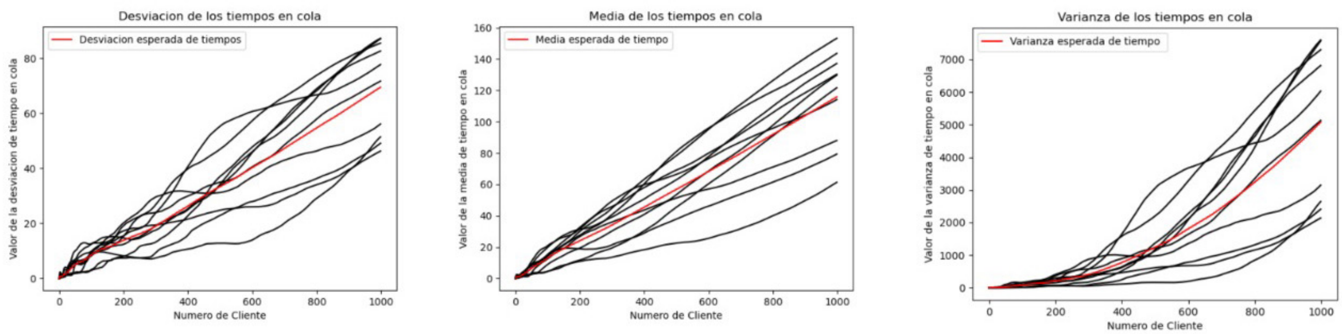



Figura 33: Tiempo promedio de clientes en cola caso 5

En las gráficas obtenidas se puede observar que la media de tiempos en cola nunca se estabiliza .Los tiempos promedios en cola no se pueden calcular de manera teórica, sin embargo mediante simulaciones acotadas a cierta cantidad de clientes, podemos obtener resultados. Sin embargo si no hubiese limite de clientes, estas podrían incrementarse hasta el infinito.

### 8.5.5. Utilización del servidor

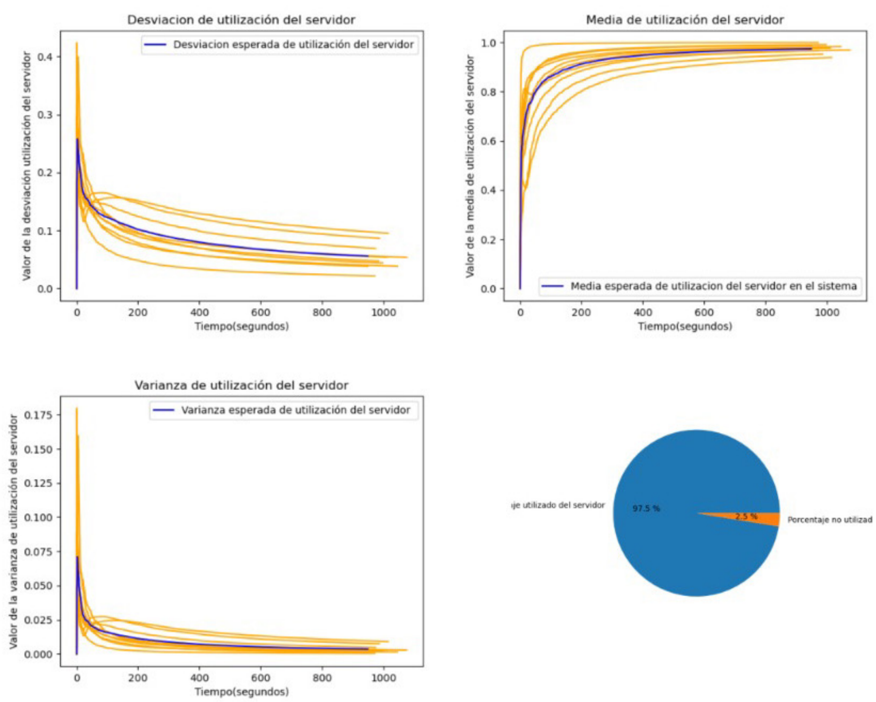



Figura 34: Utilización del servidor caso 5

La utilización del servidor es del 100 por ciento en los casos simulados. De manera teórica esto no se puede calcular, pero de manera simulada la utilización del servidor es absolutamente completa.

#### 8.5.6. Probabilidad de que haya n clientes en el sistema (n=1)

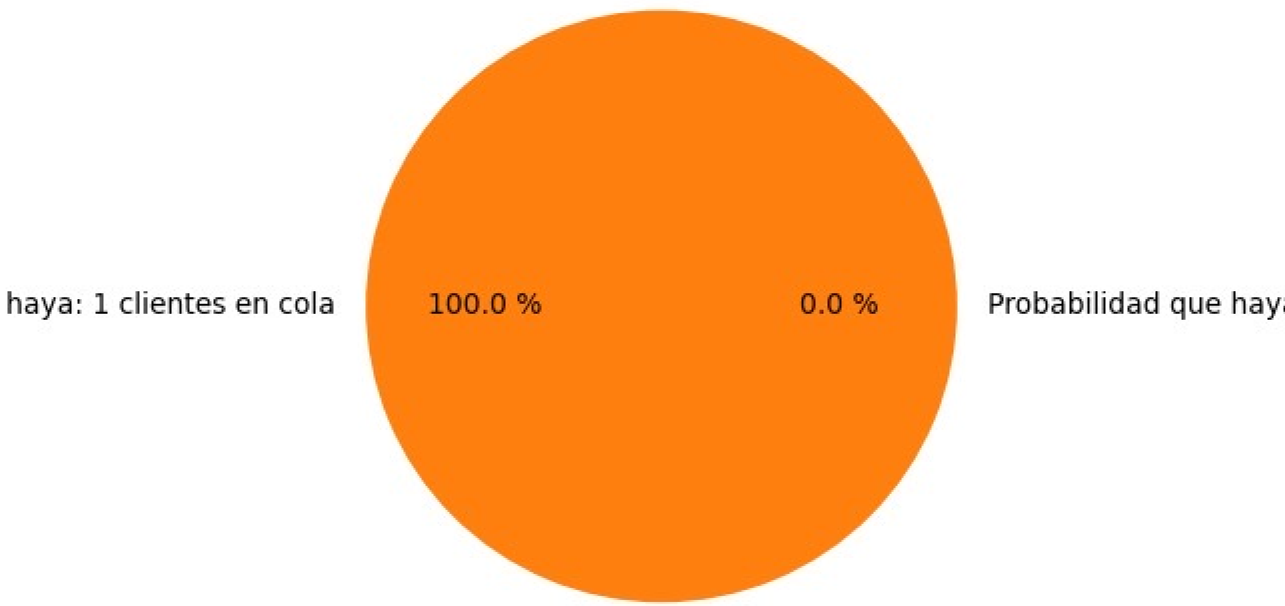



Figura 35: Probabilidad de que se encuentre 1 cliente en cola caso 5

La probabilidad de que se encuentre un cliente en el sistema es de 1 en los casos simulados.De manera teórica esto brinda una probabilidad de 1, esto se debe a que al saturarse la cola, los clientes en cola no disminuiran, provocando que la probabilidad que exista solo 1 cliente en el sistema es de 0.

## 9. Probabilidad de denegación de servicio

Cuando se posee una determinada capacidad de un sistema de colas(refiriéndonos a la cantidad máxima de clientes que pueden existir en cola) en la mayoria de los casos, habra personas que no puedan ingresar a la cola debido a que en ese determinado momento no existe mas espacio.En esta sección analizaremos la probabilidad de denegación de servicio para una cola M|M|1, comparando los casos 1 y 3 con un K( capacidad de la cola) de 0,2,5,10,50.

### 9.1. Capacidad de la cola de 0

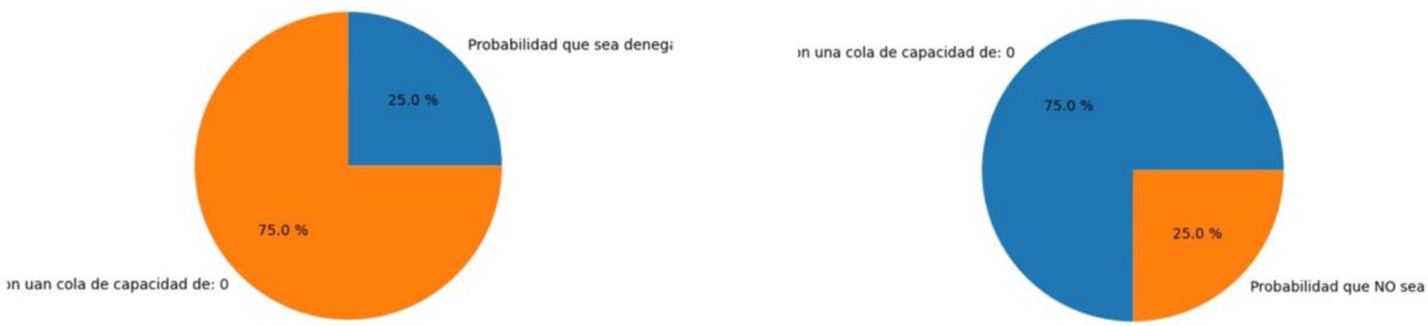



Figura 36: Probabilidad de que un cliente sea denegado con maximo de cola=0, tasas de arribo 0.25 y 0.75

Se puede visualizar que la probabilidad de que un cliente sea denegado cuando la tasa de arribo es de 0.75 es de 0.75, mientras que cuando la tasa de arribo es de 0.25 la probabilidad de que un cliente sea denegado es de 0.25. En ambos casos la tasa de servicio es de 1.

### 9.2. Capacidad de la cola de 2


Figura 37: Probabilidad de que un cliente sea denegado con maximo de cola=2, tasas de arribo 0.25 y 0.75

Las gráficas muestran que en el caso de que la tasa de arribo es de 0.75 la probabilidad de que un cliente sea denegado el servicio es de 0.1882, mientras que cuando la tasa de arribo es de 0.25 la probabilidad de que un cliente sea denegado es de 0.012. La tasa de servicios es de 1

### 9.3. Capacidad de la cola de 5

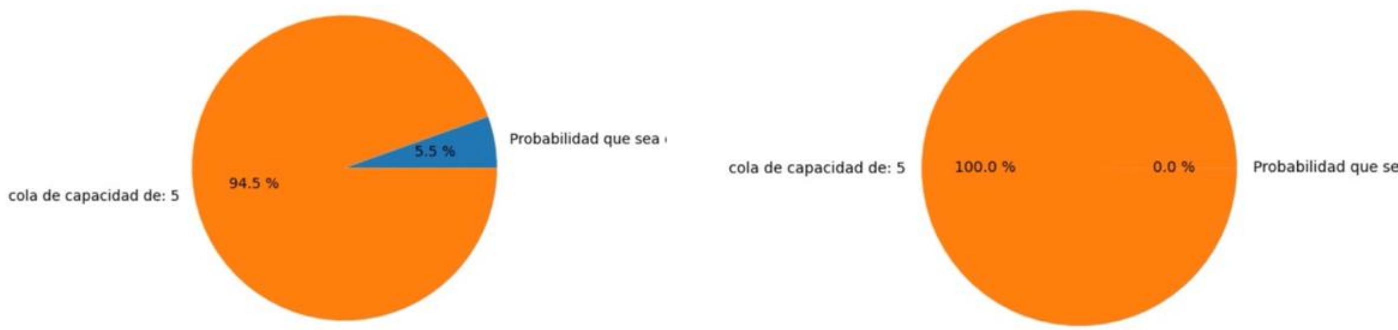



Figura 38: Probabilidad de que un cliente sea denegado con maximo de cola=5, tasas de arribo 0.75 y 0.25

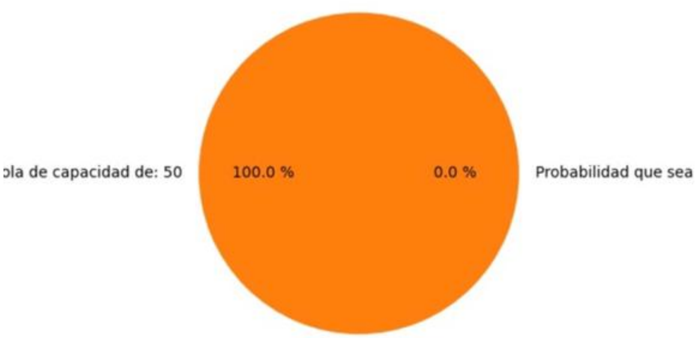
Cuando se posee un sistema de colas limitado a 5 clientes en cola como máximo, si la tasa de arribo es de 0.75 la probabilidad de que un cliente sea denegado es de 0.055, mientras que la probabilidad de que un cliente sea denegado con una tasa de arribo de 0.25 es de 0. En ambos casos ,la tasa de servicios es 1

### 9.4. Capacidad de la cola de 10


Figura 39: Probabilidad de que un cliente sea denegado con maximo de cola=10, tasas de arribo 0.25 y 0.75

Nuevamente la probabilidad de que un cliente sea denegado al poseer una tasa de arribo de 0.25 es 0, mientras que la probabilidad de que un cliente sea denegado cuando la tasa de arribo es de 0.75 es de aproximadamente 0.011. En ambos casos la tasa de servicios es de 1

### 9.5. Capacidad de la cola de 50



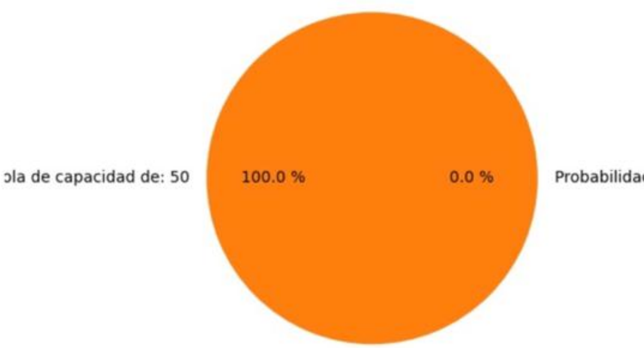




Figura 40: Probabilidad de que un cliente sea denegado con maximo de cola=50, tasas de arribo 0.25 y 0.75

En ambos casos, ya sea la tasa de arribo de 0.75 o de 0.25 ,al haber un máximo de 50 clientes, la probabilidad de que un cliente sea denegado es de 0. en ambos casos la tasa de servicio es de 1

## 10. Conclusiones

Luego de realizar múltiples simulaciones y observar los resultados, podemos inferir las siguientes conclusiones:

•Cuando la tasa de servicio es de 1 y la tasa de arribo es de 0.25: El sistema no se satura, los tiempos de llegadas de cada cliente son mucho mayor a los tiempos de servicio, y por lo tanto la duración de la simulación es la mayor de todas

•Cuando la tasa de servicios es de 1 y la tasa de arribo es de 0.5:El sistema no se satura, los tiempos de llegadas de cada cliente son un poco mayor a los tiempos de servicio, y por lo tanto la duración de la simulación es menor a la del caso 1, aproximadamente de 2000

•Cuando la tasa de servicios es de 1 y la tasa de arribo es de 0.75: El sistema no se satura, los tiempos de llegadas de cada cliente tienen muy poca diferencia en comparación a los tiempos de servicio, y por lo tanto la duración de la simulación es menor a la del caso 1 y 2, aproximadamente de 1300

•Cuando la tasa de servicios es de 1 y la tasa de arribo es de 1: El sistema se satura, los tiempos de llegadas de cada cliente poseen ínfima diferencia entre los tiempos de servicio, y por lo tanto la duración de la simulación es menor a la del caso 1 2 y 3, aproximadamente de 1000

•Cuando la tasa de servicios es de 1 y la tasa de arribo es de 1.25: El sistema se satura, los tiempos de llegadas de cada cliente son un poco menores en comparación a los tiempos de servicio, y por lo tanto la duración de la simulación es menor a la del caso 1, 2, 3, 4, aproximadamente menores a 1000

La probabilidad de denegación de servicio ira disminuyendo a medida que el máximo de capacidad de cola se aumenta, mientras se mantengan las tasas de arribo y de servicio constantes en un sistema M|M|1|k.

Visto los hechos, de manera teórica cuando la tasa de arribo es mayor o igual a la de servicio, el sistema se saturara, implicando que las formulas no nos permitan obtener resultados verdaderos. Sin embargo , dicha problemática llevada a ámbitos reales, se podrá simular y por lo tanto obtener ciertos resultados, obviando los hechos de tener que acotar la cantidad de clientes que saldrán del sistema o acotando los tiempos de duración.

## 11. Referencias


[1] http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/11200/fichero/Memoria%252FCap%C3%ADtulo+2.pdf+

[2] https://www.supositorio.com/rcalc/rcalclite_esp.htm

[3] https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_colas

[4] https://www.um.es/or/ampliacion/node8.html

[5] http://personales.upv.es/jpgarcia/linkeddocuments/teoriadecolasdoc.pdf

[6] https://www.ecured.cu/Teor%C3%ADa_de_colas

[7] Trabajos realizados para la cátedra Çomunicaciones", Tercer año de Ingenieria en Sistemas de Información, UTN FRRO