Macroeconomia I
Lista de Exercícios 7
Prazo de Entrega: 27 de Outubro

1. **(Resolvendo o RBC com papel, caneta e Excel).** Considere as equações de equilíbrio de um modelo RBC padrão com utilidade: $u(C, N) = \log C + \theta(1-N)^{1-\phi}/(1-\phi)$:

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} \tag{1}$$
$$C_t + K_{t+1} = Y_t + (1-\delta)K_t \tag{2}$$
$$R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} N_t^{1-\alpha} + 1 - \delta \tag{3}$$
$$W_t = (1-\alpha) A_t K_t^{\alpha} N_t^{-\alpha} \tag{4}$$
$$\frac{\theta(1-N_t)^{-\phi}}{C_t^{-1}} = W_t \tag{5}$$
$$C_t^{-1} = \beta \mathbb{E}_t \left[R_{t+1} C_{t+1}^{-1} \right] \tag{6}$$
$$\log(A_t) = (1-\rho)\log(\bar{A}) + \rho \log(A_{t-1}) + \sigma\varepsilon_t \tag{7}$$

   (a) Encontre o estado estacionário determinístico em função dos parâmetros. Isto é, encontre os valores de $\{\bar{R}, \bar{W}, \frac{\bar{K}}{\bar{N}}, \frac{\bar{Y}}{\bar{K}}, \frac{\bar{C}}{\bar{K}}\}$ em função de $\{\alpha, \delta, \phi, \theta, \bar{A}, \rho\}$ que solucionam o sistema de equações para o caso de $\sigma = 0$. Encontre uma condição que determina $\bar{N}$ e mostre que $\bar{N}$ depende um-pra-um de θ (a partir de agora vamos considerar $\bar{N}$ como um parâmetro).

   (b) Defina $\tilde{x}_t = \log(X_t) - \log(\bar{X})$ como a diferença percentual de uma variável X_t do seu valor no estado estacionário $\bar{X}$. Log-linearize as equações (1)-(6). Especificamente, encontre $\{\phi_i\}_{i=1}^{16}$ em função dos parâmetros $\{\alpha, \delta, \phi, \theta, \bar{A}, \rho\}$ e das variáveis no estado estacionário $\{\bar{R}, \bar{W}, \frac{\bar{K}}{\bar{N}}, \frac{\bar{Y}}{\bar{K}}, \frac{\bar{C}}{\bar{K}}, \bar{N}\}$.

$$\text{(Função de Produção)} \qquad \tilde{y}_t = \psi_1 \tilde{a}_t + \psi_2 \tilde{k}_t + \psi_3 \tilde{n}_t \tag{8}$$
$$\text{(Mkt. Clearing)} \qquad \tilde{k}_{t+1} = \psi_4 \tilde{k}_t + \psi_5 \tilde{y}_t + \psi_6 \tilde{c}_t \tag{9}$$
$$\text{(Demanda por K)} \qquad \tilde{r}_t = \psi_7 \tilde{a}_t + \psi_8 \tilde{k}_t + \psi_9 \tilde{n}_t \tag{10}$$
$$\text{(Demanda por N)} \qquad \tilde{w}_t = \psi_{10} \tilde{a}_t + \psi_{11} \tilde{k}_t + \psi_{12} \tilde{n}_t \tag{11}$$
$$\text{(Oferta de N)} \qquad \tilde{w}_t = \psi_{13} \tilde{n}_t + \psi_{14} \tilde{c}_t \tag{12}$$
$$\text{(Eq. de Euler)} \qquad \mathbb{E}_t[\tilde{c}_{t+1}] = \psi_{15} \tilde{c}_t + \psi_{16} \mathbb{E}_t[\tilde{r}_{t+1}] \tag{13}$$
$$\text{(Choque)} \qquad \tilde{a}_t = \rho \tilde{a}_{t-1} + \sigma\varepsilon_t. \tag{14}$$

   (c) Reduza o sistema para um sistema de duas equações *forward looking*:

$$\tilde{k}_{t+1} = \lambda_1 \tilde{k}_t + \lambda_2 \tilde{a}_t + \lambda_3 \tilde{c}_t \tag{15}$$
$$\mathbb{E}_t[\tilde{c}_{t+1}] = \lambda_4 \mathbb{E}_t \tilde{a}_{t+1} + \lambda_5 \mathbb{E}_t \tilde{k}_{t+1} + \lambda_6 \tilde{c}_t \tag{16}$$
$$\tilde{a}_{t+1} = \rho \tilde{a}_t + \sigma\varepsilon_{t+1}. \tag{17}$$

Escreva $\{\lambda_i\}_{i=1}^{6}$ em função de $\{\phi_i\}_{i=1}^{16}$.

(d) Aplique o método dos coeficientes indeterminados. Suponha que as funções políticas tem a seguinte forma:

$$\tilde{k}_{t+1} = \eta_{kk}\tilde{k}_t + \eta_{ka}\tilde{a}_t \tag{18}$$

$$\tilde{c}_t = \eta_{ck}\tilde{k}_t + \eta_{ca}\tilde{a}_t \tag{19}$$

i. Encontre um sistema de quatro equações (definidas por $\{\lambda_i\}_{i=1}^{6}$ e ρ) e quatro incógnitas $\eta_{kk},\ \eta_{ka},\ \eta_{ck},\ \eta_{ca}$.

ii. Encontre as duas soluções possíveis para η_{kk}.

iii. Quais são as propriedades do sistema se: (i) as duas soluções η_{kk} sejam maior que 1; (ii) as duas soluções η_{kk} sejam menor que 1; (iii) apenas uma solução seja menor que 1.

iv. Dado η_{kk}, $\{\lambda_i\}_{i=1}^{6}$ e ρ, encontre os outros coeficientes: $\eta_{ka},\ \eta_{ck},\ \eta_{ca}$.

(e) Agora vamos utilizar as equações encontradas e simular uma função impulso resposta. Utilize um programa (pode ser feito até no Excel) e:

- Utilize $\alpha = 0.33$, $\delta = 0.025$, $\phi = 0.5$, $\rho = 0.9$, $\beta = 0.99$, $\bar{A} = 1$, $\bar{N} = 0.33$.
- Calcule o valor das variáveis do estado estacionário em função dos parâmetros. Calcule os ϕ's em função dos parâmetros e das variáveis no estado estacionário. Calcule os λ's em função dos ϕ's. Calcule as duas soluções de $\eta_{kk},\ \eta_{ka},\ \eta_{ck},\ \eta_{ca}$.

Utilize as funções políticas e simule a função impulso resposta do capital e consumo de um choque tecnológico de 1% para as duas soluções de η_{kk}.

2. **(Utilização de Capital a la Burnside and Eichenbaum (1996)).** Considere o modelo RBC com utilização de capital variável. A utilidade da família representativa é padrão e é dada por:

$$\mathbb{E}_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\log C_t - \theta \frac{N_t^{1+\phi} - 1}{1+\phi} \right)$$

onde $0 < \beta < 1$, C_t é consumo, N_t é o tempo de trabalho. Iremos resolver para as alocações ótimas de equilíbrio.

O planejador social está sujeito às restrições de recursos da economia e respeita a lei de movimento do capital. Ele escolhe consumo, investimento, trabalho das famílias e a utilização de capital, u_t, para maximizar a utilidade da família representativa sujeito em todos os períodos à:

$$\begin{aligned} Y_t &= C_t + I_t \\ Y_t &= Z_t(u_t K_t)^{\alpha} N_t^{1-\alpha} \\ K_{t+1} &= (1 - \delta_f(u_t))K_t + I_t \end{aligned}$$

onde $\delta_f(u_t)$ é uma função:

$$\delta_f(u_t) = \frac{\delta}{\psi} u_t^{\psi}, \qquad \psi > \alpha.$$

Finalmente, Z_t segue um processo AR(1) estacionário.

(a) Resolva o problema do planejador central. Quais condições são *intratemporais* e quais condições são *intertemporais*?

(b) Utilize a c.p.o de u_t e mostre que a função de produção pode ser escrita como:

$$Y_t = \left(\frac{\alpha}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{\psi-\alpha}} Z_t^{\frac{\psi}{\psi-\alpha}} K_t^{\frac{\alpha(\psi-1)}{\psi-\alpha}} N_t^{\frac{\psi(1-\alpha)}{\psi-\alpha}}.$$

(c) Explique intuitivamente como a introdução da utilização do capital u_t altera a amplificação e persistência do modelo. Em particular responda como um choque positivo em Z_t altera N_t e Y_t. Como isso depende da elasticidade de utilização do capital ψ?[1]

3. **(Dinheiro na Função Utilidade).**[2] Considere o seguinte modelo RBC com dinheiro na função utilidade. As famílias valorizam o dinheiro na sua utilidade (você pode interpretar isso como necessidade de dinheiro para transação ou preferência por liquidez). A utilidade é dada por:

$$\mathbb{E}_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\log C_t - \theta \frac{N_t^{1+\phi} - 1}{1+\phi} + \frac{(M_t/P_t)^{1-\nu} - 1}{1-\nu} \right)$$

onde $0 < \beta < 1$, C_t é consumo, N_t é o tempo de trabalho, P_t é o preço do bem final (em unidades de dinheiro), e M_t/P_t a quantidade de dinheiro real em posse da família (ou *real balances*/saldos reais). As famílias escolhem quanto consumir, C_t, quanto trabalhar, N_t, quanto dinheiro querem manter em posse, M_t, quanto capital investir K_{t+1} e quantos títulos comprar B_{t+1}:

A restrição orçamentária da família é:

$$P_t C_t + P_t(K_{t+1} - (1-\delta)K_t) + B_{t+1} + M_t = P_t w_t N_t + P_t \hat{r}_t K_t + (1 + i_{t-1})B_t + M_{t-1} + P_t T_t$$

Onde i_t é a taxa de juros nominal paga pelos títulos e T_t é uma transferência *lump-sum* paga pelo governo. A trasnferência do governo é financiada via impressão de dinheiro:

$$P_t T_t = M_t - M_{t-1}.$$

A produção é padrão e segue uma Cobb-Douglas: $Y_t = K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}$, onde $\alpha \in (0,1)$. A família está sujeita à uma restrição do tipo no-Ponzi. Defina $P_{t+1}/P_t \equiv 1 + \pi_t$ onde π_t é a taxa de inflação da economia.

(a) Descreva e solucione o problema do consumidor. Escreva a demanda por saldos reais, M_t/P_t, em função de C_t e i_t. Como ela depende de i_t e C_t?

(b) Encontre a equação de Fischer $i_t = \mathbb{E}_t r_{t+1} + \pi_{t+1}$, onde $r_t \equiv \hat{r}_t - \delta$.

(c) Suponha que no estado estacionário a taxa de crescimento de dinheiro é $M_{t+1}/M_t = 1 + \mu$ e que os saldos reais são constantes no estado estacionário $M_t/P_t = M_{t+1}/P_{t+1} = m$. Encontre um sistema de (oito) equações que soluciona o problema no estado estacionário para as variáveis: (r, w, K, N, C, i, m, T).

[1]Dica: observe a função de produção acima. Compare a elasticidade da produção com respeito a quantidade de horas trabalhadas no caso com utilização variável e sem utilização variável. Como os salários respondem a um choque Z_t?

[2]Baseado em Walsh (2010, cap. 2)

(d) Suponha um aumento da taxa de crescimento do dinheiro: μ. Como isso afeta as variáveis no estado estacionário? Como variações em M_t afetam o nível de preços e outras variáveis endógenas? O que aconteceria se os agentes esperassem um aumento da oferta monetária em $t + 1$?