# Macroeconomia I

## Modelo de Crescimento Neoclássico

Tomás R. Martinez

Universidade de Brasília

# Introdução

- **Solow**: Taxa de poupança constante, $sY_t$, $s \in (0,1)$.
- **Ramsey-Cass-Koopmans**: Poupança endógena.
- Necessário especificar e resolver o problema do consumidor:
  - Entender os determinantes de poupança.
  - Discutir ótimalidade no contexto do modelo.
  - Algum espaço para política?

# Referências

- Acemoglu Cap. 8.
- Notas do Dirk Krueger Cap. 9.

# Alguns truques importantes

**Crescimento em tempo contínuo**:

- Taxa de crescimento em um intervalo $\Delta t$:

$$\frac{x_{t+\Delta t} - x_t}{x_t \Delta t} \quad \text{ou em log} \quad \frac{\ln x_{t+\Delta t} - \ln x_t}{\Delta t}$$

  tomando o limite:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{x_{t+\Delta t} - x_t}{x_t \Delta t} = \frac{\dot{x}_t}{x_t} = g$$

- Suponha uma variável $x = X/L$, sendo que $X$ cresce a uma taxa $g$ e $L$ a uma taxa $n$:

$$\frac{\dot{x}_t}{x_t} = \frac{\dot{X}_t}{X_t} - \frac{\dot{L}_t}{L_t} = g - n.$$

# Ramsey-Cass-Koopmans

# Environment e Preferências

- Horizonte infinito e tempo contínuo.
- Família representativa com utilidade instantânea $u(c_t)$.
  - $u(c_t)$ estritamente crescente, côncava, duas vezes diferenciável, satisfaz as condições de Inada.
- **Demografia**: $L_0 = 1$ e crescimento populacional a uma taxa $n$: $L_t = e^{nt}$.
- Toda a família oferta trabalho inelasticamente (i.e. não há decisão de trabalho-lazer).

# Environment e Preferências

- Consumo per capita: $c_t = \frac{C_t}{L_t}$, onde $C_t$ é o consumo agregado.
- Função utilidade:

$$\int_0^\infty e^{-\rho t} L_t u(c_t) dt = \int_0^\infty e^{-(\rho - n)t} u(c_t) dt$$

- Suposição para garantir que a integral seja limitada: $\rho > n$.

# Tecnologia

- Função de produção: $Y_t = F(A_t, K_t, L_t)$.
- Suposições usuais: retornos constante de escala e condições de Inada.
- No momento vamos assumir: $A_0 = 1$ sem avanço tecnológico.
- Defina as variáveis per capita: $y_t = Y_t/L_t$ e $k_t = K_t/L_t$:

$$y_t = \frac{F(K_t, L_t)}{L_t} = F\left(\frac{K_t}{L_t}, 1\right) \equiv f(k_t)$$

- Mercados de fatores/bem final é competitivo: preço do capital e trabalho igual ao produto marginal:

$$\begin{aligned} r_t &= F_k(K_t, L_t) = f'(k_t) \\ w_t &= F_w(K_t, L_t) = f(k_t) - k_t f'(k_t) \end{aligned}$$

# Problema da Família

- A restrição orçamentária (agregada) é:

$$\dot{\mathcal{A}}_t = r_t \mathcal{A}_t + w_t L_t - C_t,$$

  onde $\mathcal{A}_t$ é quantidade ativos agregada. Defina $a_t = \mathcal{A}_t / L_t$ e temos a restrição orçamentária per capita:

$$\dot{a}_t = (r_t - \delta - n) a_t + w_t - c_t.$$

- Como já vimos, equilíbrio no mercado de título $a_t = k_t$ (mas não necessariamente em modelos com títulos do governo ou outros ativos arriscados).
- E a condição de *no-Ponzi game* em tempo contínuo:

$$\lim_{t \to \infty} a_t \exp\left( - \int_0^t (r_s - \delta - n) ds \right) \geq 0.$$

# Problema da Família

- O problema da família:

$$
\begin{aligned}
& \max_{c_t \geq 0} \int_0^\infty e^{-(\rho-n)t} u(c_t) dt \\
s.t. \quad & \dot{a}_t = (r_t - \delta - n) a_t + w_t - c_t, \\
& a_0 \text{ dado}, \\
& \lim_{t \to \infty} a_t \exp\left( - \int_0^t (r_s - \delta - n) ds \right) \geq 0.
\end{aligned}
$$

# Equilíbrio

**Definição**: O equilíbrio competitivo (sequencial) consiste em alocações para as famílias $\{c_t, a_t\}_{t=0}^{\infty}$, alocações para a firma $\{K_t, L_t\}_{t=0}^{\infty}$ e preços $\{r_t, w_t\}_{t=0}^{\infty}$ em que:

1. Dado os preços e $a_0 = K_0/L_0$, as alocações $\{c_t, a_t\}_{t=0}^{\infty}$ resolvem o problema da família.
2. Dado os preços, as alocações $\{K_t, L_t\}_{t=0}^{\infty}$ resolvem o problema da firma:

$$\max_{K_t, L_t} F(K_t, L_t) - r_t K_t - w_t L_t$$

3. Market clearing para o mercado de trabalho, de capital e de bens.

$$e^{nt} L_0 = L_t$$
$$a_t L_t = K_t$$
$$F(K_t, L_t) = \dot{K}_t + \delta K_t + L_t c_t$$

## Caracterizando o Equilíbrio

- Problema da família. Hamiltoniano:

$$\hat{H}(a_t, c_t, \mu_t) = u(c_t) + \mu_t(a_t(r_t - \delta - n) + w_t - c_t)$$

- Condições necessárias (junto com a no-Ponzi e LOM do estado):

$$\begin{aligned} u'(c_t) &= \mu_t \\ \mu_t(r_t - \delta - n) &= -\dot{\mu}_t + (\rho - n)\mu_t \end{aligned}$$

- Implica na equação de Euler:

$$\frac{u''(c_t)\dot{c}_t}{u'(c_t)} = -(r_t - \delta - \rho).$$

ou utilizando a elasticidade de substituição intertemporal: $1/\sigma(c_t) = -u'(c_t)/(u''(c_t)c_t)$:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{(r_t - \delta - \rho)}{\sigma(c_t)}.$$

# Caracterizando o Equilíbrio

- Substituindo $r_t$:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{(f'(k_t) - \delta - \rho)}{\sigma(c_t)}.$$

- E a *market clearing* (derive a partir da restrição orçamentária):

$$\dot{k}_t = f(k_t) - (\delta + n)k_t - c_t$$

- A solução $\{c_t, k_t\}_{t=0}^{\infty}$ é caracterizada pelo sistema de equações diferenciais, juntamente com as condições iniciais/terminais $k_0$ e TVC ($\lim_{T\to\infty} e^{-\rho T}\mu_T k_T = 0$).

- Note que os teoremas do Bem-Estar são satisfeitos e a solução do Planejador é igual a do equilíbrio descentralizado.

# Estado Estacionário e Dinâmica de Transição

# Estado Estacionário

- Estado estacionário: variáveis são constantes ao longo do tempo, $\dot{k}_t = 0$ e $\dot{c}_t = 0$. Defina as variáveis no estado estacionário $k^*$ e $c^*$.
- Via EE temos podemos encontrar $k^*$ em função de $f$, $\rho$ e $\delta$ (não depende da forma da função utilidade!):

$$\underbrace{f'(k^*)}_{r^*} - \delta = \rho > n$$

- Note que a *Golden Rule* (capital que maximiza o consumo) é:

$$\frac{dc}{dk} = f'(k^*) - (\delta + n) = 0$$

- Ou seja, o capital escolhido pelo Planejador **é menor** ao da *Golden Rule*. Isto se dá por que o Planejador considera que as famílias descontam consumo futuro.

# Estado Estacionário

- Ao contrário do modelo de Solow, em RCK $k^*$ não depende do crescimento populacional!
  - Ramsey: $f'(k^*) = \delta + \rho$,
  - Solow: $\frac{f(k^*)}{k^*} = \frac{\delta + n}{s}$,

  Note a conexão entre a taxa de poupança $s$ em Solow e o desconto em RCK $\Rightarrow \uparrow \rho$ mais impaciente e menor a acumulação de capital.
- Uma vez que temos $k^*$ computar o resto é fácil:
- Restrição de recursos agregada: $c^* = f(k^*) - (\delta + n)k^*$.
- Taxa de poupança:

$$c^* = (1 - s^*)f(k^*) \Leftrightarrow s^* = \frac{(\delta + n)k^*}{f(k^*)}$$

- **Exemplo**: Utilize $f(k_t) = Ak_t^{\alpha}$ e faça estática comparativa dos efeitos de $A$, $\delta$, $n$, e $\rho$ em $c^*$ e $k^*$

# Estado Estacionário

- **Exemplo**: Utilize $f(k_t) = Ak_t^{\alpha}$ e faça estática comparativa dos efeitos de $A$, $\delta$, $n$, e $\rho$ em $c^*$ e $k^*$.

$$k^* = \left(\frac{\alpha A}{\delta + \rho}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

$$c^* = k^*(Ak^{*\alpha-1} - (\delta + n)) = k^*\left(\frac{(\delta+\rho) - \alpha(\delta+n)}{\alpha}\right)$$

- Já que $\rho > n$ e $\alpha < 1$, consumo no SS é uma fração do capital no SS.
  - $\partial k^*/\partial A > 0$ e $\partial c^*/\partial A > 0$
  - $\partial k^*/\partial \rho < 0$ e $\partial c^*/\partial \rho < 0$
  - $\partial k^*/\partial \delta < 0$ e $\partial c^*/\partial \delta < 0$
  - $\partial k^*/\partial n = 0$ e $\partial c^*/\partial n < 0$

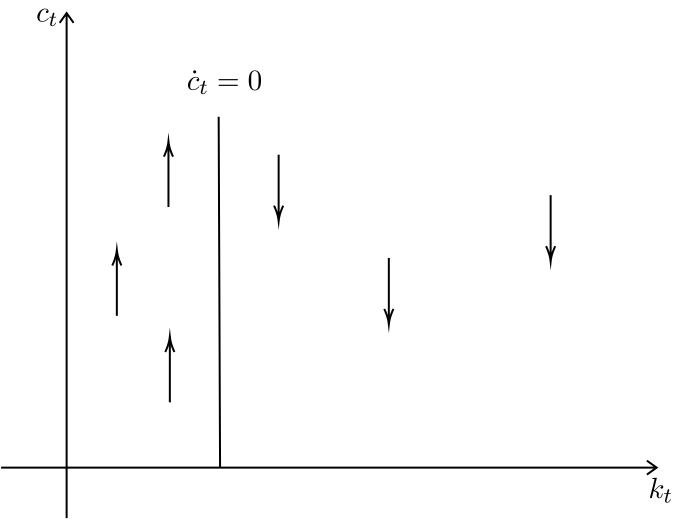
# Transition Dynamics

- Lembre-se que o equilibrío é caracterizado pelas equações (+ TVC e $k_0$):

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{(f'(k_t) - \delta - \rho)}{\sigma(c_t)},$$
$$\dot{k}_t = f(k_t) - (\delta + n)k_t - c_t.$$

- Como podemos analisar a dinâmica do sistema fora do estado estacionário? $\Rightarrow$ Diagrama de fases.
- Também vamos mostrar que o sistema é *saddle-path stable*: existe uma única trajetória $\{k_t, c_t\}$ que converge para o estado estacionário.
  - Dado o estado $k_0$, o controle $c_0$ (ou alternativamente $\mu_0$) se ajusta instantaneamente para a trajetória única. Por isso a variável controle é conhecida como ***jump variable***.
  - Por exemplo, se ocorrer uma mudança de política inesperada o consumidor ajusta $c_t$ para a trajetória ótima (enquanto o estado $k$ obrigatoriamente segue a LOM).

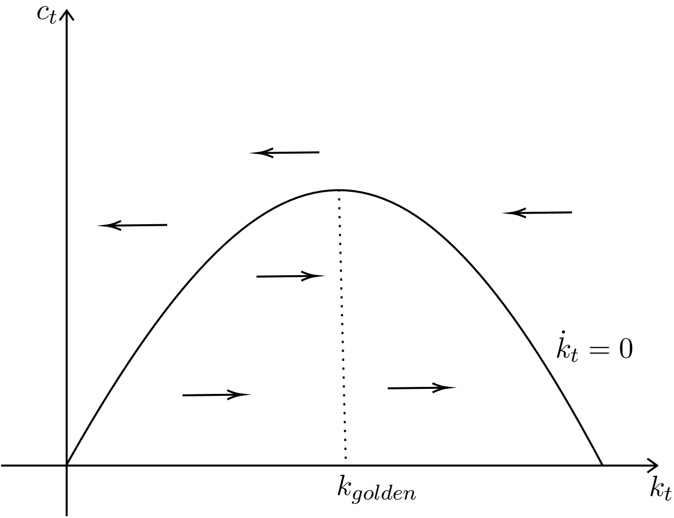
# Diagrama de Fases




$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{(f'(k_t) - \delta - \rho)}{\sigma(c_t)}$$

- Se $\uparrow k_t \Rightarrow \downarrow f'(k_t) \Rightarrow \downarrow \dot{c}$.
- Quando $f'(k_t) = \delta + \rho$ consumo é constante.
- A reta é vertical: não depende de $c_t$.

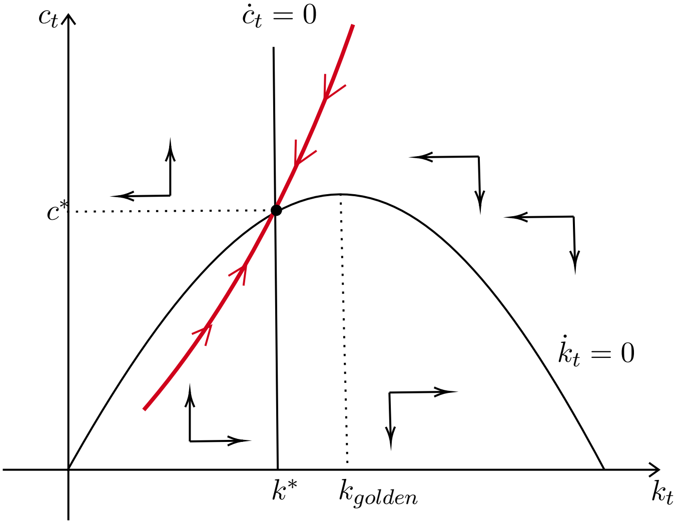
# Diagrama de Fases




$$\dot{k}_t = f(k_t) - (\delta + n)k_t - c_t$$

- Se $\uparrow c_t \Rightarrow \downarrow \dot{k}$.
- Forma de U invertida dado por $f(k_t) - (\delta + n)k_t$.
- $k_{golden}$ ponto que maximiza o consumo.

# Diagrama de Fases




- Dado $k_0$, $c_0$ salta para o *stable-path*.
- Se $c_0' > c_0$ a trajetória converge para $k = 0$ e $c > 0$: viola a condição de *feasibility*.
- Se $c_0'' < c_0$ a trajetória converge para $c = 0$ e $k > 0$: viola a TVC.
- Trajetória única que converge para o *Steady State*.

# Estabilidade Local

- Uma outra forma de checar a *Saddle-path Stability* do sistema $\Rightarrow$ Estabilidade local.
- Linearize as equações do sistema com expansão de Taylor na vizinhança do Estado estacionário:

$$\dot{k}_t = f(k_t) - (\delta + n)k_t - c_t \Rightarrow \dot{k} = (f'(k^*) - (\delta + n))(k - k^*) - (c - c^*)$$
$$\dot{c}_t = c_t \frac{(f'(k_t) - \delta - \rho)}{\sigma} \Rightarrow \dot{c} = c^* \frac{f''(k^*)}{\sigma}(k - k^*) + \underbrace{\frac{(f'(k^*) - \delta - \rho)}{\sigma}}_{=0}(c - c^*)$$

- Escreva o sistema na forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f'(k_t) - \delta - n & -1 \\ c^* f''(k^*)/\sigma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k - k^* \\ c - c^* \end{bmatrix}$$

# Estabilidade Local

**Theorem (Acemoglu 7.19)**

*Considere o sistema $\dot{x}_t = G(x_t)$ onde $G$ é continuamente diferenciável e $x_0$ dado. O estado estacionário é $G(x^*) = 0$ e defina $A = DG(x^*)$, $D$ é a jacobiana de $G$.*
*Suponha que $m$ autovalores de $A$ tenham partes reais negativas enquanto $n - m$ têm partes reais positivas. Então existe uma variedade (i.e., um espaço topológico) $m$-dimensional na vizinhança do estado estacionário, de modo que a partir de qualquer $x_0$ nessa variedade, existe um único $x_t \to x^*$.*

- No nosso caso se a matriz

$$A = \begin{bmatrix} f'(k_t) - \delta - n & -1 \\ c^* f''(k^*)/\sigma & 0 \end{bmatrix}$$

tem $m = 1$ autovalores negativos, então em torno do estado estacionário existe uma linha (dimensão $m = 1$) de pontos $(c, k)$ que convergem para o estado estacionário.

# Estabilidade Local

- Queremos encontrar os autovalores $\lambda$ que $Ax = \lambda x$. Neste caso temos $\det(A - \lambda I)x = 0$

$$\det \begin{bmatrix} f'(k_t) - \delta - n - \lambda & -1 \\ c^* f''(k^*)/\sigma & 0 - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

$$\det(A - \lambda I) = -\lambda[f'(k_t) - \delta - n - \lambda] + c^* f''(k^*)/\sigma = 0$$

logo

$$\lambda = [f'(k_t) - \delta - n \pm \sqrt{(f'(k_t) - \delta - n)^2 - 4c^* \underbrace{f''(k^*)}_{<0}/\sigma}]/2$$

- Como $\sqrt{(f'(k_t) - \delta - n)^2 - 4c^* f''(k^*)/\sigma} > f'(k_t) - \delta - n$, logo existe exatamente um autovalor negativo.

# Balanced Growth Path

# Balanced Growth Path

- Para o modelo ser consistente com os Fatos de Kaldor ele tem que ter crescimento de longo prazo.
- **Balanced Growth Path**: Todas as variáveis crescem a uma taxa constante.
- Suponha uma tecnologia com *Labor-augmenting Technological Change*:

$$Y_t = F(K_t, A_t L_t), \quad \text{onde } A_t = A_0 e^{gt}$$

  e $g$ a taxa de crescimento.
- Obviamente não existe mais estado estacionário, precisamos re-definir as variáveis para que elas continuem estacionárias: $\tilde{y}_t = y_t / A_t$, $\tilde{k}_t = k_t / A_t$, $\tilde{c}_t = c_t / A_t$.

# Balanced Growth Path

- Note que o crescimento das novas variáveis é o crescimento per capita menos o avanço tecnológico:

$$\frac{\dot{\tilde{c}}}{\tilde{c}} = \frac{\dot{c}}{c} - \frac{\dot{A}_t}{A_t} = \frac{\dot{c}}{c} - g \quad \text{e} \quad \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{\dot{k}}{k} - g$$

- Utilizando este argumento, o fator que $F$ é CRS ($F(k, A) = AF(\tilde{k}, 1)$), e a definição de $\dot{k}$:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} &= \frac{F(\tilde{k}_t, 1)A_t - (\delta + n)\tilde{k}_t A_t - \tilde{c}_t A_t}{k_t} - g \\ \dot{\tilde{k}} &= f(\tilde{k}_t) - (\delta + n + g)\tilde{k}_t - \tilde{c}_t \end{aligned}$$

# Balanced Growth Path

- E a Equação de Euler estacionária:

$$\begin{aligned}\frac{\dot{\tilde{c}}}{\tilde{c}} &= \frac{(F_k(k_t, A_t) - \delta - \rho)}{\sigma(c_t)} - g \\ &= \frac{(f'(\tilde{k}_t) - \delta - \rho)}{\sigma(c_t)} - g,\end{aligned}$$

onde usamos o fato que

$$\frac{\partial F(k, A)}{\partial k} = \frac{\partial F(A\tilde{k}, A)}{\partial \tilde{k}} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial k} = Af'(\tilde{k})\frac{1}{A} = f'(\tilde{k}).$$

- Por um argumento parecido temos que $r^* = f'(\tilde{k})$ é constante no longo prazo (Fato de Kaldor), ou seja, $r_t \to r^*$.

# Balanced Growth Path

- A única maneira que $\dot{\tilde{c}} = 0$, é se o consumo per capita cresce a uma taxa constante no longo prazo: $\dot{c}_t / c_t \to g$.
- Pela EE, isso implica que $\sigma(c_t) \to \sigma$.
- **Condição para BGP** é que a elasticidade da utilidade marginal de consumo seja assintoticamente constante. Ou alternativamente, que a elasticidade de substituição intertemporal seja assintoticamente constante.
- Por isso a utilidade CRRA é tão utilizada:

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

## Balanced Growth Path

- Dado que $\sigma(c_t) \to \sigma$ é constante no longo prazo. A condição para que a utilidade seja limitada agora é: $\rho - n > g(1-\sigma)$. Intuição:

$$\int_0^\infty e^{-(\rho-n)t}\frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}dt$$

$$\int_0^\infty e^{-(\rho-n)t}\frac{(\tilde{c}_t A_0 e^{gt})^{1-\sigma}}{1-\sigma}dt$$

$$\int_0^\infty e^{-(\rho-n-g(1-\sigma))t}\frac{(\tilde{c}_t A_0)^{1-\sigma}}{1-\sigma}dt$$

# Balanced Growth Path

- A solução agora é o sistema de equações:

$$\frac{\dot{\tilde{c}}}{\tilde{c}} = \frac{(f'(\tilde{k}_t) - \delta - \rho - g\sigma)}{\sigma}$$
$$\dot{\tilde{k}}_t = f(\tilde{k}_t) - (\delta + n + g)\tilde{k}_t - \tilde{c}_t$$

- Juntamente com a condição inicial $\tilde{k}_0$ e a TVC:

$$\lim_{t\to\infty} e^{-(\rho-n-g(1-\sigma))t} u'(\tilde{c}_t)\tilde{k}_t = 0$$

## Steady State

- Note que agora o capital do estado estacionário agora depende da forma da utilidade ($\sigma$):

$$f'(\tilde{k}^*) = \delta + \rho + g\sigma,$$

  isto implica que: $r^* = \delta + \rho + g\sigma$!

- $\uparrow \sigma \rightarrow$ menor elasticidade de substituição intertemporal $\rightarrow \downarrow \tilde{k}^*$.
- De certa forma, muito parecido com Solow:
  - $\tilde{k}$ é endógeno e depende de $\delta$, $g$, e do desconto/IES que determinam a poupança (Solow: taxa de poupança exógena, mas depende de $n$).
  - Crescimento de longo prazo per capita é exógeno e é dado por $g$ (igual a Solow).

# Exemplo

- Considere utilidade CRRA e função de produção Cobb-Douglas, $Y_t = F(K_t, A_t, L_t) = K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}$:
  - $\tilde{y}_t = \tilde{k}^{\alpha}$, onde para uma variável arbitrária agregada $X$, $\tilde{x} = X/(AL)$.
  - $r = f'(\tilde{k}) = \alpha \tilde{k}^{\alpha - 1}$.
- A Equação de Euler e a restrição de recursos:

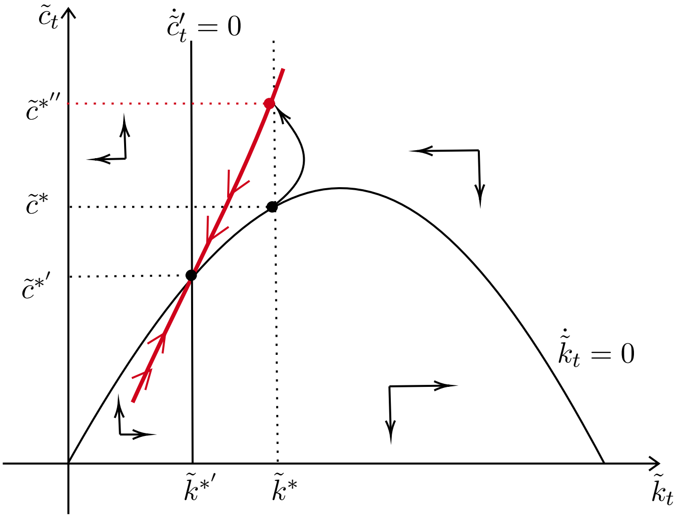
$$\begin{aligned}\frac{\dot{\tilde{c}}}{\tilde{c}} &= \frac{(r_t - \delta - \rho)}{\sigma(c_t)} - g = \frac{1}{\sigma}(\alpha \tilde{k}^{\alpha-1} - \delta - \rho - \sigma g) \\ \dot{\tilde{k}} &= f(\tilde{k}_t) - (\delta + n + g)\tilde{k}_t - \tilde{c}_t = \tilde{k}^{\alpha} - (\delta + n + g)\tilde{k}_t - \tilde{c}_t\end{aligned}$$

- Estado estacionário:

$$\tilde{k}^* = \left(\frac{\alpha}{\delta + \rho + \sigma g}\right)^{1/(1-\alpha)} \quad \text{e} \quad \tilde{c}^* = \left(\frac{\alpha}{\delta + \rho + \sigma g}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{(\delta + \rho + \sigma g) - \alpha(\delta + n + g)}{\alpha}\right)$$

# Policy and Comparative Dynamics

# Aumento de $\rho$

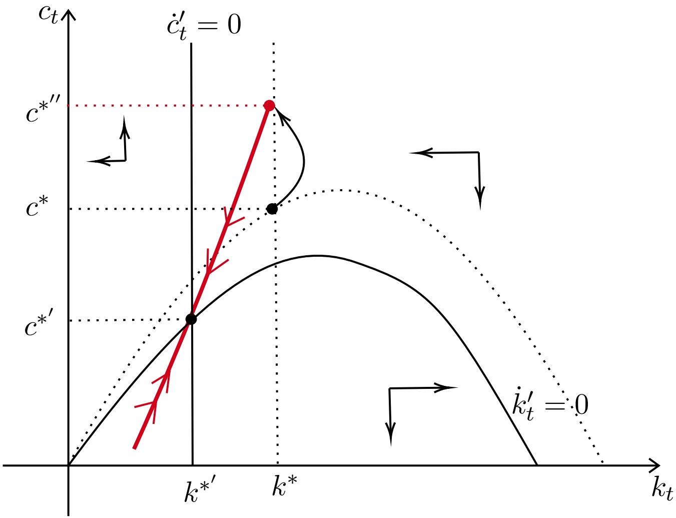



- Suponha que a economia esteja no SS e ocorre um aumento de $\rho$.

$$\frac{\dot{\tilde{c}}}{\tilde{c}} = \frac{(f'(\tilde{k}_t) - \delta - \rho - g\sigma)}{\sigma}$$

- A linha $\dot{\tilde{c}}$ se desloca para a esqueda, e $\tilde{c}$ salta para o novo *stable-path*.
- Eventualmente o sistema converge para o novo SS.

# Aumento de $\delta$




- Suponha que a economia esteja no SS e ocorre um aumento de $\delta$.

$$\frac{\dot{\tilde{c}}}{\tilde{c}} = \frac{(f'(\tilde{k}_t) - \delta - \rho - g\sigma)}{\sigma}$$

$$\dot{\tilde{k}} = f(\tilde{k}_t) - (\delta + n + g)\tilde{k}_t - \tilde{c}_t$$

- A linha $\dot{\tilde{c}}$ se desloca para a esqueda, e a linha $\dot{\tilde{k}}$ para baixo.
- $\tilde{c}$ salta e eventualmente o sistema converge para o novo SS.

# Policy

- Considere agora uma pequena extensão, o retorno líquido do capital é taxado a $\tau$:

$$\hat{r}_t = (1-\tau)(r_t - \delta) = (1-\tau)(f'(\tilde{k}_t) - \delta)$$

- O imposto agregado arrecadado é distribuído via uma transferência *lump-sum* $\tilde{t}$, logo a restrição orçamentária:

$$\dot{\tilde{a}}_t = \tilde{a}_t(\hat{r}_t - n - g) - \tilde{c}_t + w_t + \tilde{t}_t,$$

  onde a transferência ajustada é igual a arrecadação: $\tilde{t} = \tau(r_t - \delta)\tilde{a}_t$.

- O imposto distorce a acumulação de capital, e portanto a EE:

$$\frac{\dot{\tilde{c}}}{\tilde{c}} = \frac{((1-\tau)(f'(\tilde{k}_t) - \delta) - \rho - g\sigma)}{\sigma}$$

# Policy

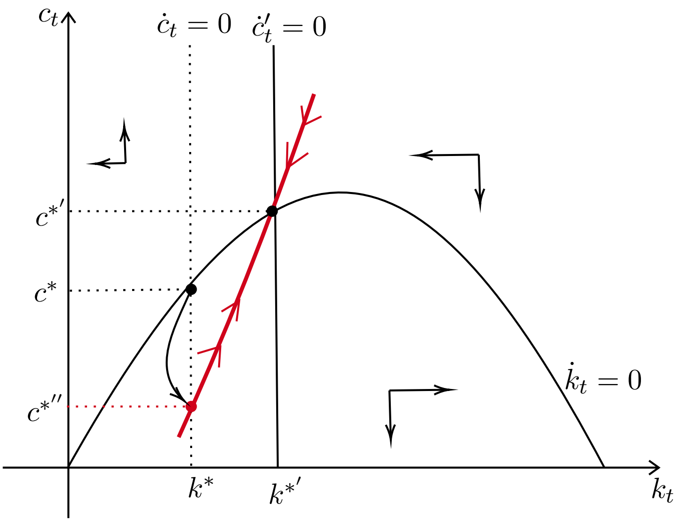
- Mas como o imposto é rebatido de volta ao consumidor (não há governo!), a restrição de recursos da economia não se altera (verifique isso!):

$$\dot{\tilde{k}} = f(\tilde{k}_t) - (\delta + n + g)\tilde{k}_t - \tilde{c}_t$$

- Dado o desincentivo a acumulação de capital, o capital no *steady state* será menor:

$$f'(\tilde{k}^*) = \delta + \frac{\rho + \sigma g}{1 - \tau}$$

# Diminuição de $\tau$




- Diminuição em $\tau$: aumenta o incentivo para acumular capital.
- Aumento da taxa de poupança reduz o consumo inicialmente.
- Logo a acumulação, aumenta o capital/produção/consumo.

# Taking Stock

- Modelo de crescimento neoclássico: explica o precesso de convergência entre diferentes países.
  - Muito das conclusões são parecidas com o modelo de Solow.
- Poupança endógena traz novos insights em relação ao impacto das preferências, taxação, e etc no crescimento de longo prazo.
- Para Balanced-Growth Path necessitamos preferências com elasticidade de substituição constante.
- Não explica crescimento de longuíssimo prazo $\Rightarrow$ cresce a taxa exógena $g$.
  - Motivação para desenvolver modelos de crescimento endógeno.