$\dfrac{\phi \to \psi, \neg\psi}{\neg\phi}$ MT

$\dfrac{\phi, \psi}{\phi \wedge \psi}$ $\wedge^+$

$\dfrac{\phi\wedge\psi}{\phi}, \dfrac{\phi\wedge\psi}{\psi}$ $\wedge^-$

$\neg\neg^+$ $\dfrac{\phi}{\neg\neg\phi}$ Tese

$\neg\phi$ [H] … $\dfrac{\psi \wedge \neg\psi}{\phi}$ RA

ϕ [H] … $\dfrac{\psi\wedge\neg\psi}{\neg\phi}$ $\neg^+$

$\dfrac{\neg\neg\phi}{\phi}$ $\neg\neg^-$

$\dfrac{\phi, \phi\to\psi}{\psi}$ $\to^-$ M.P.

$\phi \vee \psi$ — ϕ [H1] … θ — ψ [H2] … θ — θ $\vee^-$

$\dfrac{\phi, \neg\phi}{\psi}$ $\perp$

ϕ [H] … $\dfrac{\psi}{\phi\to\psi}$ $\to^+$

$\dfrac{\phi}{\phi\vee\psi}$ $\vee^+$

$(\forall^-)$ $\dfrac{\forall x\, \phi(x)}{\phi(t)}$

$\forall^+$ $\dfrac{\phi(a)}{\forall x\, \phi(x)}$

$\exists^+$ $\dfrac{\phi(t)}{\exists x\, \phi(x)}$

$\dfrac{\neg\forall x\, \phi(x)}{\exists x\, \neg\phi(x)}$

$\exists^-$ $\exists x\, \phi(x)$ — $\phi(x_0)$ H_0 … ψ — ψ

Conversões

$\phi \to \psi \dashv\vdash \neg(\phi \wedge \neg\psi)$

$\phi \to \psi \dashv\vdash \neg\phi \vee \psi$

$\phi \wedge \psi \dashv\vdash \neg(\neg\phi \vee \neg\psi)$

$\phi \vee \psi \dashv\vdash \neg(\neg\phi \wedge \neg\psi)$

$\phi \leftrightarrow \psi \dashv\vdash (\phi\to\psi) \wedge (\psi \to \phi)$

$\neg\phi \to \psi \dashv\vdash \phi \vee \psi$

$\phi, \phi \to \psi, \psi \to \theta \vdash \theta$ hipoteses introduzidas => [H]

ϕ H

$\phi \to \psi$ H

$\psi \to \theta$ H

p	q	¬p	¬q	p∧q	p∨q	p→q	p↔q
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1	1

Lei do Terceiro excluído
- só há sim ou não, não há talvez

Fórmula atômica
- 1 só elemento sem conectivos lógicos

Sentença
- frase que é ou verdadeira ou falsa
- $(\forall y\, \exists x (x^2 = y))$ = exemplo

nem atômica nem sentença
- + do que 1 elemento sem conectivos lógicos e nem é verdadeira nem falsa

tologia => Qd todos os casos da tese dão 1

mpatível => Existe uma valorização de valor 1

ntingente => Existe valoração $V(\phi) = 1$ e valoração contrária que $V(\phi) = 0$

nsequência lógica

$\phi \wedge \psi \vDash \phi \vee \psi$

valoração tese

$\phi \wedge \psi$	$\phi \vee \psi$
0	0
0	1
0	1
1	1

Para ser uma consequência lógica, o valor da valoração (1) tem que coincidir com a tese

valoração é 1 aqui e a tese é 1, logo é uma consequência lógica.

1a. V p

2a. V ¬φ
|
F φ

3a. V(φ∧ψ)
|
V φ
|
V ψ

4a. V(φ∨ψ)
/ \
V φ   V ψ

5a. V(φ→ψ)
/ \
F φ   V ψ

6a. V(φ↔ψ)
/ \
V φ   F φ
V ψ   F ψ

1b. F p

2b. F ¬φ
|
V φ

3b. F(φ∧ψ)
/ \
F φ   F ψ

4b. F(φ∨ψ)
|
F φ
|
F ψ

5b. F(φ→ψ)
|
V φ
|
F ψ

6b. F(φ↔ψ)
/ \
V φ   F φ
| |
F ψ   V ψ

Forma normal disjuntiva (∧) ∨ (∧) ∨ (∧)

Forma normal conjuntiva (∨) ∧ (∨)

Num tableau semântico, para ser tautologia, a tentativa de falsificar a fórmula tem que ser totalmente contraditória