Movimento de uma massa ligada a uma mola

Objectivos

1. Verificação da lei de Hooke e determinação da constante da mola
2. Medição da frequência angular das oscilações da mola e comparação com o valor previsto

Introdução

Uma mola com massa m encontra-se pendurada num suporte como indicado na Fig. 1. Em equilíbrio, quando a mola se encontra em repouso, a posição da sua extremidade inferior define o ponto $x = 0$.

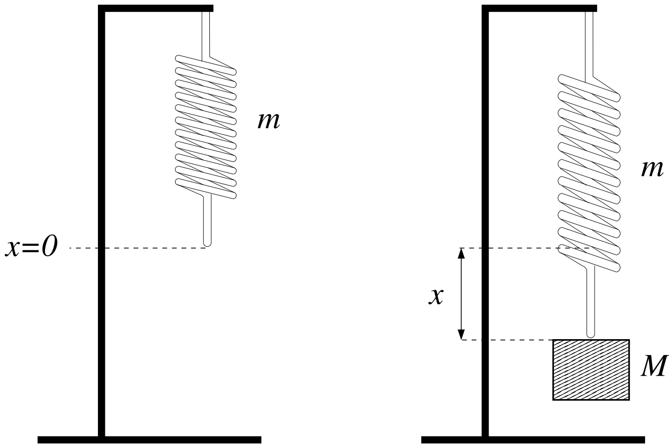

Figura 1: Montagem da experiência. A extremidade inferior da mola sem força aplicada define a posição de equilíbrio $x = 0$. Quando uma força $F = Mg$ é aplicada, o comprimento da mola é alongado em x.

Quando uma força $\mathbf{F}_g$ é aplicada à mola no sentido de a alongar, a própria mola desenvolve uma força $\mathbf{F}$ no sentido contrário cuja intensidade é proporcional ao seu alongamento x. Esta força é descrita pela lei de Hooke,

$$F = kx\,, \tag{1}$$

onde $F = |\mathbf{F}|$ é *o módulo* desta força. Por exemplo, quando uma massa M é colocada na extremidade da mola, o peso $F_g = Mg$ representa a força aplicada, que vai alongar a mola até ao ponto x em que a força da mola $F = kx$ é igual mas no sentido contrário ao peso, de maneira que uma nova posição de equilíbrio é atingida.

Quando a lei de Hooke é introduzida na segunda lei de Newton (o sinal menos corresponde ao facto que a força actua sempre no sentido contra um aumento do alongamento x) obtém-se a equação diferencial para a posição $x(t)$:

$$F = M\frac{d^2x}{dt^2} \quad \longrightarrow \quad -kx = M\frac{d^2x}{dt^2} \quad \longrightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{M}x \tag{2}$$

com a solução particular

$$x(t) = x_0 \cos\omega t\,, \quad \omega = \sqrt{k/M}\,, \quad T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{M/k}\,, \tag{3}$$

onde ω é a frequência angular e T o período da oscilação.

Procedimento

1. Nivele o tripé e coloque a mola no suporte.

2. Anote a posição da mola relativamente à escala vertical pela marca colocada na mola. Tome uma das extremidades da mola como referência e faça a leitura da posição dessa extremidade, quando esta e a sua imagem no espelho da escala coincidirem.

3. Suspenda uma das massas fornecidas na mola. Faça a leitura da posição da extremidade da mola segundo as normas indicadas anteriormente. Repita o procedimento utilizando massas diferentes.

Determine os módulos das forças que actuaram na mola ($F = Mg$, sendo M a massa pendurada na mola, e $g = 9,8$ ms^{-2}). Determine o alongamento da mola para cada uma das situações. Faça um gráfico colocando em ordenadas os módulos das forças e em abcissas os alongamentos respectivas. Verifique que os pontos se situam aproximadamente sobre uma recta que passa pela origem. Através do método da regressão linear, determine os parâmetros a e k, e as incertezas respectivas σ_a e σ_k, da equação

$$F = a + kx \,. \tag{4}$$

Para verificar a lei de Hooke mostre que o valor obtido para a é compatível com zero.

4. Pendure uma das massas utilizadas anteriormente na mola. Distenda *ligeiramente* a mola, deixando em oscilação livre.

5. Com um cronómetro determine o intervalo de tempo correspondente a 10 oscilações sucessivas.

6. Repita a experiência utilizando massas diferentes.

A partir dos valores medidos determine, para cada massa usada, o período de movimento T e a frequência angular ω. Compare estes valores com os valores calculados através de (3) utilizando o valor de k obtido pela regressão linear.