Fichas

EX1 a) $X =$ " Consumo combustível"

$X \sim N(\mu = 9.7\ ;\ \sigma = 1)$

b) $P[\bar{X} > 10] = ?\quad ;\quad n = 20$

$$P[\bar{x} > 10] = P\left[\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{10 - 9.7}{\frac{1}{\sqrt{20}}}\right] = P\left[Z > 1.34\right] = 1 - P\left[Z \leq 1.34\right]$$

$$= 1 - \Phi(1.34) = 1 - 0.9099 = 0.0901$$

EX2 $X =$ " Consumo combustível"

$X \sim N(\mu = 9.7,\ \sigma = ?)\quad ;\quad s = 1$

$$P[\bar{x} > 10] = 1 - P[\bar{x} \leq 10] = 1 - P\left[\frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \leq \frac{10 - 9.7}{1/\sqrt{20}}\right] = 1 - P[T_{(20)} \leq 1.34]$$

$$\cong 1 - 0.90 \cong 0.10$$

$$P[\bar{x} < 8.9] = P\left[\frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} < \frac{8.9 - 9.7}{1/\sqrt{20}}\right] = P\left[T_{(19)} < -3.578\right] =$$

$$= 1 - P\left[T_{(19)} < 3.578\right] \cong 1 - 0.999 \cong 0.001$$

EX3 $X =$ " doentes que tomam os medicamentos"

$Y =$ " doentes que não tomam os medicamentos"

$$\left.\begin{array}{l} X \sim N(\mu = 7.5,\ \sigma = 1.4) \\ Y \sim N(\mu = 8.0,\ \sigma = 2.0) \end{array}\right\}\quad \text{a.a.}\quad n = 31,\ m = 61$$

$$P[\bar{x} > \bar{y}] = P[\bar{x} - \bar{y} > 0] = 1 - P[\bar{x} - \bar{y} \leq 0] =$$

$$= 1 - P\left[\frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (7.5 - 8.0)}{\sqrt{\frac{1.4^2}{31} + \frac{2.0^2}{61}}} \leq \frac{0 - (7.5 - 8.0)}{\sqrt{\frac{1.4^2}{31} + \frac{2.0^2}{61}}}\right] =$$

$$= 1 - P\left[Z \leq 1.39\right] = 1 - \Phi(1.39) = 1 - 0.9177 = 0.0823.$$

EX4 $X \sim N(\mu = 7.5,\ \sigma = ?)\ ;\ Y \sim N(\mu = 8.0,\ \sigma = ?)\ ;\ n = 20;\ m = 27;\ s_x = 1.4;\ s_y$

$$P[\bar{x} < \bar{y}] = 1 - P[\bar{x} - \bar{y} < 0] = P\left[\frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (7.5 - 8.0)}{\sqrt{\frac{19 \times 1.4^2 + 26 \times 2.0^2}{45}}} < \frac{0 - (7.5 - 8.0)}{\sqrt{\frac{19 \times 1.4^2 + 26 \times 2.0^2}{45}}}\right] =$$

$= P[T < 0.957] \cong 0.83$

Ficha 6

(1

EX1: X = "gasto por fim-de-semana em bebidas alcoólicas"

$\mu = 6.1$; $n = 100$; $\bar{x} = 3.4$

$X \sim N(\mu = 6.1 ; \sigma = 1.8)$

a) $\alpha = 5\%$

$$IC_{95\%}(\mu) = \left]\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[$$

$$= \left]3.4 - z_{0.975} \cdot \frac{1.8}{\sqrt{100}} ; 3.4 + z_{0.975} \cdot \frac{1.8}{\sqrt{100}}\right[$$

$$= \left]3.4 - 1.96 \times \frac{1.8}{10} ; 3.4 + 1.96 \times \frac{1.8}{10}\right[$$

$$= \left]3.05 ; 3.75\right[$$

Não posso concordar com a Inês pois o valor médio do gasto (6.1€) não se encontra dentro do IC a 95%.

b) $\alpha = 10\%$

se aumentar a confiança o intervalo de confiança terá maior amplitude. Pelo contrário se diminuir a confiança ter-se-á um IC com menor amplitude logo com $\alpha = 10\%$ teria um IC contido em $IC_{95\%}(\mu)$ e ∴ a conclusão seria a mesma.

EX2: X = "tempo que o Rui joga"

$IC_{99\%}(\mu) = ?$; $X \sim N(\mu ; \sigma)$

a.a. $x = (87, 76, 72, 86, 66, 71, 65, 81, 70, 38)$; $n = 10$

$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = 76.80 \\ s = 8.55 \end{array} \right.$

$$IC_{99\%}(\mu) = \left]\bar{x} - t_{(n-1);1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t_{(n-1);1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}\right[=$$

$= \left] 76.80 - t_{(9);0.995} \cdot \frac{8.55}{\sqrt{10}} ; 76.80 + t_{(9);0.995} \cdot \frac{8.55}{\sqrt{10}} \right[$

$= \left] 76.80 - 3.250 \cdot \frac{8.55}{\sqrt{10}} ; 76.80 + 3.250 \times \frac{8.55}{\sqrt{10}} \right[$

$= \left] 68.01 ; 85.59 \right[$

Ex 3

X - v.a. que rep. o tempo de reacção após o choque

$n = 40 > 30$; $\bar{x} = 0.85$; $s = 0,20$

$X \sim N(\mu; \sigma^2)$ com σ^2 desconhecido

a) $IC_{95}(\mu) = ?$

b) $IC_{99}(\sigma^2) = \left] \frac{(n-1) s^2}{\chi^2_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}} ; \frac{(n-1) s^2}{\chi^2_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}} \right[$

$1 - \frac{\alpha}{2} = 0.995$

$\chi^2_{39; 0.995} = 65,45$

$IC_{99}(\sigma^2) = \frac{39 \times 0,2^2}{65,48} ; \frac{39 \times 0,2^2}{20} = \left] 0,024 ; 0,078 \right[$

Ex 4 X - v.a. que rep. eleitores na estação A e que vivem no centro

$X \sim Ber(p)$ $p = 0.62$ $\bar{p} = $ est. p

$IC_{90\%}(p) = \left] \bar{p} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right[$

$n = 240 > 30$

$\bar{p} = \frac{126 \to x}{240 \to n} = 0,525$

$1-\bar{p} = 0.475$

$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0.95} = 1.645$

$IC_{90}(p) = \left]0.552 \pm 1.645\sqrt{\frac{0.525 \times 0.475}{240}}\right[$

$= \left]0.472 ; 0.578\right[$

Ex5. X = "Classificação final na escola A"

Y = " " " " B"

$\sigma_x = 2.1$; $\sigma_y = 1.8$

$n = 31$; $m = 41$; $\bar{x} = 14.7$; $\bar{y} = 12.9$; $\alpha = 0.05$

$$IC_{95\%}(\mu_x - \mu_y) = \left] \bar{x} - \bar{y} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{m}} \; ; \; \bar{x} - \bar{y} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{m}} \right[$$

$$= \left] 14.7 - 12.9 - z_{0.975} \sqrt{\frac{2.1^2}{31} + \frac{1.8^2}{41}} \; ; \; 14.7 + z_{0.975} \sqrt{\frac{2.1^2}{31} + \frac{1.8^2}{41}} \right[$$

$$= \left] 14.7 - 12.9 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{4.41}{31} + \frac{3.24}{41}} \; ; \; 14.7 - 12.9 - 1.96 \sqrt{\frac{4.41}{31} + \frac{3.24}{41}} \right[$$

$$= \left] 14.7 - 12.9 - 1.96 \times 0.47 \; ; \; 14.7 - 12.9 - 1.96 \times 0.47 \right[$$

$$= \left] 0.88 \; ; \; 2.72 \right[$$

Como o valor zero não está contido no intervalo com 95% podemos afirmar que as médias são diferentes.