AM1: Funções - diferenciabilidade

A derivada da função f no ponto x=a é

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Quando a função muda de ramo no ponto x=a é necessário calcular as derivadas laterais (à esquerda e à direita) e elas têm de ser iguais para que exista f'(a).

$$f_e{}'(a) = f_d{}'(a) = f'(a)$$

♣ **Equação da reta tangente a f no ponto x=a**

$$y - f(a) = f'(a) \times (x - a)$$

♣ **Teorema de Rolle** (garante a existência de um zero da derivada - um ponto onde a tangente é horizontal que poderá originar um máximo, mínimo ou ponto de inflexão)

- f contínua em [a,b];
- f diferenciável em]a,b[;
- f(a) = f(b).

Então existe um ponto c entre a e b tal que f'(c)=0

♣ **Teorema de Lagrange** (garante a existência de um ponto onde a inclinação da tangente é igual à inclinação da secante - se f(a)=f(b) é o Teorema de Rolle)

- f contínua em [a,b];
- f diferenciável em]a,b[.

Então existe um ponto c entre a e b tal que

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

♣ **Regra de Cauchy** (para levantar indeterminações do tipo 0/0 ou ∞/∞)

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \text{ ou } \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

As indeterminações do tipo 0x∞ transformam-se da seguinte maneira de modo a aplicar a Regra de Cauchy

$$0 \times \infty = \begin{cases} \dfrac{0}{\frac{1}{\infty}} \longmapsto \dfrac{0}{0} \\ \dfrac{\infty}{\frac{1}{0}} \longmapsto \dfrac{\infty}{\infty} \end{cases}$$

As indeterminações do tipo 1^{∞}, 0^0 ou ∞^0 transformam-se aplicando a exponencial do logaritmo ...

$$1^{\infty}, 0^0 \; ou \; \infty^0 \longmapsto e^{\ln(\infty^0)} = e^{0 \times \ln(\infty)} = e^{\frac{\ln(\infty)}{\frac{1}{0}}} = e^{\frac{\infty}{\infty}}$$

Última alteração: Sexta, 8 Novembro 2013, 11:26