AM1: Funções - continuidade

Em primeiro lugar é importante definir o domínio de uma função. Todos os casos se resumem na tabela seguinte.

- $\dfrac{qq\ coisa}{u} \Rightarrow u \neq 0$
- $\sqrt[par]{u} \Rightarrow u \geq 0$
- $\log u \Rightarrow u > 0$

$\begin{matrix} \arcsin u \\ \arccos u \end{matrix} \Rightarrow -1 \leq u \leq 1$

Existem casos "camuflados" que estão dentro dos já referidos, como por exemplo os seguintes:

$$f(x) = 4(1-x)^{-2} = \frac{4}{(1-x)^2} \Rightarrow 1 - x \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

$$f(x) = (x+4)^{3/4} = \sqrt[4]{(x+4)^3} \Rightarrow x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$$

$$f(x) = \tan(3x) = \frac{\sin 3x}{\cos 3x} \Rightarrow \cos 3x \neq 0 \Rightarrow 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

Quanto à paridade uma função pode ser par (simetria em relação ao eixo dos yy) ou ímpar (simetria em relação à origem).

$$f(-x) = \begin{cases} f(x) & \textbf{par} \\ -f(x) & \textbf{ímpar} \end{cases}$$

Por exemplo o cosseno é uma função par, enquanto que o seno é uma função ímpar.

♠ Continuidade

Uma função que não esteja definida por ramos é contínua no seu domínio.

Se uma função estiver definida por ramos, é contínua no seu domínio, excepto (possivelmente) nos pontos onde muda de ramo. Nesses pontos será necessário calcular o limite e ver se é igual à imagem da função. Caso a função mude de ramo com um < ou > o limite no ponto será igual aos limites laterais, quando iguais.

Uma função é prolongável por continuidade a um ponto se existir o limite da mesma quando x tende para esse ponto.

♠ Teorema de Bolzano