Análise Matemática II

2017/18

2^a Frequência 25/05/2018

Justifique cuidadosamente todos os passos que efectuar na resolução das questões.
Em cada folha de teste indique os grupos e alíneas que resolveu.
Resolva cada um dos grupos em folhas de teste separadas.

Grupo I

1. Considere a linha C definida pela intersecção das superfícies:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3 = 0 \;\text{ e }\; z = 1.$$

a) Esboce e represente parametricamente a linha C.
b) Calcule o integral

$$\int_C x\ dx + y^2\ dy + (y+z)\ dz.$$

2. Calcule o comprimento da curva parametrizada por:

$$\begin{cases} x = e^t \cos t, & t \in [0, 2\pi], \\ y = e^t \operatorname{sen} t, \end{cases}$$

3. Considere o campo vectorial

$$f(x,y,z) = (3\ y^4 z^2, 12\ xy^3 z^2, 6\ xy^4 z)$$

a) Mostre que f é um campo gradiente.
b) Calcule todos os potenciais de f.
c) Calcule $\displaystyle\int_{(0,0,0)}^{(1,1,1)} f\ d\alpha$ onde α é uma linha seccionalmente regular que une os pontos $A(0,0,0)$ e $B(1,1,1)$.

Grupo II

4. Calcular o integral duplo

$$\iint_R (1+x)\ \operatorname{sen} y\ dydx,$$

com R o trapézio definido pelos vértices

$$(0,0)\,,\ \ (\pi,0)\,,\ \ (\pi,2\pi)\ \text{ e }\ (0,\pi)\,.$$

5. Admitindo que os integrais em causa existem, esboce a região de integração e permute a ordem de integração do integral

$$\int_{-1}^{\frac{1}{4}} \int_{\frac{3}{4}x}^{\frac{1}{4}-x^2} f(x,y)dydx.$$

6. Aplicar o Teorema de Green para calcular o integral de linha

$$\oint_C 2y^2dx + 3x\ dy,$$

sendo C a circunferência de centro na origem e que passa pelo ponto $\left(\sqrt{3},\sqrt{6}\right)$

Grupo III

7. Calcule o integral triplo $\displaystyle\iiint_M \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(z-2)^2}}dxdydz$ onde

$$M=\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2\leq 1\right\}$$

8. Determine a área do parabolóide $z=x^2+y^2$ limitado pelo plano $z=9$.

9. Seja $F(x,y,z)=(3z-\operatorname{sen}x,\ x^2+e^y, y^3-\cos z)$. Calcule $\displaystyle\int_C F d\gamma$ onde C é o gráfico definido pela função $\gamma(t)$ fronteira da superfície dada por $g(x,y)=(x,y,1)$ com $(x,y)\in K=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\leq 1\right\}$.
Sug: utilize o teorema de Stokes.

Nome:
N: