Lógica Computacional

Universidade de Évora, 19 de Junho de 2018.

Exame de recurso

Duração: 3 horas.

Justifique as respostas.

Exercise 1 *Sejam ϕ, ψ e θ proposições.*

1. *Investigue se* $(\phi \to \theta) \vee (\psi \to \theta)) \models (\phi \wedge \psi) \to \theta)$.
2. *Investigue se* $(\phi \to \theta) \vee (\psi \to \theta)) \sim (\phi \wedge \psi) \to \theta)$.

Exercise 2 *Sejam ϕ e ψ proposições. Deduza*

$$\phi \to \psi, \phi \to \neg\psi \vdash \neg\phi$$

$$\phi \wedge \psi \vdash \phi \leftrightarrow \psi.$$

Exercise 3 *Sejam ϕ, ψ e θ proposições e P e Q predicados unários. Utilizando tableaux semânticos, investigue se as fórmulas*

$$((\phi \vee \theta) \to (\psi \vee \theta)) \to (\phi \to \psi)$$

$$\nvdash \exists x \forall y (Px \to Qy) \leftrightarrow \forall y \exists x (Px \to Qy)$$

são uma tautologia.

Exercise 4 *Sejam P e Q predicados unários. Mostre, utilizando a Dedução Natural*

$$\forall x (Px \to \neg Qx) \wedge \exists x Qx \vdash \exists x (Qx \wedge \neg Px).$$

$$\forall x \forall y (x \doteq y) \to \exists x \forall y (x \doteq y).$$

Exercise 5 *Sejam p, q e r letras proposicionais. Obtenha uma Forma Normal Distributiva para $p \leftrightarrow (q \wedge r)$.*

$(p \to q \wedge r) \wedge (q \wedge r$

Exercise 6 *Considere a fórmula da Lógica de primeira Ordem*

$$\phi : \forall x \exists y (Axyfc \wedge \exists z (Bfxz \leftrightarrow (Acgxyz \rightarrow \forall z Bxz))).$$

O símbolos f e g são símbolos de funções, os símbolos A e B são símbolos de relações e c é um símbolo de constante.

1. *Para que a fórmula seja bem-formada, determine a aridade f, g, A e B.*
2. *Indique os termos que ocorrem em ϕ.*
3. *Indique as fórmulas atómicas que ocorrem em ϕ.*
4. *ϕ é uma sentênça?*

Exercise 7
1. *No âmbito da Lógica proposicional, que procedimento da Dedução Natural chama-se a Reductio ad Absurdum?*
2. *Sejam ϕ, ψ e θ fórmulas da Lógica proposicional. Suponha-se que $\{\phi, \psi, \theta\}$ é inconsistente. Mostre que $\{\phi, \psi\} \vdash \neg\theta$.*
3. *No âmbito da Lógica de Primeira Ordem. que é Consequência Lógica?*
4. *Dê uma estrutura adequada para a linguagem $\mathcal{L} : \{P, f, c\}$ em que P é um símbolo de relação ternário, f é um símbolo de função unário, e c é um símbolo de constante.*

Exercise 8 *Utilize os símbolos seguintes:*

Px	*x é Português*
Gxy	*x ganha y*
c	*Campeonato Mundial de Futebol*
Axy	*x gosta de y*

Simbolize $1) - 3)$ na linguagem da Lógica da primeira Ordem e interprete $4)$ na lingua natural:

1. *Alguns Portugueses gostam do Campeonato Mundial de Futebol.*
2. *Quem gosta do o Campeonato Mundial de Futebol gosta de o ganhar.*
3. *Todos gostam de ganhar do Campeonato Mundial de Futebol, excepto os Portugueses que não gostam deste campeonato.*
4. $\exists y (\forall x (Px \wedge Axy) \rightarrow (y \mathrel{\overset{\circ}{=}} c))$.