1- Considere o sistema de equações:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z = u^2 + v \\ xy^2 = uv^2 \end{cases}$$

a) Mostre que, numa vizinhança do ponto $(1,1,0,1,1)$, as equações definem implicitamente u e v como funções de x, y, z.

b) Calcule a matriz Jacobiana $Jf(x,y,z)$ no ponto $(1,1,0)$, onde:

$$f(x,y,z) = (u(x,y,z), v(x,y,z)).$$

2- Considere a função $f(x,y) = x^2 + y^2 - 4x + 6y + 5$.

a) Determine os extremos locais e pontos de sela, caso existam.

b) Calcule a fórmula de Taylor de ordem 2 no ponto $(1,-1)$.

3- Seja o campo vetorial $F(x,y,z) = (x^2y,\ yz^2,\ xz)$.

a) Calcule o gradiente da função escalar $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$.

b) Calcule o divergente de F.

c) Calcule o rotacional de F.

d) Calcule o laplaciano de $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$.

4- Considere o integral:

$$\iint_D f(x,y)\, dxdy = \int_0^1 \int_x^{\sqrt{x}} f(x,y) dydx$$

a) Esboce a região D.

b) Inverta a ordem de integração.

c) Calcule a área da região D utilizando integrais duplos.

5- Considere o sólido S limitado superiormente por $z = 4 - x^2 - y^2$ e inferiormente por $z = x^2 + y^2$, no primeiro octante.

a) Expresse o volume de S com um integral triplo em coordenadas cartesianas.

b) Reescreva o volume utilizando coordenadas polares.

c) Calcule o volume.

6- Considere a função $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por:

$$f(x,y) = (x^2 + 2xy + y^2, x^2 + y)$$

a) Mostre que f é localmente invertível numa vizinhança de $(1,1)$.
b) Determine a matriz Jacobiana de f^{-1} no ponto $f(1,1)$.
c) Indique o conjunto de pontos onde as condições do Teorema da função inversa de verificam.

7- Encontre a distância mínima entre o ponto $P = (0,0,1)$ e a superfície $z = x^2 + y^2$.

8- Considere uma lâmina que ocupa a região R no plano delimitada pelo triângulo com vértices $(0,0)$, $(2,0)$ e $(0,1)$, com densidade superficial dada por $\rho(x,y) = x + y$. Calcule:
a) A massa da lâmina.
b) As coordenadas do centro de massa.