

1- Considere a função $f: D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por:

$$f(x, y) = \left(\sqrt{1 - y^2}, \ln(x - y^2) \right)$$

- a) Determine o domínio D de f e represente geometricamente esse domínio.
- b) Indique o interior, a fronteira, o fecho e o derivado de D . Diga, justificando, se D é aberto, fechado e/ou limitado.

2- Seja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Estude a continuidade de f no ponto $(0, 0)$.
- b) Determine, caso existam, $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.
- c) Estude a diferenciabilidade de f no ponto $(0, 0)$.
- d) Determine a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $(1, 1, f(1, 1))$.

3- Considere as funções

$$f(x, y) = (e^{xy}, \arctan(x + y)), \quad g(u, v) = (u + v^2, uv)$$

Seja $h = g \circ f$:

- a) Calcule $\nabla h_1(0, 0)$.
- b) Determine a matriz Jacobiana de h no ponto $(0, 0)$.
- c) Determine a expressão de divergência de h em $(0, 0)$.