1- Considere o conjunto:

$$A = \{(x, y) \epsilon \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4 \wedge y > \sin(x)\}$$

a) Represente geometricamente o conjunto A.

b) Determine o interior, a fronteira e o fecho de A. Justifique se A é aberto, fechado e/ou limitado.

2- Considere a função:

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 y}{x^2 + y^2}, (x, y) \neq (0,0) \\ 0 \qquad\quad , (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Estude a continuidade de f em $(0,0)$.

b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$ em $(x, y) \neq (0,0)$. Existem nos pontos $(0,0)$?

c) Estude a diferenciabilidade de f em $(0,0)$.

3- Considere o sistema de equações:

$$\begin{cases} x = u^2 + v \\ y = uv + v^2 \end{cases}$$

a) Mostre que este sistema define u e v implicitamente como funções de x e y numa vizinhança do ponto $(2,2,1,1)$.

b) Calcule $\frac{\partial u}{\partial x}$ e $\frac{\partial v}{\partial y}$ no ponto $(x, y) = (2,2)$.

4- Considere a função:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$$

a) Determine os pontos críticos da função.

b) Classifique os pontos críticos quanto a máximos, mínimos ou pontos sela.

5- Considere o domínio D limitado pelas curvas $y = x^2$ e $y = 2x$.

a) Esboce a região D.

b) Calcule a área da região D com um integral duplo.

c) Inverta a ordem de integração da expressão:

$$\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} f(x, y) dy\, dx$$

6- Considere o sólido limitado superiormente pela esfera de $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ e inferiormente pelo cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

a) Escreve um integral triplo em coordenadas cilíndricas que calcule o volume do sólido.

b) Escreva um integral triplo em coordenadas esféricas que calcule a massa do sólido, sabendo que a densidade é $\rho(x, y, z) = z$.

7- Considere o campo:

$$\vec{F}(x, y) = (y\cos(xy)\,, x\cos(xy))$$

a) Mostre que $\vec{F}$ é conservativo. Encontre uma função potencial f tal que $\nabla f = \vec{F}$.

b) Calcule $\int_C \vec{F}|\, ds$, onde C é o segmento de linha que une os pontos $(0{,}0)$ e $(1{,}1)$.

8- Seja $\vec{F}(x, y) = (-y, x)$ e C a circunferência de raio 2 centrada na origem, orientada positivamente.

a) Use o Teorema de Green para calcular $\int_C \vec{F}|\, ds$.

b) Interprete geometricamente o resultado obtido.